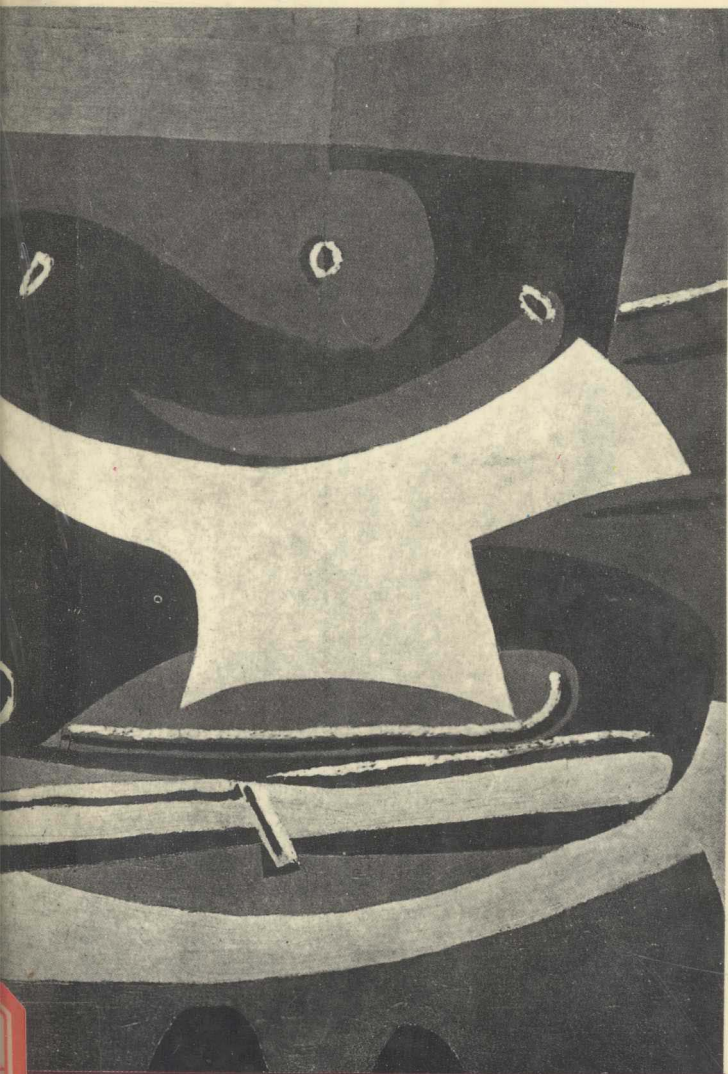


数学教育丛书

SX

数
学
学
习
论

郑君文
张恩华
著



★广西教育出版社



A0274445

数学教育丛书

主编 马志林

数学学习论

郑君文 张恩华 著

01-0
Z577-2

01-0
Z577-2

01班
十。

广西教育出版社

数学学习论

郑君文 张思华 著

☆

广西教育出版社出版

(南宁市鲤湾路8号)

广西新华书店发行 南宁地区印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 6.25 印张 插页 4 147 千字

1991年3月第1版 1994年5月第2次印刷

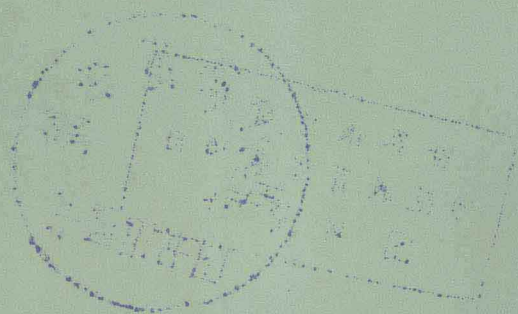
印数:2,501—4,500册

ISBN 7-5435-1231-9/G·966 定价:4.90元

内容介绍

这是国内第一本全面论述数学学习的理论著作。书中运用系统论的观点方法以及现代认知心理学的学习理论，从数学学习过程、学习者自身因素、环境因素等方面，论述数学学习的一般过程和特殊过程；论述认知因素（数学认知结构、思维发展水平、数学能力等）和非认知因素（学习动机、兴趣、情感、意志、态度等）及家庭、学校、社会对数学学习的影响；并从整体出发，论述数学学习观、数学学习的基本原则和基本方法，从中揭示数学学习的特点和规律。

推动数学 建构



教 研 学 科 理 论



作者简介

郑君文 男，1932年生，浙江东阳人。1953年毕业于浙江师范学院数学科，曾在江苏教育学院任教，现为南京师范大学数学系副教授，全国高师院校数学教育研究会理事，江苏省数学学会高师院校数学教育专业委员会主任委员。

主要研究方向为数学教育，曾与人合著《数学教育学》、《数学教育学概论》等书，并发表过有关论文多篇。

张恩华 男，1940年生，江苏南京人。1962年毕业于南京师范学院数学系，留校任教至今。现为南京师范大学数学系副教授，并任数学教育教研室主任、江苏省数学学会高师院校数学教育专业委员会秘书。

主要专业方向为初等数学研究和数学教育。曾与他人合著《数学教育学》、《数学教育学概论》等书，并发表过有关论文多篇。

总 序

马忠林

《数学教育丛书》的出版，标志着我国数学教育研究进入了一个新时期。

中国是数学发祥地之一。远在公元6世纪我国古算家已完成了《算经十书》这样的伟大著作，成为长达近二千年流传着的算学教材，作为我国数学教育（初期）媒介，起着巨大作用，直至清末算学教育也仍以此为鉴。我国早期的数学教育，实际上是来自田园、作坊、家庭，其教学形式不外是父教子、师带徒的个别传授。后来才进而发展为私塾、家馆及学社式的教学，这可称之为数学教育的萌芽时期。这一时期的数学教育，严格地说，只是一种教学行为。因为它并没有明确的教育制度、教学目的，甚至缺乏必要的教学手段等。

18世纪欧洲工业革命以后，西方传教士东来中国，设立教会学校，西算开始输入中国。至本世纪初，我国改学堂为学校，数学也被列入教学课程，开始使用翻译的西书及国人编纂的数学教科书，开始讲究教学方法，教学组织形式也已由个别教育改为班级制的集体教育，这就更有利于大量地培养懂科学和数学的人才。数学教育的这种进步，是可喜的。但仍有其很大局限性，因为人们还不甚了解数学教育的重要性，教学基本上是注入式的，在这种教育制度下只能培养出死记硬背知识的“书生”。这时期，除教科书外，很少有可供教师和学生阅读、参考的读物。此可谓近代数学教育的特点。

本世纪初期，由于社会、经济、科学技术的不断发展和进步，传统的数学教育已不适应客观的需要，教育改革已提到日程上来了。首先，在本世纪初英国皇家理科大学教授培利 (J. Perry) 在他的以“数学教育”为题的讲演中，提倡数学的实用性，批判了英国保守的传统教育。继之，德国的克莱茵 (F. Klein)、法国的波莱尔 (Borel)、美国的穆尔 (Moore) 等相继响应培利的革新数学教育的倡议，并提出种种改良数学教育方案。后来人们把这次向传统数学教育挑战的改革称为培利—克莱茵运动。此可谓数学教育改革的先声。

更大的数学教育改革运动，是本世纪 60 年代的数学教育现代化运动 (新数运动)。其涉及面之广，改革程度之深，是前所未有的。一举突破了传统数学教育的旧框框，企图编写理想的、新的教材，实行新的教学组织形式。改革虽不能说完美成功，但一改过去长期沉寂的数学教育，进行新的尝试与实践，还是难能可贵的。

到本世纪 60 年代，数学教育的重要性已引起世人的瞩目。1969 年国际数学教育委员会 (ICMI，成立于 1908 年) 恢复了组织，并于同年在里昂 (法) 召开了战后第一次国际数学教育会议 (ICMEI)。并相继在艾克西特 (英)、卡尔斯洛赫 (西德)、伯克利 (美)、阿德里德 (澳)、布达佩斯 (匈) 召开了会议，广泛开展国际交流，研讨数学教育的改革。会议中心议题，通常为“如何适应变革着的社会的数学教育”。正如现任国际数学教育会议主席法国南巴黎大学教授卡汉 (Kahane) 所说：“世界不啻是一个数学教育实验室，ICME 实为一个交流经验基地”。国际数学教育界多年来的交流，成果累累。

建国以来，我国国民经济迅速发展，与此相应，党和政府一贯重视科学、重视教育，数学教育进行了多次改革，中学数学教学大纲已作了六次修订，编写了多种教材，研讨教学方法，改革

教育制度，教学质量不断提高。

近10年来，我国数学界还开展了频繁的国际数学交流，不但了解了外国的数学教育改革的情况，而且结合我国实际取其长、弃其短，对数学教育进行了大力改革。

数学教育界同仁近10年来，在党的领导下，做出了巨大努力，进行了有效的工作，在教育制度、教材、教学方法各方面进行多种实验，有些取得了可喜成果。当前数学教育改革的研究，已深入到理论研究领域。各级研究会及学报、杂志发表了大量很好的研究文章，出版了多种专著，数学教育已初步形成系统化、科学化，能指导数学教学实际的一门科学——数学教育学。从事这门科学的研究队伍规模之大和研究成果之丰，在我国数学教育史上是前所未有的。所以说，我国数学教育研究，进入了一个新时期。

在系统研究我国数学教育的历史和现状之后，我们深感前人在数学教育方面留下来的资料，远远不能适应数学教育与研究之所需。有鉴于此，我们就非常需要加强学科理论基础建设工程。因此，把我国现阶段的一些研究成果分专论汇集起来，作为数学教育丛书出版，把它作为文化财富奉献给吾侪同仁，留给后人，的确是一件有意义的事。勿庸讳言，这套丛书的出版，在我国还是初创。其内容可能不够成熟，但我们希望它在现阶段，能供读者有所参考，并得到读者的培植，使它在读者关怀下发挥些微作用。如果读者在阅读中，还能有些收获，则更是作者、编者、出版者深感荣幸和欣慰的。

广西教育出版社，从事业职责出发，付出巨大努力出版这套丛书，这是值得称赞的。

多年来渴望此类教育丛书出版，兹当它得以面世之际，赘数言以为序。

前 言

数学学习论以学生的数学学习为研究对象，探索学生怎样获得数学的知识、技能和能力，受哪些因素的影响，有什么规律等。数学学习论是数学教育科学的基础理论与核心部分，它为数学教学理论和数学课程理论的建设提供心理依据，为数学教师的教学提供理论依据。

本书是在作者近几年来探讨数学学习理论，对南京师范大学数学系学生和研究生多次讲授《数学教育学》和《教育心理学》课的基础上，根据所编讲义中的部分内容，经加工、整理、充实而形成的。在这次撰写过程中，我们力图以辩证唯物主义为指导，运用系统科学的观点方法，根据数学学习的特点和实际，吸取心理学、教育学、思维科学等学科的有关原理方法，精选数学学习的经验和对数学学习的指导（其中特别是数学家对学习的指导及其青少年时代学习数学的经验），进行综合分析、概括提炼，以求揭示数学学习的性质、过程、因素和规律。本书在阐明问题时，注意理论与实际相结合，选用适当的例子予以说明。

本书共八章，其中第一、二、三、四章由张恩华编写，其余各章和绪论由郑君文编写。在编写过程中，我们参阅了大量书籍和文章，它们对本书的编写起了很大的启迪作用。在此，谨向有关的作者致谢。

本书的编写，直接得到广西教育出版社的编辑赵汝明同志的热情关心和支持，我们谨向他表示衷心的感谢！

随着数学教育改革的深入进行，数学学习理论的研究已越来越引起人们的关注，这方面有价值的文章时有可见。但因仍处于

开创时期，尚存在各种不同的观点，要探讨的问题还很多。本书只是反映了我们的基本观点和初步研究成果。由于水平有限，书中难免会有错误或不当之处，敬请专家学者及广大读者不吝指正。

郑君文 张恩华

1990年8月于南京师范大学

目 录

绪论	(1)
一、数学教育与数学学习	(1)
二、数学学习论研究的内容	(4)
三、数学学习论的研究方法	(7)

第一章 数学学习与数学认知结构	(14)
1.1 数学学习的涵义	(14)
1.2 数学学习的类型	(17)
1.3 学习迁移	(21)

第二章 数学学习的认知过程	(24)
2.1 数学学习的一般过程	(24)
2.2 数学知识的学习	(27)
2.3 数学技能的学习	(40)

第三章 数学问题解决与创造性	(45)
3.1 数学问题及其解决	(45)
3.2 数学问题解决的方法	(54)
3.3 数学问题解决的思维过程	(62)
3.4 影响问题解决的因素	(65)
3.5 数学问题解决与创造性的培养	(69)

第四章	思维发展与数学思维方式	(76)
4.1	思维及其类型	(76)
4.2	思维发展与数学学习	(78)
4.3	思维定势	(83)
4.4	数学思维及其方式	(91)
4.5	思维品质及其培养	(100)

第五章	数学能力	(105)
5.1	数学能力与数学学习	(105)
5.2	数学能力结构分析	(108)
5.3	形成和发展数学能力的基本途径	(115)

第六章	数学学习的非认知因素	(123)
6.1	学习动机和学习兴趣	(124)
6.2	学习情感与学习意志	(133)
6.3	学习态度	(137)

第七章	数学学习的环境因素	(141)
7.1	家庭环境的影响	(141)
7.2	学校教育的影响	(146)
7.3	社会环境的影响	(155)

第八章	数学学习观、数学学习的原则和方法	(158)
8.1	数学学习观	(159)
8.2	数学学习基本原则	(162)
8.3	数学学习基本方法	(172)
8.4	形成符合自己个性的学习方法	(182)

主要参考文献	(186)
---------------------	-------

绪 论

数学学习论是数学教育学的重要组成部分，它以学生的数学学习作为研究对象，揭示其自身的性质、特点、过程和规律。学生的学习是在学校教育的条件下，以教材为中介进行的。所以我们首先介绍数学教育与数学学习的关系，然后指出数学学习论研究的主要内容，最后简述其研究方法。

一、数学教育与数学学习

数学教学活动是师生双边的活动，它以数学教材为中介，通过教师教的活动和学生学的活动的相互作用，使学生获得数学知识、提高能力、发展个性品质和形成良好的学习态度。这就是说，数学教育目标的实现，最后体现在学生身上，并且要通过学生的活动才能达到。教学活动中，学生处于学习的主体地位，当教材、教学手段和教学方法符合学生“学的规律”时，才能发挥高效率，产生最佳效果。因此，在数学教育中，数学学习规律的研究处于基础的地位。

为了培养数学人才、普及数学，历来许多数学家和数学教育家都十分重视研究学生的数学学习，探索数学学习的规律。我国南宋末年的数学教育家杨辉，在《乘除通变本末》一书的上卷中

有“习算纲目”一节，提出了他的数学教育主张，可归纳为“循序渐进与熟读精思的学习方法”等三条^①，指出了如何学习数学，怎样培养学习者自觉的计算能力等，这是他研究数学学习方面的重要成果。我国现代数学家华罗庚，结合自己自学数学的丰富经验，多次作讲演写文章向青少年谈如何学习数学，指导大中学生和研究生进行数学学习与数学研究，从中揭示了数学学习的重要规律。美籍匈牙利数学家 G·波利亚 (George Polya, 1888—1985)，提出学习 (数学) 三原则，注重学生的学习过程，强调“猜测”、“发现”在数学学习中的重要性；认为“教师应当了解学习的方法和途径”^②。

数学学习所要解决的根本问题，是探索在学校教育的条件下，学生的数学知识、技能和能力是怎样获得的，其间有什么规律。科学家钱学森说：“教育科学中最难的问题，也是最核心的问题是教育科学的基础理论，即人的知识和应用知识的智力是怎样获得的，有什么规律，解决了这个核心问题，教育科学的其他学问和教育工作的其他部门都有了基础，有了依据。”^③ 这一精辟的论述也完全适合于数学教育的情形，即数学教育中最核心的问题，是学生的数学知识、能力是怎样获得的，有什么规律。实际上，这就是数学学习论所要解决的根本问题，它反映了数学教育科学要以数学学习理论为基础，同时要求我们，在进行数学教育及其研究时不能离开学生的数学学习这一主体活动的基本规律。

探索数学学习，主要在于揭示数学学习过程的心理规律，并与学生的心理发展相吻合。由于不同年龄阶段数学学习的心理过

① 钱宝琮等著：《宋元数学史论文集》，科学出版社，1966年第1版，第159页。

② (美) 乔治·波利亚著：《数学的发现》第二卷，蒙古人民出版社，1981年第1版，第158页。

③ 钱学森主编：《关于思维科学》，上海人民出版社，1986年第1版，第448页。

程存着很大差异，这就要求数学教材的编写与教学方法的运用要适应学生的年龄特征，并促进学生的心理发展。F·克莱因(Felix Klein 1849—1925)提出“教材的选择、排列，应适应于学生心理的自然发展，”^①也充分说明了课程设置，教材编写应以数学学习理论为基础，要体现学生数学学习的规律等。

数学学习的心理过程，不仅仅是一个认识过程，而且还交织着情感过程、意志过程以及个性心理特征等，这就为数学教育提供了广泛的内容。现在人们在数学教育中，重视对学生非智力因素和态度、精神的培养，不能不说与此有关，因此，对数学学习的研究，将会影响数学教育及其研究的广度与深度，直接关系到数学教育的效果。

当今数学教育，已不仅限于研究数学的教，而且还研究数学的学与数学课程等。就研究数学的教和学以及课程而论，也已突破自身的范围，注意吸收和运用心理科学、教育科学等相关学科的有关理论，从多个方面、不同的角度对它们进行探讨。例如，美国 Frederick H·Bell 写的《中学数学的教和学》(《Teaching and learning Mathematics (In Secondary Schools)》)一书中的第三章里，结合数学的教和学，介绍了皮亚杰的智力发展的理论(Piaget's Theory of Intellectual Development)、吉尔福特的智力结构模型(J·P·Guilford's Structure of Intellect Model)、加涅的学习理论(Robert Gagne's Theory of learning)、狄尼斯论学习数学(Dienes on Learning Mathematics)、奥苏伯尔的有意义言语学习理论(Ausubel's Theory of Meaningful Verbal Learning)、布鲁纳论学习与教学(Jerome Bruner on Learning and Instruction)、斯金纳论教和学(B·F·Skinner on Teaching and

^① 中国科学院自然科学史研究所数学史组、中国科学院数学研究所数学史组编：《数学史译文集》，上海科学技术出版社，1981年，第1版，第6页。