紧贴1999年教改新精神

同步高效能力训练丛书

高二几何

主编 孙 彪 许小安
周建勋

名师精讲巧析
紧扣最新教材
强化能力
筑起决

天津大学出版社

同步高效能力训练丛书

高二 几何

主　编　孙　彪
许小安
周建勋
编　者　许小安
唐志华
徐洪君
汤文兵

天津大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

同步高效能力训练丛书：高二几何/孙彪等主编．—天津：天津大学出版社，1999.5
ISBN 7-5618-1187-X

Ⅰ．同…　Ⅱ．孙…　Ⅲ．几何课-高中-教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 20518 号

出　版　天津大学出版社（电话：022—27403647）
出版人　杨风和
地　址　天津市卫津路 92 号天津大学内（邮编：300072）
印　刷　辽宁省丹东印刷厂
发　行　新华书店天津发行所
开　本　787mm×1092mm　1/32
印　张　13.75
字　数　338 千
版　次　1999 年 5 月第 1 版
印　次　1999 年 5 月第 1 次
印　数　1—30 000
定　价　13.50 元

《同步高效能力训练丛书》

编　委　会

立足能力训练　培育国家英才

《同步高效能力训练丛书》序

21世纪即将来临，新世纪呼唤着创造型的人才。今天，在不断深化的教育改革大背景推动下，无论是中考还是高考，都正从知识的考查逐渐转移到能力的考查。为了适应这种形势的需要，经教育专家和教坛名师的精心策划与编写，一套富有特色的高品位的《同步高效能力训练丛书》与广大读者见面了。

这套丛书充分体现了教育部关于中学教材改革的最新精神，与最新现行教材同步配套，十分注重提炼教材中的知识点和重点、难点，以有效地提高学生的综合能力，将学生引向成功之路。

这套丛书凝聚了一大批特级、高级教师多年积累的宝贵教学经验，融汇了全国各地复习训练的教学研究成果，充分反映了中、高考命题的基本思路和未来走势，刻意追求“四性”特色——同步性、普适性、创新性、导向性。

同步性：丛书编写的内容与最新现行教材完全同步（文科同步到课，理科同步到节），能力检测设计与中考、高考的发展趋向同步合辙。这样，与学生学习、复习、考试完全协调一致，能取得最佳的效果。

普适性：丛书依据的教材是全国统编的最新现行教材，同时也兼顾到各地采用的多种教材的特点和长处，使丛书可以

更广泛地适应中学生的需要。

创新性：丛书在博采众长的基础上独树一帜，取材新颖、注重精讲，编写思路与解题技巧符合中学生的学习规律和认知规律，充分体现了教学改革与考试改革的创新精神。

导向性：丛书在疏解教学内容时，精要地指出学习要点，精辟地分析知识点和典型题。每课或每章后的同步能力训练、重点难点误点综合点拨，可使学生系统地巩固、加深和拓宽所学知识，收到事半功倍的效果。

能力训练是素质教育的根本要求，也是当前中考、高考的着重点。这套丛书紧紧抓住这个关键，进行同步高效的讲与练，扎扎实实地培养和提高学生分析问题与解决问题的能力，使学生可举一反三、触类旁通。

为了便于学生自读自练，丛书中所有的练习均附有参考答案和提示。初三和高三各册还设计了一定量的系统复习题，以适应初中、高中毕业复习和升学应试之需。

我们深信，广大中学生认真学习这套丛书，必将迅速提高综合能力和应试能力，筑起决胜的阶梯。愿同学们展开腾飞的翅膀，叩响新世纪的大门。

本套丛书问世后，诚请广大读者提出宝贵意见，对疏漏之处请批评指正，以便再版时修订，使其臻于完善。

周　鑫

1999 年 5 月 1 日

前　　言

《同步高效能力训练丛书》数学部分从初一年级到高三年级共有11册，这是与人民教育出版社最新出版的教科书同步到章节的学习辅导读物.

本书为高级中学《平面解析几何》的辅导读物. 每节编写分为［学习要点］——提出本节学习要点内容，本节的重点、难点，使学生明确对所讲授的内容中要掌握的精髓和要达到的目标.［知识点精讲］——深入浅出讲述本节的重要知识点，使学生透彻理解和掌握基础知识及内在联系.［典型题解析］——所列例题有较强的典型性和新颖性，根据近年来高考的试题走向，精要给出解题思路和习题分析，有些题还给出多种解法，以培养学生的创新思维.［同步能力训练］——分为目标测试和能力测试两部分. 目标测试为合格性练习，着重于基础知识和基本技能，为一般普通中学期中、期末测试和毕业考试、会考的要求. 能力测试是着重于灵活运用基础知识解决问题的能力练习，同高考的难度相当. 每个单元和每章后有［重点难点误点综合点拨］，简要综合归纳、剖析本单元或本章所讲授的重点、难点及内容的学习关键，对学生容易出现的错误，即所谓误点予以简要分析和必要的纠正，使学生避开误区，从而使形成的概念正确，掌握的知识基础扎实. 同时，还设有［单元学习自我检测］和［本章学习自我检测］，进行阶段性验收测试，以进一步巩固、加深学生所学知识，提高学生综合运用所学知识的能力. 本册书还给出期

中学习自我检测试题及期末学习自我检测试题，附录（书末）还给出了各类自测题的答案或提示.

通过这本与教科书同步的教学辅导用书的学习，有利于优化课堂教学过程，掌握数学思想方法，提高学生的学习能力和创新意识，有利于学生掌握基础知识和基本技能，培养学生应用基础知识解决实际问题的能力.

总之，通过本书的学习，将有利于推进素质教育，使程度不同的学生都学有所得，从而促使教学质量普遍提高.

本书由许小安、唐志华、徐洪君、汤文兵等同志编写，最后由孙彪、许小安、周建勋审订.

由于时间仓促，对书中疏漏不当之处，欢迎广大师生指正，以便再版时修订.

编　　者

1999 年 5 月

目　　录

第一章　直　　线

在平面内建立直角坐标系，从而建立了点与有序实数对（即坐标）的一一对应关系，实现了几何问题代数化的目标，这样，形的问题就可通过数的研究来揭示其内在变化规律. 本章研究了平面内最简单的几何图形——直线. 通过对本章的学习，能使我们初步领略到形的问题转化为代数问题研究的基本思想方法，这为学习下章圆锥曲线打下了基础. 所以，对本章的知识要认真理解掌握好，对线段的定比分点公式、斜率公式、点到直线的距离公式、直线方程的五种形式等要熟记，要学会用运动的观点观察问题和分析问题.

一　有向线段、定比分点

1.1　有向线段、两点的距离

【学习要点】

（1）理解有向线段的有关概念，熟练运用数轴上有向线段$\overline{AB}$的数量公式和平面内两点间的距离公式.

（2）了解解析法的意义，初步会用解析法解决一些简单的几何问题.

【知识点精讲】

1. 有向线段

（1）直线与有向直线是两个不同的概念，直线没有方向，有向直线有正负两个方向. 因数轴是规定了原点、长度单位、

正方向的直线，所以，数轴是有向直线，但数轴仅是有向直线中的一种.

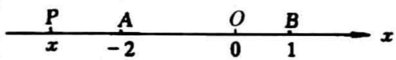
(2)有向线段是有方向的线段，它的表示有严格规定：必须起点写在前，终点写在后. 如$\overline{BA}$，它代表了 B 为起点，A 为终点的有向线段.

(3)要充分注意有向线段的长度与有向线段的数量表示的不同. 有向线段的数量是这条有向线段的长度和连同表示它的方向的正负号的量，其值有正有负，但有向线段的长度只有正值. 有向线段$\overline{AB}$的长度用$|AB|$表示，其数量用 AB 表示. 长度与方向无关，且有$|AB|=|BA|$.

当有向线段$\overline{AB}$与有向直线 l 同向时，AB 表示正值，其大小为 $AB=+|AB|$；

当有向线段$\overline{AB}$与有向直线 l 反向时，AB 表示负值，其大小为 $AB=-|AB|$.

(4)数轴上的点用一个实数表示，如右图的点



A、B、O、P 可表示为 $A(-2)$、$B(1)$、$O(0)$、$P(x)$. 若 $A(x_1)$、$B(x_2)$，则有向线段$\overline{AB}$的数量 $AB=x_2-x_1$，这个公式也叫做沙尔公式. 它揭示了数量 AB 是终点坐标减去起点坐标，适用范围是数轴上有向线段的数量计算.

2. 两点的距离

平面内的坐标用有序实数对(x,y)表示. 平面内两点间的距离公式推导是将 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$投影到坐标轴上，分别得射影 $M_1(x_1,0)$，$M_2(x_2,0)$，$N_1(0,y_1)$，$N_2(0,y_2)$，利用数轴上的数量公式得出长度$|M_1M_2|=|x_2-x_1|$，$|N_1N_2|=|y_1-y_2|$，再利用勾股定理得出距离公式$|P_1P_2|=$

$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$. 对于 $P_1P_2 /\!/ x$ 轴或 $P_1P_2 /\!/ y$ 轴时也成立. 但在计算时,对下列三种情形可直接应用下列公式:

当 $P_1P_2 /\!/ x$ 轴时, $|P_1P_2|=|x_1-x_2|$;

当 $P_1P_2 /\!/ y$ 轴时, $|P_1P_2|=|y_1-y_2|$;

当 O 为原点, P 为 (x,y) 时, $|OP|=\sqrt{x^2+y^2}$.

【典型题解析】

例 1 已知数轴上三点 A、B、C.

(1)求证: $AB+BC=AC$;

(2)若 $AB=4$, $|AC|=3$, 求 $|BC|$.

(1)**证明**:不失一般性,设 A、B、C 三点的坐标分别是 x_1、x_2、x_3,则

$AB=x_2-x_1$, $BC=x_3-x_2$, $AC=x_3-x_1$,

$\therefore \quad AB+BC=(x_2-x_1)+(x_3-x_2)=x_3-x_1=AC$.

故结论成立.

(2)**解**:仍设 A、B、C 三点的坐标分别是 x_1、x_2、x_3,

$\because \quad |AC|=3$, $\therefore \quad AC=\pm 3$, 即 $x_3-x_1=\pm 3$,

又 $AB=4$, $\therefore \quad x_2-x_1=4$.

当 $AC=3$, 即 $x_3-x_1=3$ 时,

$|BC|=|x_3-x_2|=|(x_3-x_1)-(x_2-x_1)|$

$\quad\quad =|AC-AB|=|3-4|=1$.

当 $AC=-3$, 即 $x_3-x_1=-3$ 时,

$|BC|=|AC-AB|=|-3-4|=7$.

$\therefore \quad |BC|$ 的值为 1 或 7.

说明 (1)对于 $AB+BC=AC$, 可变形为 $BC=AC-AB$, 这两个式子可作为公式应用. 值得注意的是:数量公式 $AB+BC=AC$ 对任何点都成立. 但长度式 $|AB|+|BC|=$

$|AC|$不一定成立，如取 $A(-1)$，$B(3)$，$C(2)$时，$|AB|+|BC|\neq|AC|$. 在直线上的 A、B、C、D 四点，仿上可证 $AB+BC+CD=AD$.

(2)对(2)题，变化为$|AB|=4$，$|AC|=3$，$AB\cdot AC>0$，求 BC.

略解：$AB=\pm4$，$AC=\pm3$，

$\because\ AB\cdot AC>0$，$\therefore\ \begin{cases}AB=4\\AC=3\end{cases}$，或$\begin{cases}AB=-4\\AC=-3\end{cases}$

$\therefore\ BC=AC-AB=3-4=-1$，

或 $BC=AC-AB=-3-(-4)=1$.

例 2 已知 $A(-1,-2)$，$B(0,3)$，$C(2,1)$，试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

解：$\because\ |AB|=\sqrt{(0+1)^2+(3+2)^2}=\sqrt{26}$，

$|BC|=\sqrt{(2-0)^2+(1-3)^2}=2\sqrt{2}$，

$|AC|=\sqrt{(2+1)^2+(1+2)^2}=3\sqrt{2}$，

$\therefore\ |AC|^2+|BC|^2$

$=(3\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2=26=|AB|^2$，

故$\triangle ABC$ 为直角三角形.

变题：已知 $A(-1,-2)$，$B(0,3)$，在 x 轴上有一点 C，使$\angle ACB=90°$，求 C 点坐标.

解：设 $C(x,0)$，$\because\ \angle ACB=90°$，$\therefore\ AC\perp BC$.

$\therefore\ |AC|^2+|BC|^2=|AB|^2$，即

$(x+1)^2+(0+2)^2+(x-0)^2+(0-3)^2=(0+1)^2+(3+2)^2$.

化简得 $x^2+x-6=0$，

$\therefore\ x=-3$ 或 $x=2$.

故　所求 C 点坐标为 $(-3,0)$ 或 $(2,0)$.

例 3　已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 a，它的中心在原点，两个相对的顶点 A、D 在 x 轴上（如图 1-1），求这正六边形的各个顶点坐标.

解：∵　正六边形的边长等于其外接圆的半径，

∴　$A(a,0)$，$D(-a,0)$.

过 B 作 BM 垂直 x 轴于 M，连 OB.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BOM$ 中，$|OB|=a$，$\angle BOM=60°$，

∴　$|OM|=a\cos 60°=\dfrac{1}{2}a$，

$|MB|=a\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，

∴　$B(\dfrac{1}{2}a,\dfrac{\sqrt{3}}{2}a)$.

由于 B 与 C 关于 y 轴对称，∴　$C(-\dfrac{1}{2}a,\dfrac{\sqrt{3}}{2}a)$；

由于 B 与 F 关于 x 轴对称，∴　$F(\dfrac{1}{2}a,-\dfrac{\sqrt{3}}{2}a)$；

由于 B 与 E 关于原点对称，∴　$E(-\dfrac{1}{2}a,-\dfrac{\sqrt{3}}{2}a)$.

说明　求某点的坐标，关键是寻找这点在 x 轴、y 轴上投影到原点的距离，通常构造特殊的图形，如直角三角形、矩形等，利用解三角形和全等的知识来处理.

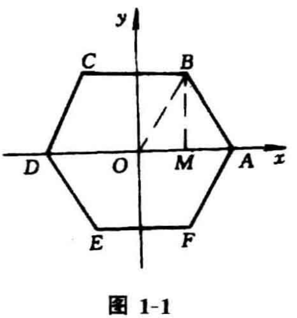
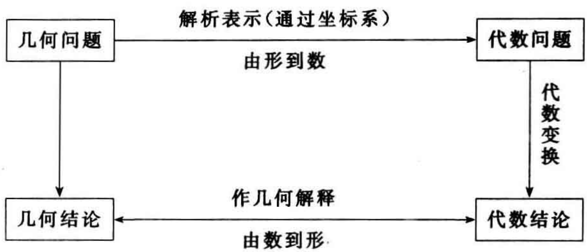


图 1-1

例 4　用解析法证明：等腰梯形的对角线相等.

分析　本题首先要理解解析法

的意义.解析法就是在平面直角坐标系内,利用代数方法解决平几问题的方法;其次,要搞清解析法操作程序,概括如下:



解题的关键是如何建立一个恰当的平面直角坐标系.在建立平面直角坐标系时,一般遵循下列三条原则:

(1)原点取在定点,坐标轴取在定直线或定线段上;

(2)充分利用图形的对称性;

(3)设出各点坐标时,所用字母越少越好.

比较图 1-2 和图 1-3,根据上述原则,本题可选用图 1-3.证明如下.

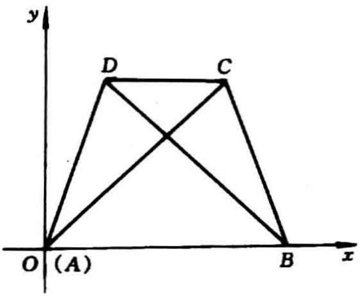


图 1-2

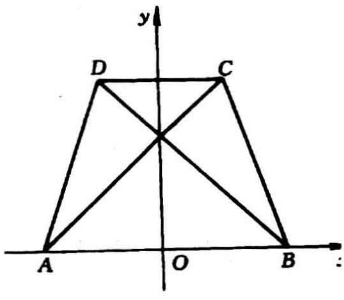


图 1-3

证明:取 AB 所在的直线为 x 轴,AB 的垂直平分线为 y