

实用选优法

张里千 罗鹏 著



科学出版社

实用选优法

张里千 罗 鹏 著

科 学 出 版 社

北 京

前 言

技术分专业技术和通用技术. 专业技术适于专业人员; 通用技术虽是辅助工具, 但服务领域比较广泛. 回顾生产技术的发展史, 科学试验发挥了重大作用. 完成一项试验, 可能涉及器材设备、原料供应、控制技术、操作经验、环境保护、理论认识以及测试化验等主要环节. 此外, 还有一个安全保障的环节. 从某种意义上看, 把这一关能避免发生事故. 为了有效地提高生产, 实在应该放手开展科学试验, 搞深、搞好、搞透彻, 这会对提高生产起到重要的推动作用. 安排试验方案则是配合着以上重点环节的一个辅助环节.

选优试验分单因素项目和多因素项目. 在我国推广应用选优法的过程中, 无论是工作人员和队伍, 还是教材的编写、出版和使用年代, 抑或是方法的内容, 对单因素和多因素两个方面都显得有所区别, 交流与协调也不够, 更何况统一的理论指导了. 本书试图弥补这两方面的差距, 把它们放在统一的体系中处理. 选优法的著作为数已经不少, 在其中, 本书是一种普及本. 所谓普及本, 首先, 它的内容简单, 中小学数学程度的读者也能基本学会并使用; 其次, 它的理论基础坚固, 试验项目的结果提高快, 优化效率高、效果好. 最后, 选优方法不在多, 而在于覆盖的应用面宽, 概括性强.

关于这个版本的新内容, 作为例子, 在此姑且提供三条: 第一, 参考文献 [1] 中第 38 页的表 2 的数学推导表明: 含中心点的 L_9^* (即本书的表 A.1) 分散性强于不含中心点的 $L_9^\#$, 因而其好结果更为冒尖、优化效率更高. 基于这个原因, 本书首次选择了含中心点的 L_9^* 作为试验用表. 第二, 正交表方法有两项要点, 堪称它的精髓: 一是均衡分散性带来好结果的冒尖性, 好结果经过实践, 是可靠的; 二是整齐可比性估计的好结果未必有效, 需要进一步核查, 检验其效果. 比较起来, 前者成果较为广泛; 后者的成果虽然为数不多, 一旦核实肯定下来, 成果涉及因素用量 (自变量) 从偏差变成对口与合理, 往往是“大西瓜”, 收获巨大. 但整齐可比性比较难懂, 这个版本引进分解原因的, 如表 4.6、表 4.11、表 7.6 等, 所谓的“整齐可比表”, 分别配合传统的分析试验方案与结果的表 4.3、表 4.10、表 7.5 互相结合, 希望能帮助对整齐可比性的理解. 第三, 提出了中心炮和两极炮. 这种选择的得失怎样? “得”主要在平均效率高; “失”主要在稍稍增加了工作层次, 推广速度减慢. 是得大于失, 还是失大于得? 数学应用是社会科学, 推广应用更是社会科学. 情况有些复杂, 短期内难以反馈清楚. 请试验者共同关注这个问题. 总之, 得失的平均差别不会大, 倒是做试验与不做试验的差别很大. 另外, 附录 B 中的 B.4 足以表明: 正交部分实施,

“分批走着瞧”在很大程度上能够取代多因素方差分析.

由于作者水平有限, 学识与实践经验不足, 书中的问题和缺点在所难免, 竭诚欢迎四海贤达、九州同行及时指出纠正, 在此深深致谢! 中国科学院研究生院的博士生刘飞燕帮助了本书的写作, 向他表示感谢!

科学实验是伟大的革命实践. 您有试验项目要做吗? 生产工艺有无改进的潜力? 有对函数求极值的计算工作吗? 如果有, 不妨试用一下本书提供的方法. 如果效果良好, 估计多数结果会是这样, 这是缘分! 欢迎您参加到推广普及的队伍中来, 面向社会介绍自己的经历和认识, 宣传本书的作用. 达到广大群众会用优选法, 取得众多成果. 民族幸甚! 社会幸甚!

作 者

2009 年 9 月于北京大学中关园

目 录

前言

第一部分 少因素择优

第 1 章 单因素试验	3
1.1 引言	3
1.2 一般性定量的单因素试验	5
第 2 章 双因素选优试验	7
2.1 概述	7
2.2 三类搭配情况举例	7
2.3 承前启后	12

第二部分 多因素择优

第 3 章 认识一下正交表	17
3.1 $L_4(2^3)$ 和 $L_8(2^7)$	17
3.2 $L_9(3^4)$	18
3.3 $L_{18}(6^1 \times 3^6)$, $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 和 $L_8(4^1 \times 2^4)$	18
第 4 章 三位级	21
4.1 正交表 $L_9(3^4)$ 的应用	21
4.2 正交法效率高的原因	33
第 5 章 两位级与四位级	41
5.1 概述	41
5.2 四位级的正交试验	47
第 6 章 混合位级	48
6.1 概述	48
6.2 极差的修正	51
第 7 章 综合评分	53
7.1 定性单指标的评分	53
7.2 多指标综合评分	53

第 8 章 活动位级简介	61
第 9 章 复合因素与配比试验	67
9.1 复合因素	67
9.2 配比试验	68
第 10 章 正交选优法小结	72
10.1 制订正交选优试验计划	72
10.2 误差与重复	75
10.3 专业技术与通用技术	77
习题 1	77

第三部分 三 次 设 计

第 11 章 质量管理	83
11.1 质量损失函数	83
11.2 两类质量管理	86
11.3 三次设计简介	87
第 12 章 试验项目的三次设计	89
12.1 通过试验提高稳定性	89
12.2 通过试验设计参数 (卡车拐弯操纵性)	94
12.3 通过试验设计容差 (华达呢染色)	95
第 13 章 计算机辅助设计	99
13.1 可计算性	99
13.2 正交方案的制订	99
13.3 直接择优或稳定性择优	101
13.4 课题参数的直接择优	101
13.5 产品参数的直接择优	107
第 14 章 “稳定性择优”项目的三次设计	112
14.1 依偏差均方的稳定性择优 —— OTL 电路的中点电压	112
14.2 依信噪比的稳定性择优 —— 电视机自动增益	120
第 15 章 专业最优化	126
15.1 电子类	126
15.2 可靠性工程	128
15.3 食品类	130
15.4 小结	135

习题 2	136
第 16 章 农业联合方案	137
16.1 农业联合方案的意义	137
16.2 水稻混合表的联合试验方案及二元多项式逐步回归解法	138
16.3 其他	147
习题答案	148
参考文献	153
附录 A 常用正交表	154
A.1 位极个数多为奇数	154
A.2 位级个数多为偶数	156
附录 B 四种选优法的局限性	163
B.1 黄金分割法 (单因素)	163
B.2 纵横对折法 (双因素)	163
B.3 单因素轮换法	164
B.4 多因素方差分析	164
附录 C 联合正交方案	166

第一部分 少因素择优

第 1 章 单因素试验

1.1 引 言

按照因果关系, 原因方面的要素称作因素. 所谓选优试验, 是要找到有关的各种因素的某个结合状态或条件, 产生最好的结果. 固定其他因素, 只考察一种因素的试验是单因素试验. 例如: ① 钢的含碳量决定钢的强度, 选优试验就是通过试验找到钢的某个含碳量使得钢的强度最大; ② 玉米的种植密度决定产量的高低, 选优试验就是要找到一种种植密度使得玉米的产量最高.

例 1.1 棉花的种植密度试验.

1) 试验目的及考核指标

(1) 试验目的: 通过棉花试验, 找到使得皮棉产量最高的种植密度(株/分)(1分 = 66.7m²).

(2) 考核指标: 皮棉的产量 (百克/分 = kg/亩)(1 亩 = 666.7m²).

2) 确定密度的试验范围

密度是定量因素, 人们知道: 它太低了不好, 太高了也不好. 范围太宽, 把许多不好的密度包括进来, 会降低产量、浪费试验劳动与成本; 范围太窄, 容易漏掉好密度. 按照经验估计, 把找好密度的合理范围定成从 375 株/分开始, 625 株/分截止, 宽度 $625 - 375 = 250$ (株/分).

3) 选定种植密度第一批试验点的数目, 决定第一批各个试验点的用量

棉田试验, 一年一度. 试验次数少了, 通过一年的结果不容易看出问题、下结论. 所以密度需要多选些用量, 首批计划考察 5 个用量. 把密度范围五等分, 每段长度为 $(625 - 375) \div 5 = 50$ 株/分, 取 5 段的中点 400, 450, 500, 550, 600 作为试验点.

4) 第一批试验

小区的面积为一分地. 五种密度的产量见表 1.1.

表 1.1 第一批试验

密度/(株/分)	400	450	500	550	600
产量/(kg/亩)	51.6	55.1	56.9	56.5	53.3

5) 趋势图

用横轴坐标表示密度, 纵轴高度表示产量. 关于产量同密度的关系, 通过几何图形 (图 1.1) 来加深理解. 产量是越高越好 (有的考核指标是越小越好), 如果只有

两个试验点和相应的产量, 图 1.2 足以表明哪个试验点较好. 但不足以估计最优点在哪一段区间: 是小于 550 株/分? 还是大于 550 株/分? 图 1.2 预估最好点所在位置的能力很差, 不宜被称作趋势图.

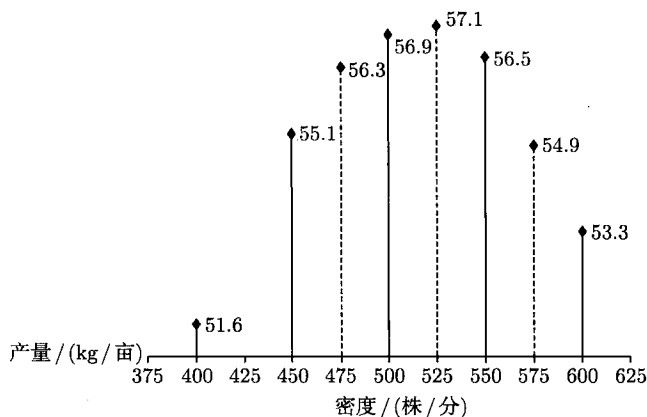


图 1.1 棉花产量与种植密度的趋势图

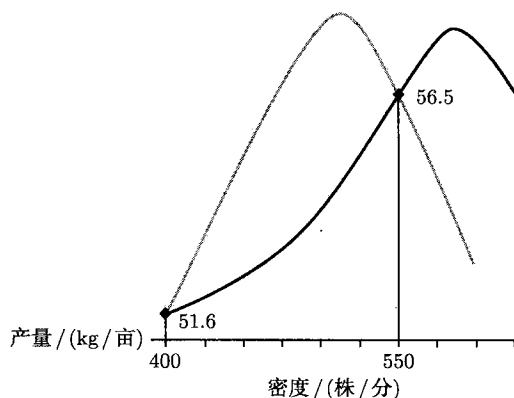


图 1.2 种植密度和产量

6) 第二批试验

本例的密度首批取 5 个试验点. 以第 3 点 (密度为 500 株/分) 的产量 56.9kg/亩最高. 考虑到第四点的产量 56.5kg/亩高于第二点的 55.1kg/亩, 最好点大于 500 株/分的可能性比较高, 而小于 500 株/分的可能性比较低. 因此, 可以得出如下结论: ① 密度轴被 5 个密度分成 6 段区间, 最优密度位于第 4 段 (500, 550) 的可能性较高. 第二批可增试密度为第 4 段中点的 525 株/分; ② 考虑到大田试验时间长, 有或大或小程度的误差. 为了压缩误差的干扰, 增加产量曲线的平滑性、稳定性和

可靠性, 第二批再增加密度为 475, 525 和 575 的试验. 三次试验的产量见表 1.2.

表 1.2 第二批试验

密度/(株/分)	475	525	575
产量/(kg/亩)	56.3	57.1	54.9

为了统一和方便地观察 8 个试验点, 把第二批的三次试验点增补到图 1.1 上. 第一批和第二批的产量高度分别用实线和虚线标出. 这种 5 个或 8 个试验点的产量高度提供的信息较为充分, 可以称之为趋势图. 本书把凡是至少有三个试验点的结果曲线称作**趋势图**.

7) 结论

根据两批共 8 个试验点, 可以得出好密度为 525 株/分, 在该处的皮棉好产量, 约为 57.1kg/亩. 鉴于棉田产量有误差, 已经接近最优. 再安排第三批试验, 意义和作用都不大了. 第三年, 除了在大田生产上推广使用上面两批试验找到的好密度: 每亩 5250 株; 也可以安排第三批试验, 追求更好的结果.

1.2 一般性定量的单因素试验

一般性定量的单因素试验的步骤如下:

(1) 明确试验目的和考核指标.

(2) 确定搜索定量因素最好点的试验范围 (a, b) : a 是起点, b 是终点.

(3) 确定定量因素的试验点数 n . 为了试验后通过趋势图估计最好点的可能位置, n 最好不要小于 3.

(4) 等距离布点法, 选点方法的一种. 将试验范围 (a, b) 作 n 等分, 选取 n 段的中点作为试验点, 数值为: $a_i = a + (b - a)(2i - 1)/(2n)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 不排除采用其他的选点方法. 但等距离布点, 试验好结果的冒尖性较好.

(5) 在前批好点的附近布点: 由稀到密, 分批走着瞧: 有苗头处着重 (多) 加密; 过稀处适当 (少) 加密.

(6) 参照逐批加密得到的最好结果, 考虑进一步移植到生产设备上继续试验, 如果在二者间尚有差距的话.

例 1.2 棉花的品种试验.

例 1.1 中的单因素试验中, 密度是定量因素. 现在再来看一个项目. 被考察的单因素不是定量的, 而是定性的.

1) 试验目的及考核指标

(1) 试验目的: 抓小田, 带大田. 汰劣存优, 筛选棉花良种供大田推广使用.

(2) 考核指标: 皮棉产量 (百克/分 = kg/亩).

2) 挑选试验良种

对于当地的棉花品种, 凡不够条件大面积推广种植者, 一概落选. 小区面积为一分地. 第一年, 通过试验供“好中选优”的品种为陕 721、陕 401 和 86-1.

3) 重复试验

品种不是定量因素, 内插、外推都难以安排, 做不了在数值上逐批加密的试验. 退而求其次, 对定性的品种安排重复试验 (不同品种的重复次数可以不同). 尚可保持两方面的收获: ① 平均产量能提高结果的准确性; ② 认识到产量误差的大小程度.

4) 结论

三个品种各试验 3 次, 小区平均产量如下:

陕 721: $(5.86 + 5.35 + 5.77)/3 = 56.6\text{kg}$;

陕 401: $(4.62 + 4.98 + 4.56)/3 = 47.2\text{kg}$;

86-1: $(5.10 + 5.77 + 6.50)/3 = 57.9\text{kg}$.

标准差 $s.d. = 5.8\text{kg}$.

86-1 是好中选优、供大田推广种植的品种.

5) 继续试验

第二年, 好品种多重复, 差品种少重复. 对 86-1、陕 721、陕 401 分别再试验 3、2、1 次. 两批试验的总次数增多了, 分别为 6、5、4 次. 品种的高低次序比较稳定、不易改变. 就是说: 改变次序的可能性小, 保持次序的可能性大. 如果遇到小可能性的改变次序, 这时, 前两批和第一批平均产量的差别相对不会大, 品种差别不明显. 倘若坚持分出高低, 尚可安排第三批试验, 其增加的 3、2、1 次的试验次数, 按照前两批好品种平均产量第一、二、三名的高低、放在品种居的位置处, 直到好品种的次序稳定、可靠时为止. 试验做多了, 一定能明确高低的次序.

第2章 双因素选优试验

2.1 概 述

第1章讨论了单因素试验. 选优试验是要通过试验找出因素 A 产生最佳结果的最佳状态. 不是最佳的状态应该被淘汰. 被考察的因素是一种互比因素. 为了淘汰 A 的一个非最佳状态 A_1 , 要求试验项目能够提供状态 A_1 和另一个较佳状态 A_2 的结果. 就是说: 对选优试验的每种因素 A , 要求在至少两个状态处, 通过试验能判别出 A_2 比 A_1 好. 也就是说: 选优试验考核的每种因素都是互比因素.

在第1章两个单因素例子中, 被操作处理的因素状态或条件, 即被处理的对象, 如表 1.1 中密度 A 的 $A_1 = 400$ 株/分, $\dots$, $A_5 = 600$ 株/分; 例 1.2 中品种 B 的 $B_1 = \text{陕 721}$, $B_2 = \text{陕 401}$ 和 $B_3 = 86-1$. 给它们起一个公用名称: 位级. 在一个有五种密度的 A 和三个品种的 B 的双因素试验中, 五个密度 $A_1 = 400$ 株/分, $\dots$, $A_5 = 600$ 株/分; 三个品种 $B_1 = \text{陕 721}$, $B_2 = \text{陕 401}$, $B_3 = 86-1$, 也分别被称作因素 A 和 B 的位级. 人们将会看到, 这个泛称或代用词对选优试验的运作和讨论会带来很大方便. 在有五个位级的密度 A 和三个位级的品种 B 的一项双因素试验中, A 和 B 各一个位级, 比如 A_3 和 B_1 结合在一起, 称作 A_3 和 B_1 的搭配, 记作 A_3B_1 . A 的所有位级和 B 的所有位级全部搭配起来, 至少要有 $5 \times 3 = 15$ 个搭配, 被称作搭配完全(长方格子点). 如果每种搭配出现的次数一样多, 则称完全搭配中 A 和 B 所在的两个位级列正交. 其余类推.

2.2 三类搭配情况举例

例 2.1 品种和密度的双因素试验.

1) 试验目的及考核指标

(1) 试验目的: 平度县属于山东棉花枯萎重病区, 常规品种死苗绝产, 1975 年引入抗枯萎病的三个良种, 通过 1979 年试验田摸索出在合理密度的配合下产量最高的最佳品种, 供大田棉花生产采用.

(2) 考核指标: 皮棉亩产量.

2) 制定因素位级表. 考核品种 A 和密度 B 两个互比因素. 选陕 721、陕 401、86-1 为 A 的三个位级, 450, 500, 550, 600 为 B 的四个位级.

3) 第一批试验

把 A 的三个位级 A_1, A_2, A_3 和 B 的四个位级 B_1, B_2, B_3, B_4 搭配起来, 配全了共有 $3 \times 4 = 12$ 不同的种搭配. 小区的面积为一分. 考虑到试验小区的皮棉产量有误差, 为了加强产量结果的准确性和可靠性, 在一年一批的较长时间内能达到预期的进展, 特设置两整套重复试验. 就是说, 对于每种搭配, 安排在两个小区试验. 在第一批两个小区皮棉的产量, 连同它们在 A 的三个位级 (各占 8 个小区) 和 B 的四个位级 (各占 6 个小区) 的平均值均列在表 2.1 中, 三个等级的级别范围依次是小区、搭配和位级.

表 2.1 第一批试验的产量 (单位: 百克/分 = kg/亩)

品种 产量 密度	$A_1 = \text{陕 721}$		$A_2 = \text{陕 401}$		$A_3 = \text{86-1}$		平均值	
	小区产量	平均产量	小区产量	平均产量	小区产量	平均产量		
$B_1 = 450$	62.6	62.2	62.4	47.4	43.8	45.6	57.9	57.3
$B_2 = 500$	57.8	59.8	58.8	47.8	41.0	44.4	61.8	67.0
$B_3 = 550$	57.3	57.9	57.6	48.1	45.5	46.8	59.8	63.0
$B_4 = 600$	53.2	50.0	51.6	49.0	54.2	51.6	57.7	55.1
平均值	57.6		47.1		60.9		55.2	

为了容易看清楚, 省略掉小区一级的产量. 但是把 12 种搭配: A 的三个位级和 B 的四个位级各自范围的平均值在表 2.2 中再次陈列一遍.

表 2.2 第一批平均产量 (单位: 百克/分 = kg/亩)

产量 品种 密度	$A_1 = \text{陕 721}$	$A_2 = \text{陕 401}$	$A_3 = \text{86-1}$	平均值
$B_1 = 450$	62.4	45.6	57.6	55.2
$B_2 = 500$	58.8	44.4	67.2	56.8
$B_3 = 550$	57.6	46.8	62.4	55.6
$B_4 = 600$	51.6	51.6	56.4	53.2
平均值	57.6	47.1	60.9	55.2

现在问, 这些产量数据向我们提供了哪些收获?

4) 试验结果

最重要的结果: 在 12 个搭配中哪个搭配的两小区平均产量最高?

(1) 表 2.2 表明: 搭配 $A_3 B_2$ 的平均产量 67.2kg/亩在 12 种搭配中最高, 直接看, 可靠又冒尖. 这个 (产量) 结果来自 (棉花小区) 试验的直接实践, 除去试验 (小区) 误差, 别无其他干扰. 这种结果非常可靠. 在此强调: 正交搭配的布点十分分散, 因而十分冒尖. 试验结果中, 坏结果也十分冒尖. 不怕结果坏得冒尖, 因为可以不用它. 怕就怕没有好结果. 一旦出现好结果, 就可以推广使用, 长期受益.

(2) 再看好位级: 品种是 $A_3 = 86-1$ 的平均产量 $60.9\text{kg}/\text{亩}$ 最好; 密度是 $B_2 = 500\text{kg}/\text{亩}$ 的平均产量 $56.8\text{kg}/\text{亩}$ 最高. A_3 和 B_2 的搭配跳不出完全搭配的范围. 在本例中它正好是最佳搭配. 二者重合印证与加强了它是好搭配的看法.

5) 趋势图

(1) 品种是定性因素, 没有数量指标把它的位级排出次序, 画不出趋势图. 从本例品种的产量看不出其他品种产量的高低.

(2) 针对品种 A 的每个位级 $A_1 = \text{陕} 721$, $A_2 = \text{陕} 401$, $A_3 = 86-1$, 图 2.1 列出了产量随密度的折线趋势. 由于没有数量指标把 A 的位级排出次序, 画不出趋势图, 图 2.1 还列出了三条折线的平均趋势. 三条折线中取两条的平均趋势因使用价值低, 故不列出 (A 代表三个位级: $A_1 = \text{陕} 721$, $A_2 = \text{陕} 401$, $A_3 = 86-1$. 图 2.1 是各个品种中随密度而定的平均产量).

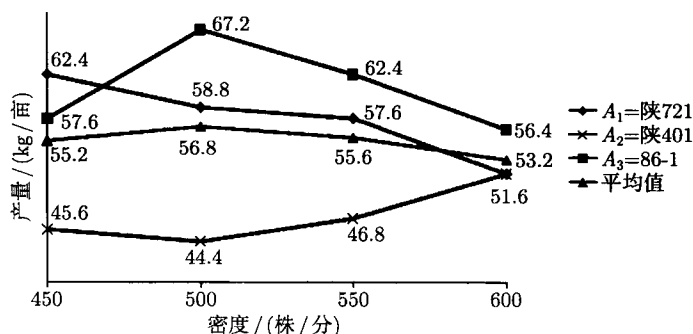


图 2.1 第一批在三个品种下四个密度产量及平均产量的趋势图

6) 第二批试验

在好苗头处着重加密: 按照趋势图 2.1 选 $B_5 = 475$, $B_6 = 525$ 作为定量因素 B 的新位级. A 是定性因素, 无法内插与外推, 仍旧选 A_3 作为 A 的位级与 B_5 , B_6 搭配试验. 本例也可拆成分别对应于三个品种的单因素密度试验. 在一项双因素试验中如果一种有 n 个位级的定性因素 A 和一种定量因素 B , 则可拆成 n 个对应于 $\{A_i: i = 1, 2, \dots, n\}$ 的定量单因素试验.

例 2.2 两种定量因素.

1) 试验目的及考核指标

(1) 试验目的: 在栽培措施中寻求密度 B 和打顶日期 C 两种定量因素的好搭配, 以促进棉花生产.

(2) 考核指标: 皮棉产量 ($\text{kg}/\text{亩}$).

(2) 挑选 B , C 的试验位级. 密度 B 选四个位级, 打顶期 C 选三个位级, 列在表 2.3 中, 共为 12 个搭配列在表 2.4 中.

表 2.3 双因素位级表

因素	位级 1	位级 2	位级 3	位级 4
密度 $B/(株/分)$	450	500	550	600
打顶日期 C	7 月 10 日	7 月 20 日	7 月 30 日	

3) 结果与计算

表 2.4 12 个搭配的试验结果与计算

产量 打顶日期 密度/(株/分)	$C_1=7$ 月 10 日	$C_2=7$ 月 20 日	$C_3=7$ 月 30 日	平均值
$B_1=450$	57.6	62.4	45.6	55.2
$B_2=500$	67.2	58.8	44.4	56.8
$B_3=550$	62.4	57.6	46.8	55.6
$B_4=600$	56.4	51.6	51.6	53.2
平均值	60.9	57.6	47.1	55.2

4) 试验收获

(1) 直接看, 12 个搭配中以搭配 B_2C_1 的亩产 67.2kg 最高。

(2) 在四种密度中以 B_2 的平均亩产 56.8kg 为最高。在三种打顶日期 C 中以 C_1 的平均产量 60.9kg 最高, 二者搭配起来, 就是 (1) 的好搭配。

(3) 趋势图见图 2.2。

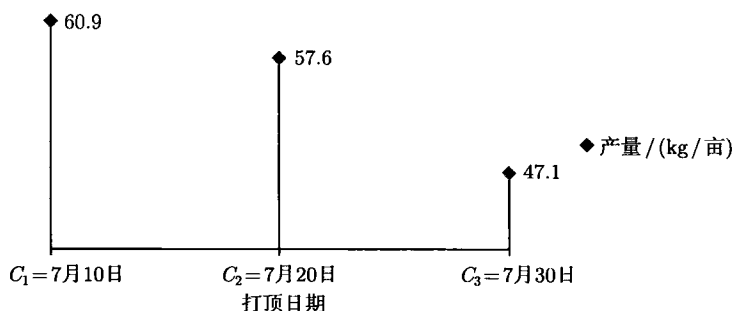


图 2.2 三个打顶日期及其平均产品的趋势图

从图 2.2 可以看出: 打顶日期越晚, 产量越低。这意味着三个打顶日期都选晚了, 就是说, 整个日期范围估计晚了。遇到这种逐步下降 (或逐步上升) 的趋势图, 提前打顶, 通常会带来重大的增产潜力。请试验工作者格外注意, 不要漏掉这种重大收获。为什么这么说? 因为直接看 (1) 的收获到达最好搭配 B_2C_1 的产量不过是 67.2kg/亩。由于 $C_1=7$ 月 10 日的时间晚了, 67.2 只能被认为是低水平的, 而提前打顶可以产生高于 67.2kg/亩的产量。