普通物理实驗說明書

（上册）

（力学、振动与波、分子物理、熱力学部分）

物 理 教 研 室 編

华中工学院教材出版科

一九六四年元月

目　錄

緒　論

一、物理实驗課是物理教学的重要环節之一，不僅要使学生巩固和驗証所学的知識，更重要的是受到实驗方法和实驗技能的訓練，培养嚴肅認眞实事求是的科学作風。我們把物理实驗分成力、电、光一近三个基本階段，每个階段除有各自实驗方法的特点和具体要求外，它們的总要求是：使学生能掌握最常用物理量的量測方法；正確了解物理实驗中常用仪器的構造原理和性能，并掌握其使用方法；能正確处理实驗数据和作圖，并能寫出比較完备的实驗报告。这些也就是实驗方法和实驗技能的基本訓練。

二、为了收到基本訓練的預期效果，貫徹"学到手"原則，学生实驗必須分成預習、实驗操作、做报告三个过程。

1.預習的目的是使学生对將进行的实驗的目的、原理、步驟、方法等心中有数，以便在实驗时充分發揮主观动能性，順利完成实驗；也是培养学生有計划有步驟的独立工作能力的一个手段。为此，預習既不是要把全部实驗內容学懂学透，也不是一知半解只知皮毛。它的具体要求是：了解这次实驗的目的要求；了解实驗原理和所要完成的任务（如观察什么物理現象，測量那些物理量）；了解所用仪器的作用、構造、原理、操作方法和規程；大致了解实驗步驟及相互关系；記住实驗注意事項。在此基礎上完成預習报告和作业。

2.实驗操作是物理实驗的根本环節，要求做到：先檢查和熟悉仪器，記下規格和型号，并在仪器使用記錄本上签名；結合預習階段獲得的知識和堂上教师的簡要講述，組織这一次实驗部署，并和同組人商量；再进行仪器的安裝（电学中是接線）調整（鉛直、水平、零点等）；最后才动手观察物理現象和測量、記錄。这里应特別強調实驗的組織部署和仪器的正確安裝調整，唯有这样，才能有意識地指導操作，避免盲目动作，并獲得正確的測量結果。

实驗測量通常要進行数次，并每次都如实記錄。

整个操作过程要貫徹科学态度：嚴肅認眞、愼謹操作；細致观察、確切記錄；周密探討、靜心思考。

实驗数据必須由指導教师簽字同意，在听取指導教师对自己这一堂課表現的評語后，再整理还原仪器。

3.做报告是实驗工作的整理和总結。做完任何一件科技工作后，为如实地有系統地表达出来，供人知道或备已考查，就要寫报告。学生寫报告是为了培养这一能力并給教师了解自己是如何進行物理实驗的。报告应包括实驗目的，簡要原理，仪器，裝置簡圖或电路光路圖，步驟与注意事項，記錄表格，数据处理，实驗結果与結論，誤差分析和心得体会。

好的报告在形式上应該字跡端正，內容完整；內容上，原理概要中肯，步驟忠实，数据处理正確，分析討論深入細致。

此外，作为实驗課重要补充环節，还有实驗考核。考核以平时为主（預習、操作、报告均記分），結合筆試和操作測試。

力学实驗

实驗一　誤差理論初步和基本測量

目的：❶学会对实驗結果进行簡單的誤差計算。

❷掌握几种基本測量工具的使用方法。

Ⅰ．基本的誤差知識：

一、在实驗中考慮誤差的意义：

一般的实驗不外乎使用一定的測量仪器（工具）測量出一些数据，再通过某一些理論或經驗公式將这些測得的数据进行綜合运算，求得某一結果，最后就用这結果來定量地描述某一現象或証实某一現象的規律。所以任何实驗都緊緊地依賴于測量仪器（工具）和理論或經驗公式。另外，做实驗不言而喻是需要人去进行的，因此任何实驗也依賴于人的生理条件和所处的客观环境。

我們知道所有的測量仪器都有一定的最小刻度，所以測量所得的数据就有一定誤差，又由于宇宙的無限性决定了人類对自然界的認識是逐步深入的和無窮尽的，在对自然界認識的發展的歷史过程中，每一階段的理論，都有一定的局限性和近似性，所以使用这些理論和公式运算所得的結果当然也就有一定的誤差。关于人的生理条件，如耳、目的分辨本領有一定的限制，以此等等都会使实驗產生一定的誤差，所以实驗的結果也不可避免地存在有一定的誤差。所以在实驗中考慮誤差的意义就在于：

❶因为測量仪器、理論或經驗公式和人們生理条件、客观环境等都会影响到实驗結果的正確性，所以在实驗中要注意选取最有利的条件使实驗結果獲得应有的正確度。

❷既然实驗結果不可避免地存在有一定的誤差，所以做任何实驗就必須要定量地估計，即計算出这結果的誤差範圍和正確度，才能完备地看出这实驗結果的全貌。

二、誤差的种類和減少实驗中誤差的方法：

誤差的產生如上所述是多种多样的，但我們可以归納为兩大類：系統誤差与偶然誤差。

1.系統誤差，其產生原因：

❶仪器刻度不夠理想地正確，或沒有調整好仪器就进行測量。

❷物理定律的描述与客观实际有偏差。

❸观察者的神經反应过快或过慢。

減少的方法：

按系統誤差的特点是所測得的数据往往过大或小，故又叫“常差”。它可以改善仪器，修正述描物理定律的公式，比較各观測者所得的数据等方法將它減小。

2.偶然誤差，其產生原因是由于人們的感覺器官，如听覚、視覚等的不夠完善，在实驗过程中偶然地引进的誤差。偶然誤差的大小和观測者的細心程度及測量技术有关。

減少方法：

乍看起來偶然誤差的產生好象是沒有規律的，但因为偶然性反映着必然性，所以偶然誤差也服从着一定的規律——几率的規律。

偶然誤差出現的規律可归納为：

Ⅰ．絕对值相等的正誤差（$+\Delta A$）和負誤差（$-\Delta A$）出現的可能性（几率）相等。

Ⅱ．絕对值小的誤差，出現几率大，絕对值大的誤差出現几率小。

从上述規律可見对同一精度的多次測量能減小偶然誤差。当測量次数無限增加时，偶然誤差的平均值趋于O，也就是說，測量次数愈多，測量結果的平均值愈接近被測物体的客观眞实值。但是要注意，多次測量平均值，系統誤差是不能消除的。

三、实驗結果的完整表达法：

由上述可知实驗結果必然存在有一定的誤差，完整表达一个实驗結果必須包括：

❶結果的量值。

❷結果的誤差範圍。

❸結果的正確程度。

結果誤差的範圍一般用絕对誤差表示。

假定物理量客观眞值为$A_{眞}$，

該物理量之測量值为A^*，

如有　$A^*-\Delta A\leqslant A_{眞}\leqslant A^*+\Delta A$，

則定义ΔA为該測量值的絕对誤差界（簡称絕对誤差）。

至于ΔA求法見后。

結果的正確程度，一般用相对誤差來表示。

定义：相对誤差：$E=\frac{\Delta A}{A^*}100\%$

顯見相对誤差E即是用百分比來表示測量結果值A^*的正確程度，注意誤差的程度，E愈大則測量結果的正確程度就愈低。这样，实驗結果完整的数学表示如下：

实驗結果：　$A=A^*\pm\Delta A$

$$E=\frac{\Delta A}{A^*}\times100\%$$

举例來說，如測一銅柱的体積，測量結果$V^*=35.42Cm^3$。

算出絕对誤差：$\pm\Delta V=\pm0.02Cm^3$，相对誤差$E=0.06\%$。

則最后結果的完整表达为：

$$\begin{cases}V=(35.42\pm0.02)Cm^3\\E=0.06\%\end{cases}$$

四、直接測量值誤差的計算法：

誤差按計算分類：可分为：最大誤差、平均誤差、可几誤差及均方誤差，我們只介紹前兩种。因为在后的物理实驗中一般只用到这兩种誤差來描述測量結果的正確性。

1.最大誤差：

因为測量仪器都有最小刻度，所以測量数据的最后一位数字是估計出來的，不難理解，这

种估計不会使誤差超过仪器最小刻度的一半，我們定义：$\Delta n=\frac{1}{2}\times$（最小刻度所代表的数值）为最大絕对誤差（簡称最大誤差）。今后規定，如实驗中測量的数据偶然誤差比較小，因此只取3—5次的平均值时則这些測量数据都用最大誤差來描述它的誤差範圍。举例如下：

測量仪器	最小刻度	最大誤差
米尺	$1mm$（毫米）	$\pm\Delta n=\pm 0.5mm$
游标尺	$0.1mm$	$\pm\Delta n=\pm 0.05mm$
螺旋測微計	$0.01mm$	$\pm\Delta n=\pm 0.005mm$
物理天秤	$0.1G$（克）	$\pm\Delta n=\pm 0.05G$

2.平均誤差：

如測量某量 n 次得 n 个測量数据：

$$A_1^*、A_2^*\cdots\cdots A_n^*$$

平均值　$$\overline{A}^*=\frac{A^*_1+A^*_2\cdots\cdots+A^*_n}{n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}A_i^*$$

在实驗室里定义：$\Delta A_i^*=\left|A_i^*-\overline{A}^*\right|$为第 i 次測量值的絕对誤差。

而定义　$$\overline{\Delta A^*}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta A_i^*$$ 为平均值$\overline{A}^*$的絕对誤差，称平均絕对誤差。

而$\overline{E}=\frac{\overline{\Delta A^*}}{A^*}100\%$为平均相对誤差。

在什么情况下才取平均絕对誤差和平均相对誤差？我們規定：当实驗中某些測量过程偶然誤差較大时，这些測量值就有必要取十次以上測量的平均值，这測量平均值就取平均絕对誤差和相对誤差來描述它的誤差範圍和誤差程度。举例說：如用某一种仪器測量某一物体的厚度，此仪器的最小刻度为$0.001cm$。

第一次測：厚 $b_1^*=1.3524cm$

第二次測：厚 $b_2^*=1.3500cm$

…………………………………

第 n 次測：厚 $b_n^*=1.3550cm$

顯見每次測量的数据与 b_n^*都相差很大。

如：　$$\Delta b_{12}=\left|b_2^*-b_1^*\right|=\left|1.3500cm-1.3524cm\right|$$
$$=0.0024\,cm>0.0005\,cm\ \left(\frac{1}{2}\text{最小刻度}\right)$$

因此我們就要取多次測量的平均值：

$$\overline{b^*}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} b_i^*=\frac{1.3524+1.3500+\cdots\cdots+1.3550cm}{n}$$

如上式計算出$\overline{b^*}=1.3500Cm$，那么$\overline{b}$的平均絕对誤差計算如下：

$$\Delta b_1^*=\left|b_1^*-\overline{b}\right|=\left|1.3524-1.3500\right|=0.0024\ (cm)$$

$$\Delta b_2^*=\left|b_2^*-\overline{b}\right|=\left|1.3500-1.3500\right|=0.0000\ (cm)$$

……………………………………………………

$$\Delta b_n^*=\left|b_n^*-\overline{b}\right|=\left|1.3550-1.3500\right|=0.0050\ (cm)$$

$$\overline{\Delta b_n^*}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta b_i^*=\frac{0.0024+0.0000+\cdots\cdots+0.0050}{n}\ (cm)$$

如算出 $\overline{\Delta b^*}=0.002\ (Cm)$

則相对誤差：$E=\frac{\overline{\Delta b^*}}{\overline{b^*}}100\%=\frac{0.002}{1.3500}\simeq\frac{0.002}{1.3}100\%=0.2\%$

但是要注意如平均絕对誤差$\overline{\Delta b}$計算結果：$\overline{\Delta b}<0.0005\,cm$（$\frac{1}{2}$最小刻度）时，我們就仍用最大誤差，即此測量数$\overline{b}$的絕对誤差为$0.0005\,cm$，这是因为系統誤差是不能消除的。

五、綜合結果的誤差計算公式：

上面已經介紹了关于直接測量值的絕对誤差的取法，因为一般实驗結果都是利用这些直接測量值代入某些公式計算出來的，而結果值的誤差計算方法可代誤差公式：

設某一物理量：$N=f\ (xyz\cdots\cdots)$

即此物理量是由一系列的直接測量值：

x、y、z……所決定。

如果这些直接測量相应的絕对誤差数：Δx、Δy、Δz……

则此物理量的誤差計算公式如下表：

数学关系式	誤差計算公式	
	絕对誤差 $\pm\ \Delta N$	相对誤差 $E=x\%$
1. $N=x+y+z+\cdots$	$\pm(\Delta x+\Delta y+\Delta z+\cdots\cdots)$	$\left(\frac{\Delta x+\Delta y+\Delta z+\cdots\cdots}{x+y+z+\cdots\cdots}\right)100\%$
2. $N=x-y-z\cdots\cdots$	$\pm(\Delta x+\Delta y+\Delta z\cdots\cdots)$	$\left(\frac{\Delta x+\Delta y+\Delta z+\cdots\cdots}{x-y-z\cdots\cdots}\right)100\%$
3. $N=x$、y	$\pm(x\Delta y+y\Delta x)$	$\left(\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}\right)100\%$
4. $N=x$、y、z	$\pm(yz\Delta x+zx\quad y+xy\Delta z)$	$\left(\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta z}{z}\right)100\%$
5. $N=x^n$	$\pm nx^{n-1}\Delta x$	$\left(n\frac{\Delta x}{x}100\%\right)$
6. $N=\sqrt[n]{x}$	$\pm\frac{1}{n}x^{\frac{1-n}{n}}\Delta x$	$\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta x}{x}100\%$
7. $N=\frac{y}{x}$	$\pm\frac{x\Delta y+y\Delta x}{x^2}$	$\left(\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}\right)100\%$
8. $N=cx$	$\pm c\Delta x$	$\frac{\Delta x}{x}100\%$
9. $N=const$(常数)	O	O
10. $N=\sin x$	$\pm\cos x\Delta x$	$\cot x\Delta x\ 100\%$
11. $N=\cos x$	$\pm\sin x\Delta x$	$tgx\ \ \Delta x\ 100\%$
12. $N=tgx$	$\pm\frac{\Delta x}{\cos^2 x}$	$\frac{2\Delta x}{\sin 2x}100\%$
13. $N=\cot x$	$\pm\frac{\Delta x}{\sin^2 x}$	$\frac{2\Delta x}{\sin 2x}100\%$
14. $N=\ln x$	$\pm\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta x}{x\ln x}100\%$

註：❶由$\Delta N=EN$可見只要知道ΔN或E都可通过此式推算出E或ΔN，所以E，ΔN不必都代入表内公式进行运算。至于究竟用公式先求E或ΔN視方便而定。

❷上面表中公式的推算請見附錄。

Ⅱ. 基本測量：

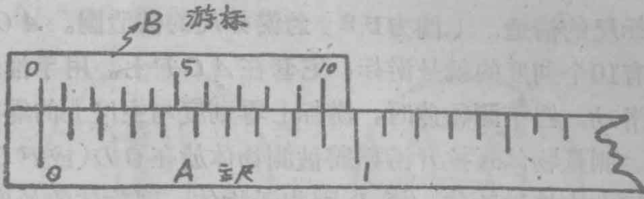
本实驗所用的仪器：

米尺、游标尺、螺旋測微計、物理天秤、其構造原理和使用方法分别介紹于下：

一、游标尺的原理和構造：

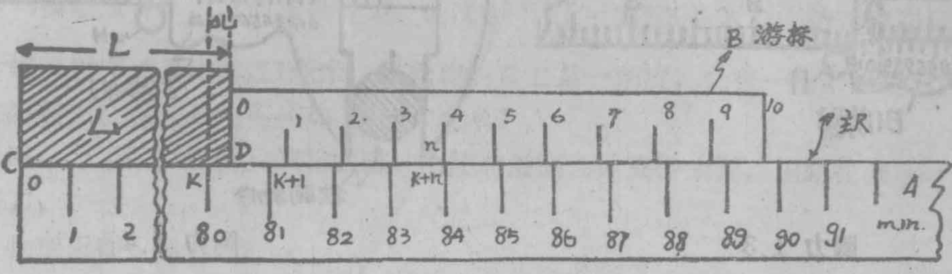
在普通的尺上裝一可滑动的副尺，可使原來測量的准確程度提高10－20倍。这支可滑动的

副尺称为游标，如圖力（1.1）中的B。原來固定不动的尺称为主尺，如圖中的A。最常見的游



圖力 1.1

标上刻有10个相等小格。这10个小格的总长与主尺上9个最小格的总长相等（見圖力1.1）。如果主尺A为普通米尺（即主尺上的最小格为1毫米），则游标的每小格的长度为$\frac{9}{10}$毫米。



圖力 1.2

用有游标装置的尺，测量物体L的长时如（圖力1.2）。物体L的一端与主尺O点相合，而另一端与游标O点相合，落在主尺的K与$K+1$的小格間。从圖力1.2可以看出，物体的长$L=K$毫米$+\Delta L$。现在要决定ΔL的长度。因为游标上每小格比主尺上每小格的长度要短些，所以必定能在游标找到一刻度n（在圖力1.2中，$n=4$）与主尺上的刻度$K+n$最相近。如这兩刻度完全重合，则：

$$\Delta L = n\text{（毫米）} - \frac{9}{10}n\text{（毫米）}$$

$$= 0.1 \times n \text{毫米}$$

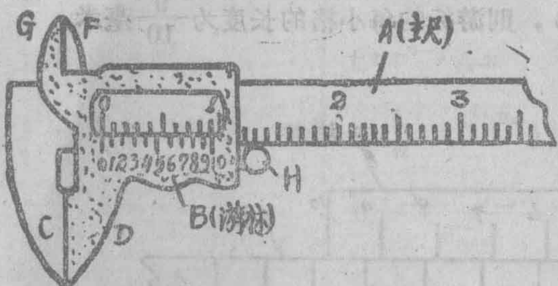
因此物体的长度

$$L = (K + 0.10 \times n)\text{毫米}$$

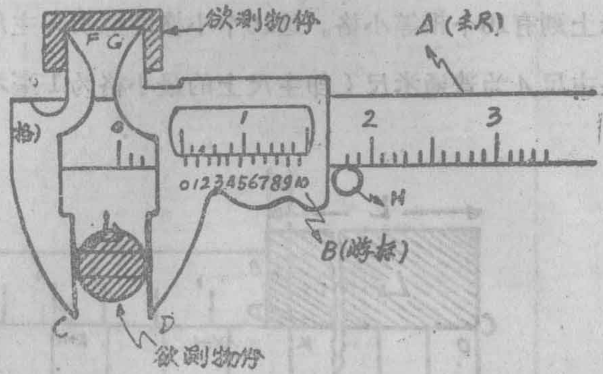
可見游标装置，使测量能准確到0.1毫米。我們可以認为0.1毫米是游标尺的最小刻度。在圖力1.2中的讀数为80.40毫米。

如果游标上有20个刻度时，那么这时的ΔL应如何計算呢？請同志們自己想想。

利用上述游标原理做的尺叫游标尺，是实驗室和工作中常用的量具之一，所以我們必須掌握它。下面我們介紹游标尺的構造。（圖力1.3）为游标尺的構造圖。ACF上有毫米刻度的尺就是主尺。BDG上有10个刻度的就是游标，它套在ACF上。用手推动滑輪H，可使游标BDG在主尺ACF上滑动。当不測物体时，游标上零刻度与主尺上的零刻度重合。C与D，G与F都是緊密的切合。測量物体时拉开游标將被測物体放在CD（或FG）間如（圖力1.4），用姆指滑动H，同时輕輕左右搖动物体，使D緊靠于物体。則物体的长度卽等于CD間的距离，也就是主尺上的零刻度与游标上的零刻度間的距离。因此利用游标上的零度刻度，可以在主尺上讀出物体长度的整数部分（卽毫米数），再观察在游标上重合的線讀出其小数部分。



圖力 1.3



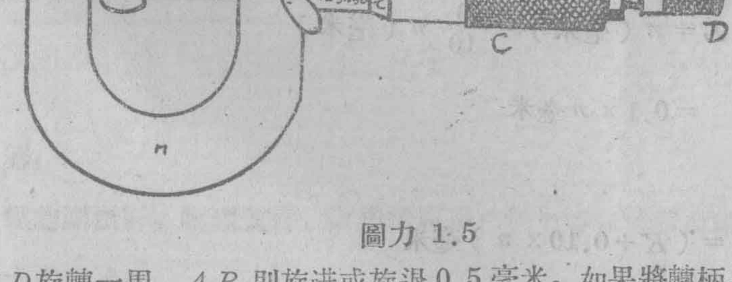
圖力 1.4

举例來說，如圖力1.4測一圓柱的直徑，游标的零刻度在主尺5mm这根刻線的右边，則毫米以上的大数应为5mm，而毫米以下的小数就要从游标上來找。如圖，我們找到游标上第四根刻線和主尺上的某一根刻線对得最齐，則毫米以下的讀数应为0.40mm，那么这物体的直徑应为$5mm+0.40mm=5.40mm$。

二、螺旋測微器：

螺旋測微器是量金屬絲的直徑或薄板的厚度等用的。其構造如（圖力1.5）。

主尺G做成圓筒，內有螺紋，螺距为0.5毫米，与轉柄$ABCD$之螺紋咬合（在G內咬合），

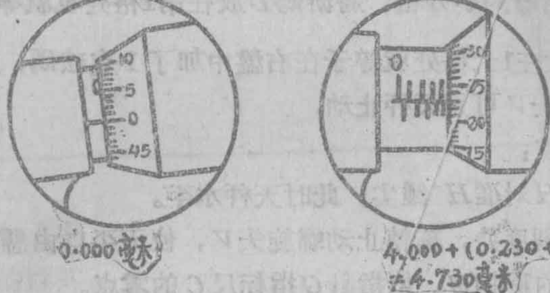


圖力 1.5

T为被測物体。CD旋轉一周，AB則旋进或旋退0.5毫米。如果將轉柄与主尺G的接触边緣分为50等分，則CD每轉动一等分时，AB移动（进或退）$0.5毫米\times\frac{1}{50}=0.01mm$，利用

这原理，可使測量結果准確到0.01毫米，在讀数时，可以估計到千分之几毫米。

調整好了的螺旋測微器，当E与AD相貼合时，旋柄边緣与主尺“O”重合，並且主尺上的“横線”与旋柄上的“O”重合。如(圖力1.6A)。



(a) 圖力 1.6 (б)

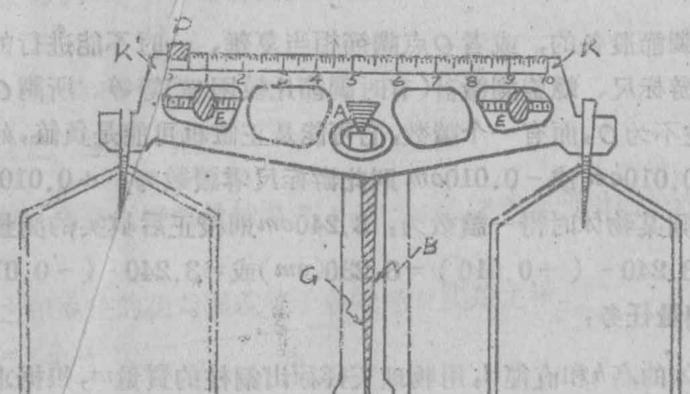
当旋轉一周，旋柄O点又与横線重合，表明桿AB退出了0.500毫米。如再轉20格(卽旋柄20分度与横線重合)，它的讀数应为：$0.500+\frac{20.0}{100}=0.700$毫米。(讀数方法見圖力1.6б)

由于轉兩周桿AB才前进1毫米，用此旋柄C上某一刻度，会在一毫米的距离变化内出現兩次，必須特別注意区分应不应加“0.500毫米”。

使用时，为了保护螺紋及測物准確，不能將被測物体夾得太緊，因此在測量时，只能旋轉保护彈簧D。

三、物理天秤(圖力1.7)：

用物理天秤称質量可准確到$\frac{1}{10}$克$=0.1$克，估計到$\frac{1}{100}$克$=0.01$克



圖力 1.7

(圖力1.7)是物理天秤,它有樑KK'。其中点用刀口A支特在B軸上(刀口是天秤最重要的部分),懸樑有兩托盤MM,是裝物体和砝碼用的。当兩盤重量相等时樑中点的指針G对准标尺的零刻度,如果兩盤無負載而指針不对准标尺零刻度时,就要調節樑上的調節重物E。

在KK'上刻有100个相等的小分格,將游碼D放在第1格处也就等于在右盤中加了$\frac{1}{10}=0.1$克的砝碼,若將游碼D放在1六格处就等于在右盤中加了1克砝碼,旋轉支脚螺旋F可以調節天秤水平,扭轉止动螺旋头V可使天秤止动。

使用物理天秤应注意之点:

調節螺旋F使懸掛錘尖H对准H'錘尖,此时天秤水平。

將樑上的游碼D推至零刻度处,旋轉止动螺旋头V,使天平自由懸掛,当指針G不指标尺C的零点时,就要調節樑上的重物E,使指針G指标尺C的零点。

称物时,物体放在左盤,砝碼放在右盤,物体与砝碼平衡时指針G指在标尺C的零点,称完时,須將游碼推回零点,砝碼依次插在砝碼匣中。

保护刀口!每次加減砝碼,要先旋轉止动螺旋V,使天秤不能擺动,否則天秤的刀口会受到損伤。

最后注意:

1.为了最有效地利用測量仪器的精確度,測量时,数据要正確讀到該仪器的最小刻度,在条件允許时,並且还要估計到这仪器最小刻度的十分之几。

2.由于仪器經长时間使用后零刻度总会有些偏差,卽当沒有測量物体时,零刻度不在零点位置,則用此仪器測量就会產生一定的系統誤差。故測量前必須进行校正。其办法:

❶仪器有零点調節設备的,在使用前就必須將仪器調節好O点。如物理天秤、螺旋測微計等。

❷仪器沒有O点調節設备的,或者O点調節相当复雜、一时不能进行的,則採用記錄O讀数的办法,如米尺、游标尺、螺旋測微計(有时調節比較困难)等等。所謂O讀数卽当仪器沒有測量物时,它的讀数並不为O,而有一个讀数,它可能是正値也可能是負値,如某游标尺在未測物体时,有一个讀数$+0.010cm$或$-0.010cm$則此游标尺零讀数为:$+0.010cm$或$-0.010cm$。

如果用此游标尺測某物体时得一讀数为:$3.240cm$則校正后眞实的測量讀数应为:校正値$=$測量値$-O$讀数$=3.240-(+0.010)=3.230(cm)$或$=3.240-(-0.010)=3.256(cm)$

Ⅲ.本次实驗的測量任务:

1.用米尺測銅柱体的高h和直徑d,用物理天秤称出銅柱的質量m,根据求固体密度的公式:

$$\rho=\frac{m}{v}=\frac{4m}{\pi d^2 h}$$

求出銅柱的密度,用最大誤差算出結果的誤差。

2.用游标尺測h、d,同(1)測出密度和結果的誤差。

3.用游标尺測高h、用螺旋測微計測d,同法算密度和結果的誤差。

4.將上面三个結果进行比較。

Ⅳ.数据表格:

测銅柱密度　　　　　　　　实驗桌号

$m=$			（克）		最大誤差$\Delta m=$	（克）
测量仪器	最大誤差	O 讀数	$h(cm)$		$p(cm)$	
			讀数	校正值	讀数	校正值
米尺 游标尺 螺旋测微計						

註：

一、本实驗預習报告內容

1.了解並寫上实驗的目的。

2.实驗步驟这一欄內填寫物理天秤的操作方法和注意事項，並寫出本次实驗的一些有关注意事項。

3.划好数据表格。

4.在誤差計算欄內推出表达密度的誤差計算公式。

二、实驗报告中原理和实驗設計二欄，可寫下实驗中所用到的仪器名称和簡單的实驗原理以及計算公式。（以后各实驗都这样）。

三、实驗結果的計算，請在規定的欄內标出。詳細运算可不寫。

四、本次实驗的运算可用四位对数表，不能用計算尺，並必須保証最后結果有 4 位数字。

V.附錄：

綜合結果的誤差公式：

某物理量$N=f(x,y,z\cdots\cdots)$，所得直接測量結果为：$x,y,z\cdots\cdots$。对应于$x,y,z\cdots\cdots$的絕对誤差为：

$$\Delta x,\ \Delta y,\ \Delta z\cdots\cdots。$$

相对誤差为：$\dfrac{\Delta x}{x}$，$\dfrac{\Delta y}{y}$，$\dfrac{\Delta z}{z}$，$\cdots\cdots$。

則N之誤差ΔN是由各直接測量結果$x,y,z\cdots\cdots$的誤差和所用的公式的数学关系决定的。分述如下：

定律一：兩数之和或差的絕对誤差等于各数絕对誤差之和。

即：若　$N=x\pm y$

則　$\Delta N=\Delta x+\Delta y$

証：❶ $\because$　$N=x+y$

$$N+\Delta N=(x\pm\Delta x)+(y\pm\Delta y)$$

$$=(x+y)\pm(\Delta x+\Delta y)$$

$\therefore$　$\Delta N=\Delta x+\Delta y$

❷　$N=x-y$

$$N\pm\Delta N=(x\pm\Delta y)-(y\pm\Delta y)$$
$$=(x-y)\pm(\Delta x\mp\Delta y)$$

如果考慮最不利的情况，則（$\mp\Delta y$）在式中只取（$+\Delta y$）

$\therefore\quad \Delta M=\Delta x+\Delta y$

❸ 故相对誤差为：

$$E=\frac{\Delta x+\Delta y}{x\pm y}$$

定律二：兩数的積或商，其相对誤差为各数相对誤差之和。

即：若　$N=x\cdot y$　或 $N=\dfrac{x}{y}$

則　$E=\dfrac{\Delta N}{N}=\dfrac{\Delta x}{x}+\dfrac{\Delta y}{v}$

証：❶　$N=x\cdot y$

$$N+\Delta N=(x+\Delta x)\cdot(y+\Delta y)$$
$$=x\cdot y+x\cdot\Delta y+y\cdot\Delta x+\Delta x\cdot\Delta y$$

因$\Delta x\Delta y$为高階小量，可略之。

得　$N+\Delta N=x\cdot y+x\cdot\Delta y+y\cdot\Delta x$

但　$N=x\cdot y$

故有　$\Delta N=x\cdot\Delta y+y\cdot\Delta x$

$\therefore\quad E=\dfrac{\Delta N}{N}$

$$=\frac{1}{x\cdot y}(x\cdot\Delta y+y\cdot\Delta x)$$

即　$E=\dfrac{\Delta x}{x}+\dfrac{\Delta y}{y}$

❷　$N=\dfrac{x}{y}$

$N+\Delta N=\dfrac{x+\Delta x}{y+\Delta y}$分子分母同乘$(y-\Delta y)$

$$=\frac{(x+\Delta x)\cdot(y-\Delta y)}{(y+\Delta y)\cdot(y-\Delta y)}$$

略去高階小量Δy^2，上式可寫为：

$$N+\Delta N=\frac{(x+\Delta x)\cdot(y-\Delta y)}{y^2}$$

$$N+\Delta N=\frac{x\cdot y+y\cdot\Delta x-x\cdot\Delta y-\Delta x\cdot\Delta y}{y^2}$$

再略去$\Delta x\cdot\Delta y$，並改寫上式。

得　$N+\Delta N=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y\cdot\Delta x-x\cdot\Delta y}{y^2}$

如果只考慮最不利的情况，則$-x\cdot\Delta y$要取正。即：

$$N+\Delta N=\frac{x}{y}+\frac{y\cdot\Delta x+x\cdot\Delta y}{y^2}$$

因　　$N=\frac{x}{y}$

故　　$\Delta N=\frac{y\cdot\Delta x+x\cdot\Delta y}{y^2}$

$\therefore$　　$E=\frac{\Delta N}{N}=\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}$

由于$\Delta N=E\cdot N$。可見綜合結果的絕对誤差也可从其相对誤差求得。

不难將定律二推广得：

（1）　$N=x^n$則$E=n\left(\frac{\Delta x}{x}\right)$

（2）　$N=\frac{x\cdot y}{z\omega}$

$$E=\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta z}{z}+\frac{\Delta\omega}{\omega}$$

（3）　N　$E=\frac{x^m\cdot y^n}{z^p\ \omega^q}$

則　　$E=m\left(\frac{\Delta x}{x}\right)+n\left(\frac{\Delta y}{y}\right)+p\left(\frac{\Delta z}{z}\right)+q\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)$

但必須明確，分子分母同有一个因式，或同有一变量时，必須先相約掉才能运算。

如：　$N=\frac{(x+y)^3}{x^2+2xy+y^2}$时

則必須約去$(x+y)^2$使上式改寫下式后，才能运算。即：

$$N=(x+y)$$

又如：　$N=\frac{x+y}{x}$时

則必須改寫为：

$$N=1+\frac{y}{x}$$

后才运算。

因为一个測量結果的誤差，在公式中只能有一次影响，不約去因式，就变为有几次影响，这样顯然使誤差放大了。

一般誤差运算可用微分法运算：

設　　$N=f(x,y,z\cdots\cdots)$。

則絕对誤差：$dN=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|dx+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|dy+\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|dz\cdots\cdots$

相对誤差：　$E=\frac{dN}{N}$

$$=\frac{1}{f(x,y,z\cdots)}\left[\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|dx+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|dy+\cdots\right]$$

这些式子中取絕对値的理由，就是为了考慮最不利的情况。

实驗二　数据的正確处理法和基本測量

［目的］：

❶掌握正確处理实驗数据的方法。

❷熟悉在几种基本測量过程中減少誤差的方法，並較精確地測定銅柱体的密度。

Ⅰ.数据的正確处理法：

由实驗一知，实驗結果值的正確和正確程度，还取决于下述两个过程中有沒有使数据產生人为的誤差。卽：

❶記錄測量数据的过程中，有沒有讀錯数据和有沒有已經有效地利用了測量仪器的最小刻度，使測量数据达到应有的正確程度。

❷运算过程中有沒有算錯和有沒有因运用了近似計算工具，使結果值產生了人为的誤差。数据讀錯或运算錯誤，这是只要我們認眞細致就可以避免的，这里不加討論。留下的就是正確处理实驗数据的問題。

在討論正確处理数据之前，首先要知道数据怎么样才算达到了应有的正確程度？这問題的回答是：

数据已否达到应有的正確程度，最主要的是看这数据的有效数位有沒有弄錯。

（註：这問題非常重要，因为有效数位是什么和怎样計算一个数据的有效数位还沒有弄清楚，那就無法談正確处理数据，另外需要特别指出，在任何实驗中，測量数据和結果值的有效数位弄錯了，那么这次实驗就不合規格）。

有效数位的定义：

一个数据从第一个非 0 数字起，至最后一个数字止，其中所有的数字称为有效数字，而有效数位就是指这数据中有效数字的个数。如：数据：0.00143 。第一个非 0 数字是 1 ，最后一个数字是 3 ，其中有：1 、 4 、 3 三个有效数字，所以此数据的有效数位是 3 位。

計算一个数字的有效数位时要注意：

❶一个純小数数据的第一个非 0 数字之前的 0 的个数只是用來决定这数据的小数位数的，所以不算作有效数字，因此，也就不能算入有效数位內。

例如：0.0070050，其中第一个非 0 数字“ 7 ”之前的兩个 0 只說明这数据中数值 7005 在小数点后第三位，所以不算入有效数位內。

❷一个数据中，在第一个非 0 数字后面的零是表示这数据的有效数值大小的，所以都算作有效数字，並应該算入有效数位內。例如：0.0070050，第一个非 0 数字“ 7 ”之后有三个 0 ，都是有效数字，所以这数据的有效数字是 7 ， 0 ， 0 ， 5 ， 0 五个，有效数位为 5 位。

数据的有效数位和数据的正確程度的关系：

要討論这个問題，我們首先要对一个数据进行全面了解：

一个实驗数据的得來不外乎从兩个方面：

❶直接通过测量而得。

❷將一些测量而得的数据进行运算而得。

不管从那一方面得來，这些数据中总存在有一定的誤差，也就是說一个数据中总有一些数字是可靠的，而有一些数字是不可靠的。例如：用米尺测一物体的长为 16.36 cm，因米尺的最小刻度为 0.1 cm，所以这数据中 16.3 cm 是在米尺上可以正確讀出的，是可靠的，而这 0.06 cm，是我們从米尺上估計出來的，所以是不夠可靠的，我們給他一个名字叫欠准数字。

通过运算而得的数据也一样有它一定的欠准数字，总的來說，一个数据总包括有一些可靠的数字和欠准数字。所以寫出任何一个数据，应明確表示出它的可靠的数字和欠准数字，一般規定一个数据的最后一位是欠准数字，其他的都是可靠的数字。如果运算結果出現二位以上欠准数字时，則採用四捨五入的办法。只保留前面的一位。例如：运算結果：1.3542，出現 5、4、2 三个欠准数字时，这数据应該处理为1.35，后面 4、2 进行四捨五入。

注意：在某种情况下，为了运算需要，对一些常数，我們只要取它几位就夠了，那么其后数字都採取四捨五入的办法去掉，而常数的最后一位就成了欠准数字。

例如：$\pi = 3.14159265358879\cdots\cdots$

取 3 位有效数位为：3.14

取 4 位有效数位为：3.142

取 5 位有效数位为：3.1416

这些数据中：4、2、6 均为欠准数字，所以今后我們寫出一个数据时，如果不加特別表明：“則此数据的最后一位数字总是欠准数字，並且只有一位是欠准数字”。

現在討論数据的有效数位和此数据的正確程度的关系：先看例子，❶用米尺测一木塊。

长 $L = 50.55\ cm$，　寬 $b = 5.45\ cm$，　厚 $a = 0.55\ cm$。

用米尺测量最大錯差为：$\Delta L = \Delta b = \Delta a = 0.05\ cm$，算出相对誤差：

$$E_L = \frac{0.05}{50.55} \times 100\% \doteq \frac{0.05}{50} \times 100\% = 0.1\%$$

$$E_b = \frac{0.05}{5.45} \times 100\% = 1\%$$

$$E_a = \frac{0.05}{0.55} \times 100\% = 10\%$$

❷用米尺、游标尺、螺旋测微計测同一銅柱体直徑：

$$d_{米} = 1.85cm, \quad \Delta d_{米} = 0.05cm, \quad E_{米} = \frac{0.05}{1.85} = 3\%$$

$$d_{游} = 1.850cm, \quad \Delta d_{游} = 0.005cm, \quad E_{游} = \frac{0.005}{1.850} = 0.3\%$$

$$d_{螺} = 1.8505cm, \quad \Delta d_{螺} = 0.0005cm, \quad E_{螺} = \frac{0.0005}{1.8505} = 0.03\%$$

从上面兩例就可以看出：

❶用同一测量工具测不同量时，数值愈大的，测得的数据有效数位愈多，並且相对誤差愈小，即愈正確。

用不同测量工具测同一量时，仪器最小刻度愈小，愈精確，則测得的数据有效数位愈多，愈正確。所以一个数据的有效数位愈多，則这个数据的正確程度就愈高。在今后記錄一个测量数据或表达物理量結果值时，作下述規定：