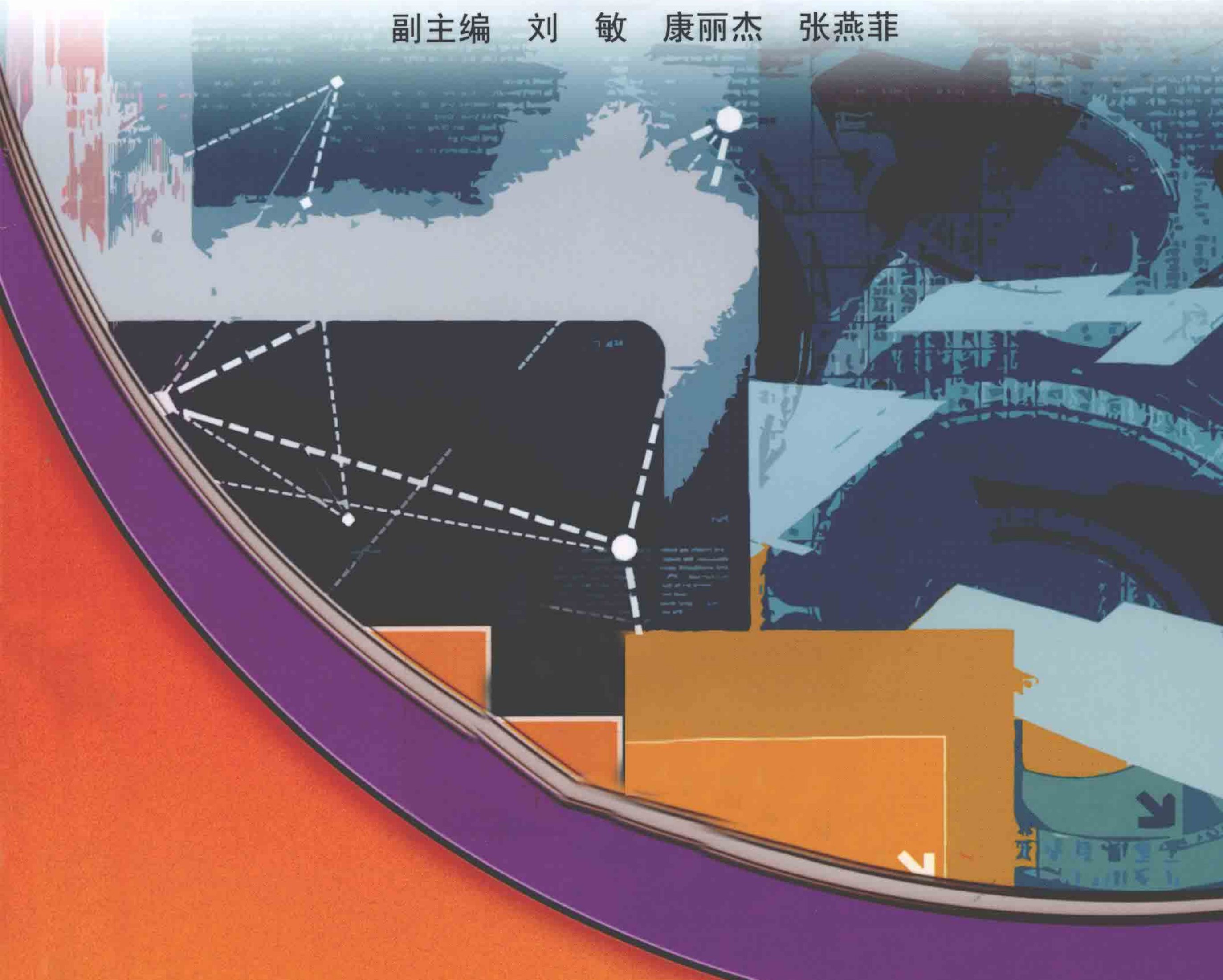
21世纪高职高专规划教材·数控系列

数字电子技术

SHU ZI DIAN ZI JI SHU

主　编　崔爱红　胡长胜

副主编　刘　敏　康丽杰　张燕菲



中国人民大学出版社

21 世纪高职高专规划教材·数控系列

数字电子技术

主　编　崔爱红　胡长胜
副主编　刘　敏　康丽杰　张燕菲

中国人民大学出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

数字电子技术/崔爱红等主编
北京:中国人民大学出版社,2010
21世纪高职高专规划教材·数控系列
ISBN 978-7-300-12311-0

Ⅰ.①数…
Ⅱ.①崔…
Ⅲ.①数字电路-电子技术-高等学校:技术学校-教材
Ⅳ.①TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第111042号

21世纪高职高专规划教材·数控系列
数字电子技术
主　编　崔爱红　胡长胜
副主编　刘　敏　康丽杰　张燕非

出版发行	中国人民大学出版社		
社　址	北京中关村大街31号	邮政编码	100080
电　话	010－62511242(总编室)		010－62511398(质管部)
	010－82501766(邮购部)		010－62514148(门市部)
	010－62515195(发行公司)		010－62515275(盗版举报)
网　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经　销	新华书店		
印　刷	北京东君印刷有限公司		
规　格	185 mm×260 mm　16开本	版　次	2010年8月第1版
印　张	11.75	印　次	2010年8月第1次印刷
字　数	268 000	定　价	22.00元

前　言

本书是根据教育部制定的高职高专教育“数字电子技术”课程教学的基本要求和高职高专人才培养的规范和特点，并结合现代数字电子技术的发展趋势而编写的。

全书分八章，主要内容有：逻辑代数基础、集成逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲波形的产生与整形电路、D/A 与 A/D 转换、半导体存储器和可编程逻辑器件等。

在内容及章节编排上，本书充分考虑高职高专学生的特点和专业需要，以够用和实用为教学改革方向，侧重基本分析方法、设计方法和集成电路芯片的应用。在注重基本概念和基础理论的同时，更加强调应用和实践能力的培养。在每章的开始设有“典型应用电路”，突出数字电子技术的实用性；每章章末的“书报文摘”能让学生开阔视野，了解一些新的技术动态；书中每一个例题都加以分析，以方便学生理解和自学。各章还设有教学目标、总结提要、概念复习、网站读物、问题思考、习题练习等，供学生复习、自学使用。

本书适用于高职高专电子信息类专业，也适用于高职高专数控专业、电气专业和相关专业使用，同时可供从事相关工作的技术人员参考。

本书由崔爱红、胡长胜担任主编，刘敏、康丽杰、张燕菲任副主编。崔爱红编写第 1 章、第 4 章及附录并负责全书的统稿工作，胡长胜编写第 7 章，刘敏编写第 2 章、第 8 章，康丽杰编写第 5 章、第 6 章，张燕菲编写第 3 章。

在本书的编写过程中，得到了有关领导和老师的大力支持和帮助，赵志恒教授主审了全书，并提出了大量宝贵意见，在此谨向他们表示感谢。

由于编者水平有限，书中错漏在所难免，不当之处，恳请读者批评指正。

编者

2010 年 6 月

目　　录

第 1 章　逻辑代数基础

【教学目标】

1. 了解与、或、非三种基本逻辑关系的概念、逻辑代数的基本定律与规则。
2. 学会用逻辑代数的基本公式和常用公式去化简逻辑函数。
3. 掌握 5 变量以下卡诺图的画法，能熟练地运用卡诺图化简逻辑函数。

【典型应用电路】

声光控延时开关

声光控延时开关集声控、光控、延时自动控制技术为一体，白天光线较强时，受光控自锁，有声响也不开灯；当傍晚环境光线变暗后，开关自动进入待机状态，遇有说话声、脚步声等声响时，会立即开灯，延时半分钟后自动关灯。声光控延时开关不仅能延长灯泡的寿命，还能达到节电的目的。在这里，声音和环境光线变暗是两个条件，即为两个逻辑变量，只有这两个条件均满足时，灯亮才能实现。

声光控延时开关的电路原理图如图 1—1 所示。电路中的主要元器件是数字集成电路 CD4011，还有 4 个独立的与非门，电路结构简单，工作可靠性高。

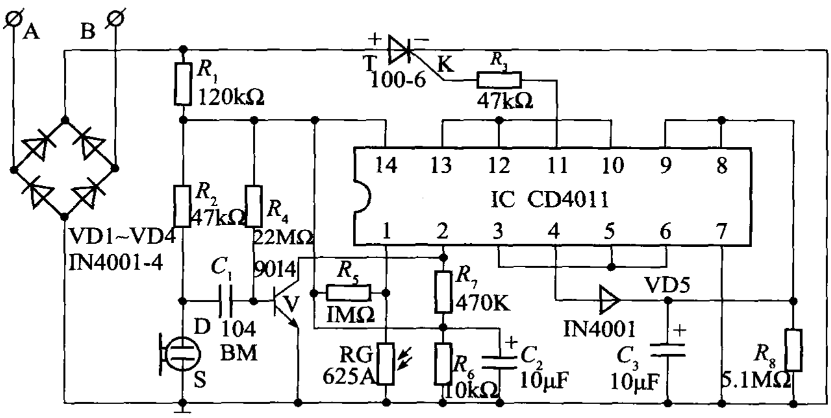


图 1—1　声光控延时开关的电路原理图

本章着重讨论数字电路中逻辑关系的基本知识——逻辑代数，它是分析和设计数字电路的主要工具，是学习数字电子技术的基础。

1.1 逻辑变量与逻辑运算

1849 年，英国数学家乔治·布尔（George Boole）首先提出了描述客观事物逻辑关系的数学方法——布尔代数，因为布尔代数被广泛地用于开关电路及数字逻辑电路的分析设计中，故又把布尔代数称为开关代数或逻辑代数。

1.1.1 逻辑变量

逻辑代数中，用字母来表示变量，这种变量叫做逻辑变量。逻辑变量的取值只有 0 和 1 两个，这时 0 和 1 不表示数量的大小，只表示两种不同的逻辑状态，例如是和非、真和假、高电位和低电位、有和无、开和关等。在研究事件的因果变化关系时，决定事件变化的因素称为逻辑自变量，而与之对应的事件的结果称为逻辑结果，以某种形式表示的逻辑自变量与逻辑结果之间的函数关系称为逻辑函数。

1.1.2 逻辑运算

1. 基本逻辑运算

基本的逻辑关系有三种，即逻辑与、逻辑或、逻辑非。与之相对应，在逻辑代数中，基本的逻辑运算也有三种：与运算、或运算、非运算。为了理解与、或、非三种基本逻辑运算的含义，以下面例子进行说明。

从图 1—2 可以看出，若把开关的闭合作为条件，把灯泡的亮作为结果，那么三个电路图代表的逻辑关系如下：

图 1—2（a）表示只有决定事件结果的全部条件均具备时结果才发生，这种逻辑关系叫逻辑与、与逻辑或逻辑相乘。

图 1—2（b）表示决定事件的所有条件中只要一个满足，结果就能发生，这种逻辑关系叫逻辑或、或逻辑或逻辑相加。

图 1—2（c）表示决定事件的条件满足时，结果不会发生，而条件不满足时，结果反而会发生，这种逻辑关系叫逻辑非、非逻辑或逻辑求反。

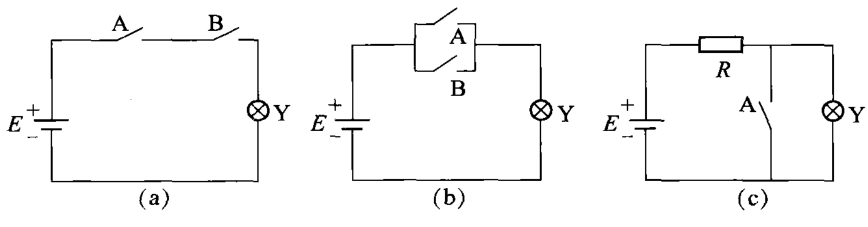


图 1—2 表示与、或、非的电路

若以 A、B 来表示逻辑自变量，Y 表示逻辑因变量，A、B 取 0 表示开关断开，取 1 表示开关闭合；Y 取 0 表示灯泡灭，取 1 表示灯泡亮，即可列出因变量与自变量之间变化关系表，称为逻辑真值表，见表 1—1～表 1—3。

表 1—1　与逻辑真值表

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表 1—2　或逻辑真值表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表 1—3　非逻辑真值表

A	Y
0	1
1	0

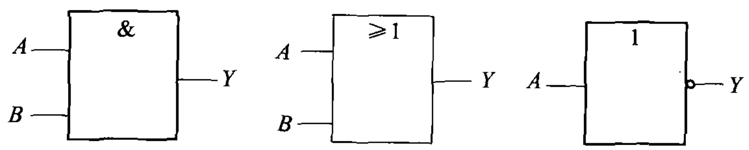
将上述三种基本逻辑运算的逻辑自变量与逻辑因变量之间的关系表示成逻辑函数的形式为：

$Y=A\cdot B$　与逻辑运算

$Y=A+B$　或逻辑运算

$Y=\overline{A}$　非逻辑运算

式中的“·”表示与运算，“+”表示或运算，变量上面的“-”表示非运算。同时，把实现与逻辑运算的单元电路叫与门，把实现或逻辑运算的单元电路叫或门，把实现非逻辑运算的单元电路叫非门。与、或、非逻辑运算不仅可以用逻辑函数的形式来表示，还可以用图形符号来表示，这些图形符号不仅可以表示有关的逻辑运算，还可以表示相应的门电路。图 1—3 即为国家标准所采用的图形符号。



(a) 与逻辑符号　(b) 或逻辑符号　(c) 非逻辑符号

图 1—3　逻辑符号

2. 组合逻辑运算

在实际问题中，事件的因果关系往往比单一的与、或、非要复杂得多，不过它们均可用与、或、非组合来实现。将含有两个或两个以上基本逻辑的逻辑函数关系式称为组合逻辑函数。

通常组合逻辑函数包括与非、或非、异或、与或非等，相应的真值表见表 1—4～表 1—7。

表 1—4　与非逻辑真值表

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

表 1—5　或非逻辑真值表

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

表 1—6　异或逻辑真值表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

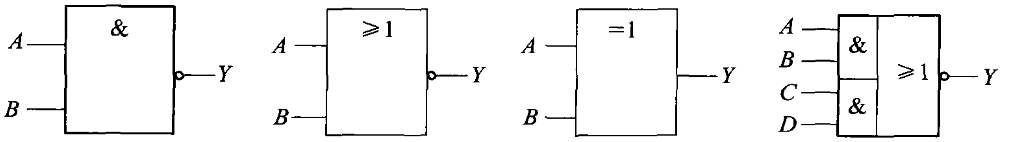
表 1—7　与或非逻辑真值表

A	B	C	D	Y	A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1

续前表

A	B	C	D	Y	A	B	C	D	Y
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

与非、或非、异或、与或非运算的图形符号如图 1—4 所示。



(a) 与非逻辑电路　(b) 或非逻辑电路　(c) 异或逻辑电路　(d) 与或非逻辑电路

图 1—4　组合逻辑电路的图形符号

由组合逻辑函数的真值表可知，与非运算是将 A 和 B 先进行与运算，然后将结果求反，可用公式 $Y=\overline{AB}$表示，故与非运算属于与运算和非运算的组合，图形符号中的小圆圈表示非运算。

或非运算是将 A 和 B 先进行或运算，然后将结果求反，可用公式 $Y=\overline{A+B}$表示，故属于或运算和非运算的组合。

异或运算的规律是当 A 和 B 取值不同时，输出为 1；取值相同时，输出为 0。异或运算可用与、或、非的组合表示：$A\oplus B=A\overline{B}+\overline{A}B$。

与或非运算是将 A、B、C 和 D 分别进行与运算，再将结果进行或运算，最后进行求反，可用公式 $Y=\overline{AB+CD}$表示，故属于与、或、非运算的组合。

1.2　逻辑代数的基本定律和基本规则

1.2.1　逻辑代数的基本定律

在逻辑代数中，有一些基本定律，见表 1—8。这些定律对今后的逻辑运算及逻辑函数的化简均有非常重要的作用。

表 1—8　　逻辑代数基本定律

序号	定律	
1	$0\cdot A=0$	$1+A=1$
2	$1\cdot A=A$	$0+A=A$
3	$A\cdot A=A$	$A+A=A$
4	$A\cdot\overline{A}=0$	$A+\overline{A}=1$
5	$A\cdot B=B\cdot A$	$A+B=B+A$
6	$A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$	$A+(B+C)=(A+B)+C$
7	$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$	$A+B\cdot C=(A+B)(A+C)$
8	$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$
9	$\overline{\overline{A}}=A$	

表 1—8 中 1、2 为常量与变量间的运算规律，称为 0—1 律；3 为同一变量的运算规律，称为重叠律；4 为变量与反变量的运算规律，称为互补律；5 为交换律；6 为结合律；7 为分配律；8 是著名的摩根定理，也称反演律；9 表示一个变量两次求反运算后还原为本身，故称还原律或非非律。

上述这些定律的正确性可用真值表的方法加以证明，若将变量的所有取值代入等式两边，两边的结果相等，则等式成立。

1.2.2　逻辑代数常用公式

在逻辑代数中，有以下几个常用公式：

$$A+AB=A \tag{1—1}$$

$$A+\overline{A}B=A+B \tag{1—2}$$

$$AB+A\overline{B}=A \tag{1—3}$$

$$(A+B)\cdot(A+\overline{B})=A \tag{1—4}$$

$$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C \tag{1—5}$$

这里仅对公式（1—5）加以证明，其余公式读者可用基本定律或真值表自己证明。

$$\begin{aligned}AB+\overline{A}C+BC&=AB+\overline{A}C+BC(A+\overline{A})\\&=AB+\overline{A}C+ABC+\overline{A}BC\\&=AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)\\&=AB\cdot 1+\overline{A}C\cdot 1\\&=AB+\overline{A}C\end{aligned}$$

1.2.3　逻辑代数的基本规则

1. 代入规则

将等式两边的同一个逻辑变量均以一个逻辑函数取代，则等式仍然成立，这一规则称为代入规则。

利用代入规则，可将前面讲过的基本定律和常用公式推广，掌握这些推广的形式，对逻辑函数化简非常有用。

应用代入规则将摩根定理推广，例如 $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$，若以 $(B+C)$ 代替原来的 B，则有 $\overline{A+(B+C)}=\overline{A}\cdot\overline{B+C}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$。

2. 反演规则

对于任意一个逻辑函数式 Y，若将其中所有的“·”换成“+”，“+”换成“·”；0 换成 1，1 换成 0；原变量换成反变量，反变量换成原变量，得到的函数式就是 $\overline{Y}$，这就是反演规则。利用反演规则可非常方便地求反函数 $\overline{Y}$。例如 $Y=(A+\overline{B}C)(\overline{A}+D)$，则 $\overline{Y}=\overline{A}\cdot(B+\overline{C})+A\cdot\overline{D}=\overline{A}B+\overline{A}\,\overline{C}+A\overline{D}$。

在使用反演规则求反函数式时应注意以下两点：

（1）必须遵循先括号，然后乘，最后加的运算原则。

（2）不属于单个变量上的非号应保留不变。

3. 对偶规则

对于任意一个逻辑函数式 Y，若将其中的“·”换成“+”，“+”换成“·”；0 换成 1，1 换成 0，所得到的一个新的逻辑函数式，就是函数 Y 的对偶式，记为 Y'。由证明可得，若两个逻辑函数相等，则其对应的对偶式也相等。利用这一结果，可先证明某一等式两边函

数的对偶式相等，再得出两函数相等，这样可简化证明过程。

1.3 逻辑函数的表示方法及相互转换

1.3.1 逻辑函数的表示方法

在实际使用中，逻辑函数的表示方法有多种，一般可用逻辑真值表、逻辑函数式、逻辑图、卡诺图及波形图等来表示。本节主要介绍前四种表示方法及相互转换，波形图表示法在后续章节中作介绍。

1. 逻辑真值表

将逻辑自变量所有取值和与其相对应的逻辑因变量的结果列成表格即得到真值表，真值表可将事件的因果关系非常直观地表示出来。

2. 逻辑函数式

将逻辑自变量和逻辑因变量的关系用与、或、非等运算的组合形式表示出来，即为逻辑函数式。逻辑函数式对事件的因果关系表示非常简捷，也便于化简。

3. 逻辑图

将逻辑函数式中的与、或、非等逻辑关系用对应的图形符号表示，即为逻辑图。逻辑图便于将事件的因果关系连成逻辑电路，因为最终的逻辑功能均依靠逻辑电路来实现。

4. 卡诺图

卡诺图实质上是把真值表按格雷码的编码规律排列出来的方格图。卡诺图中，小方格的个数与真值表的行数相同；真值表中，各行的行号也就是卡诺图中相应小方格的编号。

1.3.2 各种表示方法间的相互转换

1. 从真值表到逻辑函数式

例 1—1 已知一个奇偶判断电路的真值表（见表 1—9），试写出它的逻辑函数式。

表 1—9　　例 1—1 的真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

分析 由真值表到逻辑函数式，步骤如下：

（1）找出真值表中使 $Y=1$ 的那些输入变量的组合。

（2）每组输入变量取值的组合对应一个乘积项，取 1 的写成原变量，取 0 的写成反变量。

（3）将这些乘积项相加，得到的即为逻辑函数式。

解 从真值表的变化规律可知，当变量 A、B、C 中有两个同时为 1 时，输出 Y 为 1，否则 Y 为 0：

$A=0$，$B=1$，$C=1$ 时，有 $\overline{A}BC=1$

$A=1$，$B=0$，$C=1$ 时，有 $A\overline{B}C=1$

$A=1$，$B=1$，$C=0$ 时，有 $AB\overline{C}=1$

故 Y 的逻辑函数式为上述三个乘积项之和，即 $Y=\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}$。

2. 由逻辑函数式列出真值表

将输入变量的所有取值组合代入逻辑函数式中，求出函数值，列成表格，即可得到真值表。

例 1—2　已知 $Y=A\overline{B}+B\overline{C}$，求其对应的真值表。

分析　由逻辑函数式列出真值表，只要将 A、B、C 的八种取值组合逐一代入函数式，得出函数值，列成表格，即可得到其对应的真值表。

解　列出函数 $Y=A\overline{B}+B\overline{C}$ 的真值表（见表 1—10）。

表 1—10　　**例 1—2 的真值表**

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

3. 由逻辑函数式画出逻辑图

用图形符号逐一代替函数式的运算符号，即可得到逻辑图。

例 1—3　已知 $Y=A\overline{B}+B\overline{C}$，试画出逻辑图。

分析　逻辑图就是用逻辑符号表示基本单元电路以及由这些基本单元电路组成的具有对应于某个逻辑函数功能的电路图。一般都是根据函数表达式画逻辑图的，只要把表达式中各个逻辑运算用相应门电路的逻辑符号代替，就可以画出和函数表达式相对应的逻辑图。

解　函数式 Y 的逻辑图，如图 1—5 所示。

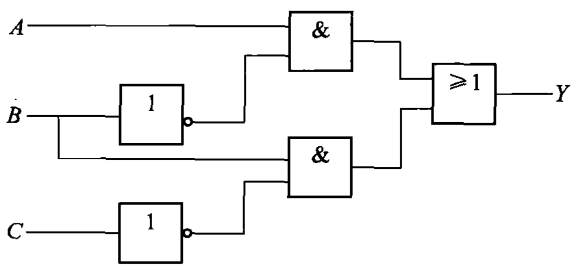


图 1—5　函数式 Y 的逻辑图

4. 由逻辑图写出逻辑函数式

从输入端到输出端逐级写出每个图形符号对应的逻辑式，即可得到对应的逻辑函数式。

例 1—4　已知某一函数的逻辑图如图 1—6 所示，写出对应的逻辑函数式。

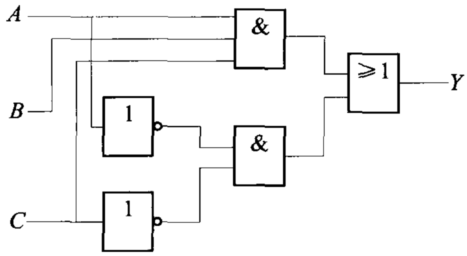


图 1—6　例 1—4 的逻辑图

分析　根据函数的逻辑图，可以从它的输出、输入变量间的逻辑关系得出和逻辑图相对应的函数表达式。只要对照逻辑图从输入到输出逐个写出输出端的表达式，那么逻辑图最后一级输出的逻辑关系式即为此逻辑图所对应的函数表达式。

解　图 1—6 对应的逻辑函数式为 $Y = ABC + \overline{A}\,\overline{C}$。

1.4　逻辑函数的化简方法

在分析逻辑问题时会发现，同一个逻辑函数虽然它所实现的逻辑功能相同，但其表达形式却多种多样，例如：$Y = AB + BC = \overline{\overline{AB}\ \overline{BC}} = \overline{\overline{A}+\overline{B}} + \overline{\overline{B}+\overline{C}}$。

人们总希望逻辑函数的表达形式最简单，因为当逻辑函数的形式最简单时，实现其逻辑功能的电路元件最少，不仅成本低，而且性能更可靠。

由于逻辑函数多以与或式出现，故下面将以与或式为例，分析其最简式的化简方法。所谓最简与或式，是指函数式的乘积项最少，且每个乘积项中的因子数也最少。

1.4.1　逻辑函数的代数化简法

所谓代数化简法，即指采用基本定律及常用公式对函数进行化简，见表 1—11。

表 1—11　　**代数化简法**

名称	所用公式	方法说明	举例
并项法	$A+\overline{A}=1$	将两项合并为一项，同时消去一个变量	$AB+A\overline{B}=A$
吸收法	$A+AB=A$	将多余的乘积项 AB 吸收掉	$A\overline{B}+A\overline{B}CD\ (E+F)\ =A\overline{B}$
消因子法	$A+\overline{A}B=A+B$	消去乘积项中多余的因子	
消项法	$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$ $AB+\overline{A}C+BCD=AB+\overline{A}C$	消去多余项	
配项法	$A=A+A$	重复写入某项，再与其他项配合进行化简	$\overline{A}\,\overline{B}+\overline{A}B+AB=\ (\overline{A}\,\overline{B}+\overline{A}B)$ $+\ (\overline{A}B+AB)$
	$1=A+\overline{A}$	一项拆成两项，再与其他项配合进行化简	$A=AB+A\overline{B}$

例 1—5　化简逻辑函数 $Y=A\overline{B}+\overline{A}\,\overline{B}+ACD+\overline{A}CD$。

分析　在对逻辑函数进行化简时，要灵活、综合甚至重复地使用某些公式，才能将函数

化成最简的形式。能否尽快将函数化为最简形式，取决于对公式的熟练程度及应用技巧。

解　$Y = A\bar{B} + \bar{A}\,\bar{B} + ACD + \bar{A}CD$

$= (A+\bar{A})\ \bar{B} + (A+\bar{A})\ CD$

$= 1 \cdot \bar{B} + 1 \cdot CD = \bar{B} + CD$

1.4.2　逻辑函数的图形化简法

1. 逻辑函数的最小项之和形式

逻辑变量之间只进行逻辑与运算的表达式称为与项，与项之间只进行逻辑或运算的表达式称为与或表达式。例如：AC、$\bar{A}BC$ 是与项，$AC+\bar{A}BC$ 是与或表达式。

最小项是与项的一种，设有 n 个逻辑变量，由它们组成的具有 n 个变量的与项中，每个变量以原变量或反变量的形式出现一次而且仅出现一次，则称这个与项为最小项。对于 n 个变量来说可以有 2^n 个最小项。

例如：对于具有两个变量 A、B 的函数来说，就有四个最小项，分别为 $\bar{A}\,\bar{B}$、$\bar{A}B$、$A\bar{B}$、AB。

为了叙述及书写方便，通常用 m_i 表示最小项，下角标 i 的值是这样确定的：当变量按一定顺序排列好后，在对应的最小项中，若出现原变量时为 1，若出现反变量则为 0，这些 0、1 按顺序组成一个二进制数，这个二进制数所对应的十进制数就是 m_i 的下角标 i。

例如：当 $n=2$ 时，$\bar{A}\,\bar{B}$ (00) $= m_0$，$\bar{A}B$ (01) $= m_1$，$A\bar{B}$ (10) $= m_2$，AB (11) $= m_3$。

为了分析最小项的性质，将两个变量所有最小项的真值列出，见表 1—12。由表中可看出最小项的性质。

表 1—12　　**两个变量最小项**

A	B	m_0	m_1	m_2	m_3
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

(1) 使每一个最小项等于 1 的自变量的取值是唯一的。例如，当 $AB=00$ 时，只有 $m_0 = 1$，其余各最小项均为 0；当 $AB=11$ 时，只有 $m_3=1$，而其余最小项均为 0。

(2) 两个不同的最小项之积为 0，即 $m_i \cdot m_j = 0\ (i \neq j)$。

(3) n 个变量的所有最小项的逻辑和恒等于 1，即 $\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$。

求最小项有如下两种方法：

(1) 将逻辑函数先用真值表表示，再根据真值表写出该逻辑函数的最小项之和。

例 1—6　设 $Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + BC + A\bar{C}$，将 Y 表示成最小项之和形式。

分析　将函数式变为最小项之和形式，只需根据逻辑函数的表达式列出真值表，找出使 $Y=1$ 的变量取值组合，并写出这些组合相对应的最小项，最后将这些最小项相或，即得逻辑函数的最小项表达式。

解　列出真值表（见表 1—13），从真值表可得：

$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\,\bar{C} + AB\bar{C} + ABC$

$= m_0 + m_3 + m_4 + m_5 + m_7$

$= \sum m(0,3,4,6,7)$

表 1—13　　**Y 的真值表**

A	B	C	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	BC	$A\bar{C}$	Y
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1

（2）将逻辑函数反复利用摩根定律和配项法，将函数式表示成最小项之和的形式。

例 1—7　已知 $Y = \overline{(AB + \bar{A}\bar{B} + \bar{C})\ \bar{A}\ \bar{B}}$,将 Y 表示成最小项之和的形式。

分析　对于复杂函数式，要写出真值表很不方便，而利用摩根定律和配项法，将函数式表示成最小项之和的形式比较方便。

解　$Y = \overline{(AB + \bar{A}\bar{B} + \bar{C})\ \overline{AB}}$

$$Y = \overline{(AB + \bar{A}\bar{B} + \bar{C})} + AB$$

$$= \overline{AB} \cdot \overline{\bar{A}\bar{B}} \cdot C + AB = (\bar{A} + \bar{B})(A + B)C + AB$$

$$= (A\bar{B} + \bar{A}B)C + AB(C + \bar{C}) = A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC + AB\bar{C}$$

$$= m_5 + m_3 + m_7 + m_6 = \sum m(3,5,6,7)$$

2. 逻辑函数的图解化简法

通过真值表和逻辑函数的讨论可知，对于任何一个逻辑函数的功能描述，都可做出它的真值表，根据真值表可以写出该函数的最小项之和的形式。但是，直接把真值表作为运算工具十分不便，如果将真值表按特定规律进行排列，将其变换成方格图的形式，称为卡诺图。利用卡诺图可以方便地对逻辑函数进行化简，通常称为图形法或卡诺图法。

（1）1 变量卡诺图。

1 变量卡诺图如图 1—7（a）所示。由于变量数 $n=1$，所以它有 $2^1=2$ 个小方格，对应 m_0 和 m_1 两个最小项。图中 0 表示 A 的反变量，1 表示 A 的原变量。

（2）2 变量卡诺图。

2 变量卡诺图如图 1—7（b）所示。由于变量数 $n=2$，所以它有 $2^2=4$ 个小方格，对应 4 个最小项。小方格按相邻原则排列，每个小方格有 2 个相邻格。

（3）3 变量卡诺图。

3 变量卡诺图如图 1—7（c）所示。由于变量数 $n=3$，所以它有 $2^3=8$ 个小方格，对应 8 个最小项。每个小方格有 3 个相邻格。

（4）4 变量卡诺图。

4 变量卡诺图如图 1—7（d）所示。由于变量数 $n=4$，所以它有 $2^4=16$ 个小方格，对应 16 个最小项。每个小方格有 4 个相邻格。

A	0	1
	$\overline{A}$ m_0	A m_1

（a）1 变量卡诺图

$B \backslash A$	0	1
0	$\overline{A}\,\overline{B}$ m_0	$A\overline{B}$ m_2
1	$\overline{A}B$ m_1	AB m_3

（b）2 变量卡诺图

$C \backslash AB$	00	01	11	10
0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ m_0	$\overline{A}B\overline{C}$ m_2	$AB\overline{C}$ m_6	$A\overline{B}\,\overline{C}$ m_4
1	$\overline{A}\,\overline{B}C$ m_1	$\overline{A}BC$ m_3	ABC m_7	$A\overline{B}C$ m_5

（c）3 变量卡诺图

$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$ m_0	$\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}$ m_4	$AB\overline{C}\,\overline{D}$ m_{12}	$A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$ m_8
01	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$ m_1	$\overline{A}B\overline{C}D$ m_5	$AB\overline{C}D$ m_{13}	$A\overline{B}\,\overline{C}D$ m_9
11	$\overline{A}\,\overline{B}CD$ m_3	$\overline{A}BCD$ m_7	$ABCD$ m_{15}	$A\overline{B}CD$ m_{11}
10	$\overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}$ m_2	$\overline{A}BC\overline{D}$ m_6	$ABC\overline{D}$ m_{14}	$A\overline{B}C\overline{D}$ m_{10}

（d）4 变量卡诺图

图 1—7　1～4 变量卡诺图

5 变量及以上的卡诺图十分复杂，相邻关系难以寻找，所以卡诺图一般用于 4 变量以内。

由于任意一个 n 变量的逻辑函数都可以表示成最小项之和的形式，而 n 变量的卡诺图包含了 n 个变量的所有最小项。所以只要先根据函数中的变量数画出对应的卡诺图，然后将函数中所有的最小项在卡诺图中找到对应的小方格，在格中填上“1”作为标记，其余小方格填“0”。

例 1—8　已知 $Y=AB\overline{C}+\overline{A}BD+AC$，试将此函数填在卡诺图上。

分析　已知逻辑函数，填卡诺图时应首先利用前面学过的方法将函数 Y 表示成最小项之和的形式。本例中由于 Y 是 4 变量逻辑函数，所以画出 4 变量的卡诺图，然后将函数 Y 的表达式中所有最小项填在卡诺图对应的小方格中，对应最小项处填“1”，其余格填“0”。

解　（1）先将函数 Y 的表达式变为最小项形式：

$$\begin{aligned}
Y &= AB\overline{C}+\overline{A}BD+AC \\
&= AB\overline{C}(D+\overline{D})+\overline{A}BD(C+\overline{C})+AC(B+\overline{B})(D+\overline{D}) \\
&= \overline{A}B\overline{C}D+\overline{A}BCD+A\overline{B}C\overline{D}+A\overline{B}CD+AB\overline{C}\,\overline{D}+AB\overline{C}D+ABC\overline{D}+ABCD \\
&= \sum m\,(5,7,10,11,12,13,14,15)
\end{aligned}$$

（2）填入卡诺图，如图 1—8 所示。