

MINGSHI
DIANBO

名师点拨系列丛书

适合新课标
浙教版

名师

M I N G S H I

点拨

D I A N

B O

课课通



YZLI0890161376

9 年级 数学 下
教材全解析



青岛出版社
QINGDAO PUBLISHING HOUSE

国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

MINGSHIDIANBO

名师点拨

九年级数学(下)

(适合新课标浙教版)



宁波市鄞州区图书馆
九年级数学名师工作室 编著

YZLI



YZLI0890151376

青岛出版社

图书在版编目(CIP)数据

名师点拨:新课标浙教版·九年级数学·下 / 名师工作室主编.
—青岛:青岛出版社, 2010. 12

ISBN 978 - 7 - 5436 - 6857 - 7

I. 名... II. 名... III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 233081 号

书 名 名师点拨·九年级数学(下)(适合新课标浙教版)

作 者 名师工作室

出版发行 青岛出版社(青岛市海尔路 182 号, 266061)

本社网址 <http://www.qdpub.com>

策 划 刘海波 任俊杰

责任编辑 郎东明 蒋朝龙

封面设计 瀚 文

照 排 青岛新华出版照排有限公司

印 刷 山东临沂新华印刷物流集团有限责任公司

出版日期 2010 年 12 月第 1 版 2012 年 1 月第 2 次印刷

开 本 32 开(880mm × 1230mm)

印 张 16.75

字 数 600 千

书 号 ISBN 978 - 7 - 5436 - 6857 - 7

定 价 26.00 元

编校质量、盗版监督服务电话 400 - 653 - 2017 (0532) 68068670

青岛版图书售后如发现质量问题, 请寄回青岛出版社印刷物资处调换。

电话 (0532) 68068629

编者的话

亲爱的老师、家长和学生朋友,呈现在您面前的这套《名师点拨》丛书是一套紧密联系师生教、学过程的助学读物。在全国广泛推行新课程改革的背景下,我们特地组织省内一批工作在教学一线的特、高级教师,编写了这套与“义务教育课程标准实验教科书”相匹配的教辅丛书,旨在弘扬课改精神,帮助师生扫除教学、学习中的障碍。它具有以下三大特色:

内容新颖。本丛书以课标最新教材为蓝本,充分体现新课程标准的指导思想,紧扣教材,层层深入,讲解、例释、练测三位一体,力求在内容讲解和训练中渗透“知识和能力”、“过程和方法”以及“情感、态度和价值观”。丛书栏目设置科学新颖,融入了大量具有时代气息和贴近生活实际的新材料。书中选用的题型都是按照最新小升初或者中考要求精心设计的,让读者超前介入、耳目一新。

讲解透彻。本丛书能够紧紧地把握教材,既细致入微地讲解教材,又不拘泥于教材,深入浅出。重点难点详细讲析,基本问题讲解透彻。通过一个知识点的讲解,可以延伸到知识背景、专题、特例、反例等等,并且特别注重知识“点”与“面”的联系、“教”与“学”的联系。

点拨到位。本丛书能围绕重点,突破难点,引发思考,启迪思维,点拨到位。在问题设置上注重典型性,避免随意性;注重迁移性,避免孤立性。实现由知识到能力的过渡,既有思路点拨,又有解题过程,使学生能够举一反三,变通训练,总结规律,从而培养学生求异思维和创新思维的能力。

本丛书不仅力求内容取胜,而且注重形式领先。设计的时尚化,行文的轻松化,编撰的人文化,处处都在为读者着想,是老师的好助手、家长的好帮手、学生的好朋友。

编者

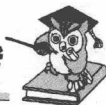


目 录

第1章 解直角三角形	1
1.1 锐角三角函数	3
1.2 有关三角函数的计算	16
1.3 解直角三角形	23
第2章 简单事件的概率	45
2.1 简单事件的概率	47
2.2 估计概率	68
2.3 概率的简单应用	83
第3章 直线与圆、圆与圆的位置关系	104
3.1 直线与圆的位置关系	106
3.2 三角形的内切圆	124
3.3 圆与圆的位置关系	135
第4章 投影与三视图	156
4.1 视角与盲区	158
4.2 投影	165
4.3 简单物体的三视图	183
中考复习内容	
第1章 数与式	200
1.1 有理数	200
1.2 实数	206
1.3 整式	210
1.4 分式	218
1.5 二次根式	224



第2章 方程与不等式(组)	230
2.1 一元一次方程	230
2.2 二元一次方程组	235
2.3 一元二次方程(含分式方程)	243
2.4 一元一次不等式(组)	252
第3章 函数及其图象	263
3.1 平面直角坐标系	263
3.2 一次函数	270
3.3 反比例函数	285
3.4 二次函数	296
第4章 几何初步知识	310
4.1 图形的初步认识	310
4.2 相交线与平行线	316
第5章 三角形	325
5.1 三角形的基本知识	325
5.2 等腰三角形	331
5.3 直角三角形(勾股定理,锐角三角函数)	340
第6章 四边形	352
6.1 平行四边形	352
6.2 矩形、菱形、正方形	359
6.3 梯形	371
第7章 圆	380
7.1 圆的基本知识	380
7.2 与圆有关的位置关系	388
7.3 与圆有关的计算	397
第8章 平移、旋转与对称	407
8.1 轴对称	407
8.2 平移与旋转	415



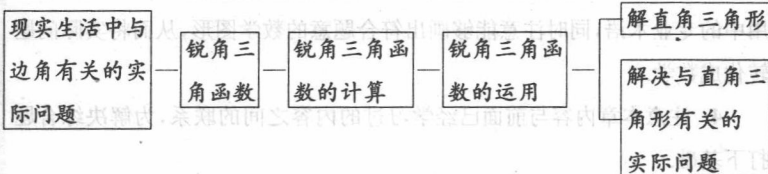
第9章 全等与相似	426
9.1 全等三角形	426
9.2 相似三角形	435
第10章 投影与视图	446
第11章 统计初步	453
11.1 数据的描述	453
11.2 数据的分析	468
第12章 概率初步	478
参考答案	486



第1章 解直角三角形

知识结构

本章主要内容是锐角三角函数、有关三角函数的计算及解直角三角形,其知识结构图为:



课标要求

学习目标

1. 通过实例认识锐角三角函数($\sin A$, $\cos A$, $\tan A$).
2. 知道 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值.
3. 会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值,由已知三角函数值求它对应的锐角.
4. 运用三角函数解决与直角三角形有关的简单实际问题.

学习重点:锐角三角函数和解直角三角形. 数形结合和方程思想的培养.

学习难点:三角函数意义的理解. 解直角三角形中选择合理的方法.

方法指导

由于本章处于初中阶段最后一个学期,本章的内容又可以与前面学习





过的大部分内容相综合,因此给学习带来了不小的难度,同时,对于大家运用所学习知识解决问题的综合能力的培养又是一个很好的挑战。

1. 三角函数的定义要注意前提——在直角三角形中,如果没有这个条件,可以通过证明或者转化等方法构造出直角三角形。

2. 在使用计算器由已知锐角求它的三角函数值以及由三角函数值求它对应的锐角时,要注意因为不同品牌的计算器键盘功能有所不同,因此其按键步骤也有所不同。

3. 锐角三角函数的简单应用时,首先要注意搞清楚清楚解直角三角形的应用中的专业术语,同时注意能够画出符合题意的数学图形,从而将实际问题转化成数学。

4. 注意本章内容与前面已经学习过的内容之间的联系,为解决综合题打下基础。

点击中考

中考要求

锐角三角函数这一章在各地中考试题中分值通常在10%左右,考点分为三块:一是锐角三角函数定义;二是 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值及其计算;三是解直角三角形及其运用。前两个考点基本在选择与填空题出现,解直角三角形及其运用会在解答题中出现,难度一般为中档题。





1.1 锐角三角函数



名师导航

问题导入

汽车免不了爬坡,爬坡能力是衡量汽车性能的重要指标之一.汽车的爬坡能力是汽车在通常情况满载时所能爬越的最大坡度.如图 1.1-1,怎样描述坡面 AB 的坡度(倾斜程度)呢?

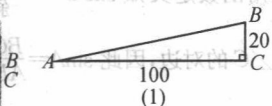
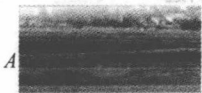


图 1.1-1

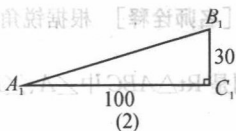


图 1.1-2

如图 1.1-2,有两个直角三角形,直角边 AC 与 A_1C_1 表示水平面,斜边 AB 与 A_1B_1 分别表示两个不同的坡面,坡面 AB 和 A_1B_1 哪个更陡? 你是怎样判断的?

我们通常用 BC 与 AC 、 B_1C_1 与 A_1C_1 的比值来表示 AB 、 A_1B_1 的坡度,因为 $20 : 100 = 1 : 5 = 0.2$, $30 : 100 = 3 : 10 = 0.3$,并且 $0.2 < 0.3$,因此坡度 A_1B_1 更陡.



知识详解

知识点一 直角三角形中三边与锐角的关系

→问题探究 1: 如图 1.1-3 是两个自动扶梯.

(1) 甲、乙两人同时分别从 1、2 号自动扶梯上楼,如果速度相同,谁先到达楼顶?

(2) 如果 AB 和 $A'B'$ 相等, $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 大小不同,那么它们的高度 AC 和 $A'C'$ 相等吗?

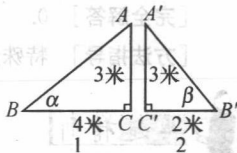


图 1.1-3

结论: (1) 乙先到达楼顶; (2) AC 和 $A'C'$ 不相等.

→问题探究 2: 如图 1.1-4, (1) $\text{Rt}\triangle AB_1C_1$ 和 $\text{Rt}\triangle ABC$ 有什么关系?

(2) $\frac{BC}{AB}$ 和 $\frac{B_1C_1}{AB_1}$, $\frac{AC}{AB}$ 和 $\frac{AC_1}{AB_1}$, $\frac{BC}{AB_1}$ 和 $\frac{B_1C_1}{AC}$ 有什么关系?





(3) 如果改变 B 在 AB_1 上的位置呢?

结论: (1) $\text{Rt}\triangle AB_1C_1 \sim \text{Rt}\triangle ABC$; (2) $\frac{BC}{AB} = \frac{B_1C_1}{AB_1}, \frac{AC}{AB} = \frac{AC_1}{AB_1}$; (3) 上述结论仍然成立.

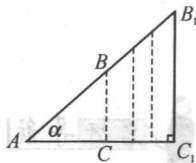


图 1.1-4

知识点二 锐角三角函数的定义

【例 1】 已知 a, b, c 分别是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, $\angle C = 90^\circ$, 则 $\sin A =$ _____.

[名师诠释] 根据锐角三角函数定义知 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB}$, 又 a, b, c 分别是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, 因此 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$.

[完全解答] $\frac{a}{c}$.

[方法指导] 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, a, b, c 分别是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, 则有 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$, $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$, $\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}} = \frac{a}{b}$.

知识点三 由特殊角的三角函数值

【例 2】 (2007 山西) 计算: $2\cos 30^\circ - \tan 60^\circ =$ _____.

[名师诠释] 由特殊角的三角函数值知 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, 因此

$$2\cos 30^\circ - \tan 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0.$$

[完全解答] 0.

[方法指导] 特殊角 ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) 的三角函数值需要熟记.



典题精析

【例 3】 如图 1.1-5, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 6$, $AC = 8$, 分别求出 $\angle A$ 的 3 个锐角的三角函数值.

[名师诠释] 欲求 $\angle A$ 的 3 个锐角的三角函数值, 关键是找到 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中三边的长度, 条件中给出了直角边

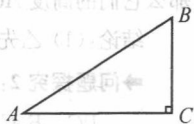


图 1.1-5





AC与BC的长,因此可由勾股定理求出斜边的长,再根据锐角三角函数定义求出 $\angle A$ 的3个锐角的三角函数值.

[完全解答] $\because \angle C=90^\circ, \therefore AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=10$.

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}, \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}.$$

[方法指导] 解答此类问题要注意锐角三角函数是在直角三角形上定义的,所以首先要确定是直角三角形这个条件,另外当已知两边时,要利用勾股定理求出第三边,再根据锐角三角函数定义求出锐角三角函数值;若两边是以比值形式出现时,可以把一边设为 k ,另一边用 k 的形式表示出来,再运用勾股定理求出第三边,进而得出锐角三角函数值;若某两边是以线段的倍分关系表示的,可先化为线段比的形式,再利用第2种情况的方法思路进行求解.

[举一反三]

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 若 $AB=2AC$, 则 $\cos A$ 的值等于 ()
A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 若 $c=10, a=6$, 则 $\tan B =$ _____.
3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 已知 $\sin A = \frac{7}{25}$, 求 $\tan A$ 的值.

[名师点拨]

1. $\because AB=2AC, \therefore \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}, \therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$, 故选 C.
2. 根据勾股定理得 $b=8$, 因此 $\tan B = \frac{b}{a} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.
3. $\because \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{25}, \therefore$ 设 $BC=7k, AB=25k$, 则 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 24k$,
 $\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{24}$.

【例4】 三角形在正方形网格纸中的位置如图 1.1-6 所示, 则 $\sin \alpha$ 的值是

- ()
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$





[名师诠释] 本题是一道设计比较新颖的试题,它通过网格的特征给出解题信息,由正方形网格可知角 α 的对边的长为3,邻边的长为4,要求 $\sin\alpha$,只要根据勾股定理求出三角形的斜边,再根据三角函数的定义计算即可.

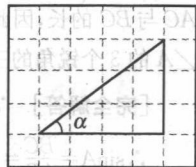


图 1.1-6

[完全解答] 设 α 的对边为 a ,邻边为 b ,斜边为 c ,则 $a=3, b=4, \therefore c=\sqrt{3^2+4^2}=5, \therefore \sin\alpha=\frac{a}{c}=\frac{3}{5}$,选 C.

[方法指导] 解决这类问题的思路是依据图形确定三角形的三边的长,然后根据定义进行求值.

[例 5] (2008 江苏宿迁)已知 α 为锐角,且 $\sin(\alpha-10^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 α 等于

A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

[名师诠释] 把 $(\alpha-10^\circ)$ 看作一个整体,根据特殊角的三角函数值,可以得到 $(\alpha-10^\circ)$ 的值, $\therefore \sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \alpha-10^\circ=60^\circ, \therefore \alpha=70^\circ$,答案选 C.

[完全解答] C.

[方法指导] 锐角三角函数值是特殊值时,可根据特殊值求出角的度数,另外本题求解时运用了整体思想.

[举一反三]

1. $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$ 的值等于 ()

A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C. $\sqrt{3}$

D. 1

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $\cos B=\frac{1}{2}$, 那么 $\sin A$ 的值是 ()

A. 1

B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 计算 $\frac{\tan 45^\circ - \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} \cdot \tan 30^\circ$.

【例 5】(2008 江苏宿迁)已知 α 为锐角,且 $\sin(\alpha-10^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 α 等于

A. 50° B. 60° C. 70° D. 80° 



[名师点拨]

1. A, 提示: $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2. B, 提示: 根据题意知 $\angle B = 60^\circ$, 因此 $\angle A = 30^\circ$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

3. 原式 $= \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}$.

【例 6】 如图 1.1-7, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, $CD \perp AB$ 于点 D , 求 $\angle BCD$ 的 3 个三角函数值.

【名师诠释】 求 $\angle BCD$ 的 3 个三角函数值, 关键要弄清其定义, 由于 $\angle BCD$ 是 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中的一个内角, 根据定义, 仅一边 BC 是已知的, 此时有两条路可走: 一是设法求出 BD 和 CD , 二是把 $\angle BCD$ 转化成 $\angle A$. 显然走第 2 条路较方便, 因为在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 三边均可得出, 利用三角函数定义即可求出答案.

【完全解答】 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ$.

$\because CD \perp AB$, $\therefore \angle ACD + \angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle BCD = \angle A$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得, $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10$,

$\therefore \sin \angle BCD = \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$, $\cos \angle BCD = \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$,

$\tan \angle BCD = \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{3}$.

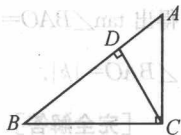


图 1.1-7

【方法指导】 运用三角函数定义解题的关键是: (1) 确定所求的角所在的直角三角形. (2) 准确掌握三角函数的公式. 本题也可利用相似求出 BD , DC , 再利用三角函数定义直接求解.



拓展创新

【例 7】 锐角三角函数值在日常生活中应用十分广泛, 只要你仔细研究, 一定会发现很多有价值的东西, 请你开动脑筋, 完成下面的问题, 并探索其中的奥秘.

(1) 已知直线 $y = 2x + 1$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 则直线与 x 轴所夹锐角 $\angle BAO$ 的正切值是 .





(2) 已知直线 $y = \frac{1}{3}x - 1$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 则直线与 x 轴所夹锐角 $\angle BAO$ 的正切值是_____.

(3) 已知直线 $y = -3x + 1$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 则直线与 x 轴所夹锐角 $\angle BAO$ 的正切值是_____.

(4) 已知直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 则直线与 x 轴所夹锐角 $\angle BAO$ 的正切值是_____.

(5) 根据以上解题的过程和结论, 请你猜想: 直线 $y = kx + b (k \neq 0, b \neq 0)$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 则该直线与 x 轴所夹锐角 $\angle BAO$ 的正切值是_____.

[名师诠释] (1) 由题意得: 点 A 的坐标为 $(-\frac{1}{2}, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 1)$,
 $\therefore \tan \angle BAO = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$; (2) 类似(1)可得出 $\tan \angle BAO = \frac{1}{3}$; (3) 类似(1)可

得出 $\tan \angle BAO = 3$; (4) 类似(1)可得出 $\tan \angle BAO = \frac{1}{2}$; (5) 类似(1)可得出 $\tan \angle BAO = |k|$.

[完全解答] (1) 2; (2) $\frac{1}{3}$; (3) 3; (4) $\frac{1}{2}$; (5) $|k|$.

[方法指导] 本题考查同学们在平面直角坐标系中求锐角三角函数正切值的能力, 同时在问题求解的基础上进行归纳与猜想, 这也是近年来各地中考试题中较多考查的内容之一, 请同学们认真研究此类问题并努力掌握其一般解法.

【例 8】 要求 $\tan 30^\circ$ 的值, 可构造如图 1.1-8 所示的直角三角形进行计算: 作 $\text{Rt}\triangle ABC$, 使 $\angle C = 90^\circ$, 斜边 $AB = 2$, 直角边 $AC = 1$, 那么 $BC = \sqrt{3}$, $\angle ABC = 30^\circ$,
 $\tan 30^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 在此图的基础上通过添加适当的辅助线, 可求出 $\tan 15^\circ$ 的值, 请你写出添加辅助线的方法, 并求出 $\tan 15^\circ$ 的值.

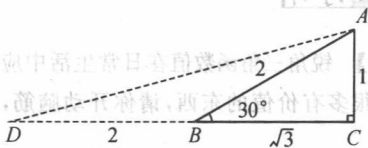
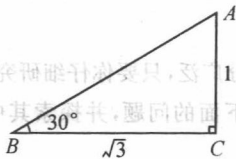


图 1.1-8 图 1.1-9

[名师诠释] 15° 的角图中没有出现, 因此首先要作出 15° 的角, 方法通常有





两种：一是平分 $\angle B$ ；二是延长 CB 至 D ，使得 $BD=AB$ ，由等腰三角形及三角形的外角知识得 $\angle ADB=15^\circ$ ，进而在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中可求得 $\angle ADB$ 的正切值。

[完全解答] 如图 1.1-9，延长 CB 到 D ，使 $BD=AB=2$ ，

又 $\angle ABC=30^\circ$ ， $\therefore \angle ADB=15^\circ$ 。

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $CD=BD+BC=2+\sqrt{3}$ ，

$$\therefore \tan 15^\circ = \tan \angle ADB = \frac{AC}{DC} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}.$$

[方法指导] (1) 本题通过添加辅助线，把一般三角形转化为直角三角形，这种转化思想是学习数学的精髓，请同学们细心体会并努力掌握；(2) 本题解法不唯一，请同学们自己再思考其他解法。



误区警示

误区 1 概念理解不透导致错误。

[例 9] 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，如果各边长都扩大为原来的 3 倍，则锐角 A 的正弦值 ()

- A. 扩大 3 倍 B. 不变 C. 缩小 3 倍 D. 改变

[错误解答] 选 A.

[名师诊断] 该题选 A 是对锐角三角函数的定义不理解所致，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，如果各边长都扩大为原来的 3 倍，得到的新三角形与原三角形是相似的，因此各对应边的比值不变，所以根据锐角三角函数的定义可知应选 B.

[正确答案] 选 B.

[温馨提示] 锐角三角函数值是比值，与边的大小没有关系。另外本题求解也可画出草图，结合图形分析。

[例 10] 有下列命题：① $\sin\alpha$ 表示角 α 与符号 $\sin$ 的乘积；② 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C=90^\circ$ ，则 $c=a\sin A$ 成立；③ 任何锐角的正弦和余弦值都是介于 0 和 1 之间的实数。其中正确的为 ()

- A. ②③ B. ①②③ C. ② D. ③

[错误解答] 选 B.

[名师诊断] $\sin\alpha$ 是一个数学符号，就像 $\triangle ABC$ 一样，不能理解为 $\sin$ 与 ABC 是积的关系，因此①错；在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C=90^\circ$ ，则 $\sin A = \frac{a}{c}$ ， $c = \frac{a}{\sin A}$ ，所以②不正确；所以 A、B 和 C 均不正确，而③正确，所以正确答案是选 D.





[正确答案] 选 D.

[温馨提示] $\sin \alpha \cdot \sin \alpha = (\sin \alpha)^2$ 可以写成 $\sin^2 \alpha$ 的形式, 其他类推.

误区 2 受习惯影响, 误以 $\angle C$ 的对边为斜边导致错误.

[例 11] 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = 3$, $AB = 5$, 求 $\tan A$, $\cos A$ 的值.

[错误解答] 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}, \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}.$$

[名师诊断] 题中已指出 $\angle B = 90^\circ$, 所以 AC 为斜边, 而上述解法受习惯的影响, 误以为 $\angle C$ 的对边 AB 是斜边.

[正确答案] 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$.

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{\sqrt{34}} = \frac{5\sqrt{34}}{34}.$$

[温馨提示] 解题时应认真审题, 注意所给条件, 分清斜边和直角边, 以防出错.

误区 3 忽视锐角三角函数值的范围导致错误.

[例 12] 已知 $\sin \alpha$ (α 为锐角) 是 $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 的根, 求 $\sin \alpha$ 的值.

[错误解答] 解方程 $3x^2 - 7x + 2 = 0$, 得 $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{1}{3}$, $\therefore \sin \alpha = 2$ 或 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

[名师诊断] 根据锐角三角函数的定义, 锐角的正弦值应在 0 与 1 之间, 而错误解答却忽视这一点.

[正确答案] 解方程 $3x^2 - 7x + 2 = 0$, 得 $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{1}{3}$, $\therefore 0 < \sin \alpha < 1$, $\therefore \sin \alpha = \frac{1}{3}$.

[温馨提示] α 为锐角时, $0 < \sin \alpha < 1$, $0 < \cos \alpha < 1$.

误区 4 混淆特殊角的三角函数值导致错误.

[例 13] 锐角 α 满足 $\frac{1}{2} < \cos \alpha < \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 α 的取值范围是 ()

A. $30^\circ < \alpha < 45^\circ$

B. $60^\circ < \alpha < 90^\circ$

C. $45^\circ < \alpha < 60^\circ$

D. $\alpha < 30^\circ$