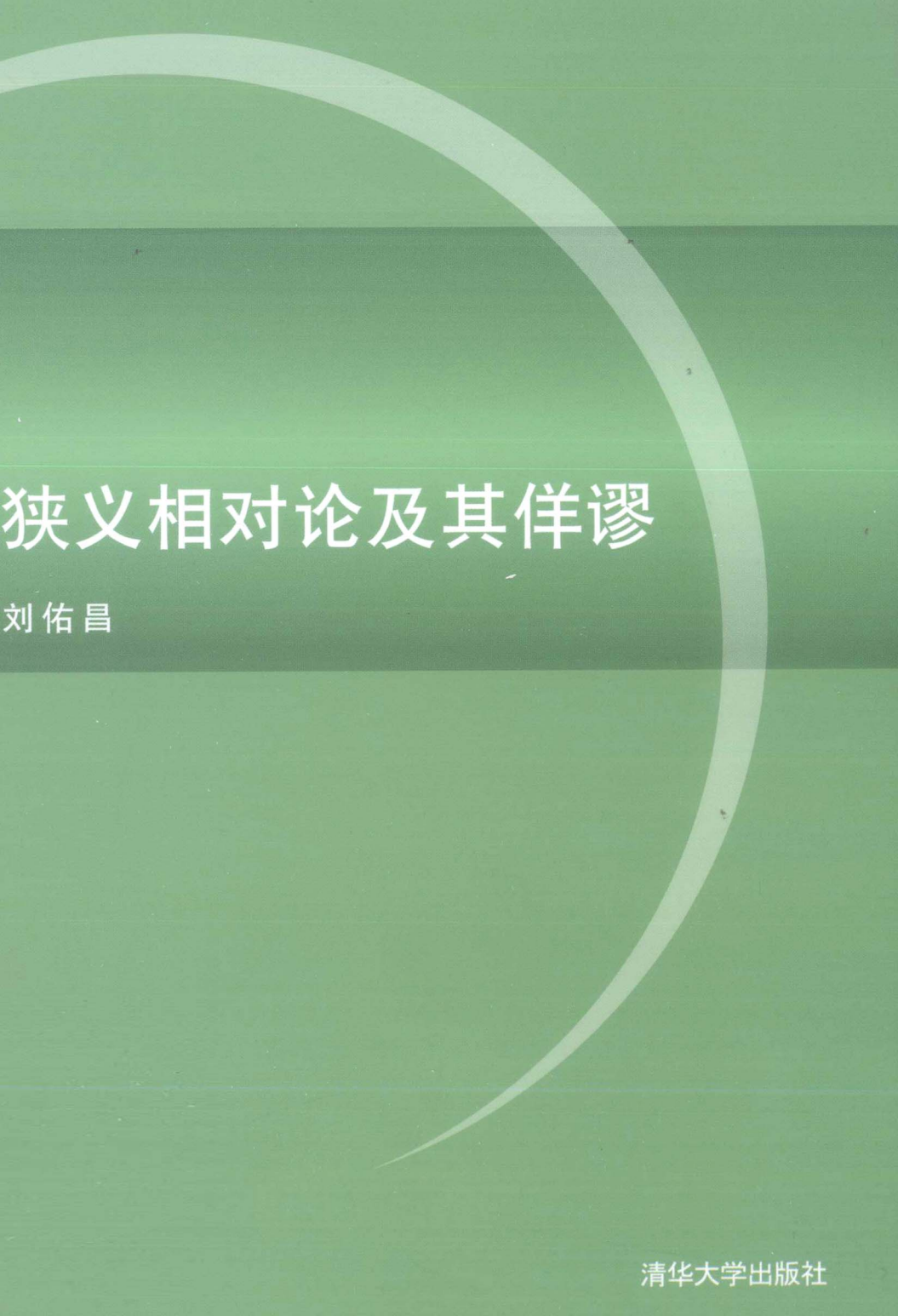




狭义相对论及其佯谬

刘佑昌

清华大学出版社

狭义相对论及其佯谬

刘佑昌

清华大学出版社
北京

内 容 提 要

本书以理工院校的大学物理和高等数学为基础,主要涉及狭义相对论的历史背景、时空观、光学、力学和电磁学;取材丰富,内容新颖,有不少独到的论述;讨论了各式各样的(长度、时钟、超光、冲量、能量、电流、物体平衡……)佯谬以及容易混淆的概念,强调了同时概念的相对性和相对论的绝对性。

本书可作为高校的教学参考书,也是了解、研究狭义相对论的一本有价值的著作。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

狭义相对论及其佯谬/刘佑昌. —北京:清华大学出版社,2011.9
ISBN 978-7-302-25910-7

I. ①狭… II. ①刘… III. ①狭义相对论—研究 IV. ①O412.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 115745 号

责任编辑:朱红莲 李嫒

责任校对:王淑云

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机:010-62770175

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京密云胶印厂

经 销:全国新华书店

开 本:148×210

印 张:6.75

字 数:181千字

版 次:2011年9月第1版

印 次:2011年9月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:19.00元



地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

邮 购:010-62786544

产品编号:040942-01

本书的前身是《狭义相对论基础》(高等教育出版社 1988 年出版),原为北京航空航天大学选修课的教材。经过较大的删改及补充,才有了这本书。

不少人对相对论有兴趣,然而在接触它的过程中,常常会产生各种困惑及误解。本书将尽可能澄清一些问题,使大家更好地理解狭义相对论。

为了适应广泛的读者,这里避开了矢量分析、张量运算,仅使用微积分、矢量代数,尽量多介绍一些物理内容。具有理工科大学物理基础的读者,应该可以顺利地阅读它,只是需要一点耐心。

常言要辩证地认识事物,这首先要不断地从正面、反面去思考,通过肯定、否定、否定之否定……螺旋上升。因此,佯谬的提出及解决,特别有助于我们深化认识及消除偏见。狭义相对论的佯谬,往往纠缠着时空观念或物理概念的新旧冲突;特别是,很多困惑的产生出于未能摆脱“绝对时间”的束缚,所以预先提醒大家,“同时”的相对性是极其重要的。

谈到相对性,有这样一种流行说法:“相对论将一切都相对化了”。其实,相对论也有绝对化的一面,而且它比传统理论的绝对化更全面、更深刻,以致爱因斯坦喜欢称之为不变性理论;在这个意义上,相对论本可以叫作绝对论。本书一有机会就会揭示这一点。

书中带有 * 的内容,初学时可以暂且跳过。另外,为了查阅的方便,所附的参考资料,不都是第一手的权威文献。

作者学识有限,不当之处,尚祈指正。感谢清华大学出版社编辑及相关人员为本书付出的辛劳。

刘佑昌

2011年5月

第 1 章 狭义相对论的提出	1
1.1 绝对时空观	1
1.2 牛顿力学的绝对性	4
1.3 电磁以太的特殊性	6
1.4 以太危机	11
1.5 狭义相对论的基本原理	14
参考文献	18
第 2 章 狭义相对论的时空观、运动学及光学	20
2.1 洛伦兹变换	20
2.2 速度的变换	26
2.3 相对速度和加速度	31
* 2.4 托马斯进动	34
2.5 同时的相对性	38
2.5.1 长度收缩	41
2.5.2 时间膨胀	44
2.6 长度佯谬	47
2.6.1 穿孔佯谬	47
2.6.2 进屋佯谬	51
2.7 时钟佯谬	53
2.8 因果的绝对性	56

2.9	表观的超光运动	62
2.10	光的多普勒效应	65
2.11	光线的变换	70
2.12	运动镜对光的反射	72
* 2.13	光强度的变换	76
2.14	平面光波的变换	80
	参考文献	82
第3章	动力学	84
3.1	质量-速度关系	84
3.2	质量-能量关系	89
3.3	能量-动量关系	93
3.4	粒子的运动定律(静质量恒定)	107
* 3.5	粒子的运动定律(静质量可变)	118
3.6	粒子系的能量和动量	121
3.7	物体的平衡佯谬	124
3.8	“刚棒”的压缩佯谬	127
3.9	质心	131
	参考文献	134
第4章	电磁学	136
4.1	电荷的绝对性	137
4.2	电荷密度和电流密度	139
4.3	库仑定律和毕奥-萨伐尔定律	145
4.4	电磁场的场强变换	153
4.5	电流佯谬	158
4.6	载流导线的受力	160
4.7	电磁场的能量变换	165
4.8	电磁感应	172

* 4.9 极化和磁化	180
参考文献	185
结语	186
附录	188
附录 I 菲涅耳牵引系数	188
附录 II 光行差现象	191
附录 III 洛伦兹变换的线性要求	193
附录 IV 滑落佯谬	195
附录 V 运动物体的平衡条件	198
附录 VI 平均速度的变换	200
附录 VII 有关载流导线的平行关系	202
索引	203

第 1 章

狭义相对论的提出

狭义相对论给物理学带来了一次巨大的变革,但它又是经典物理理论的继续和发展;割断了历史,就无法了解相对论产生的必然性,也难以理解它的基本原理的提出。

本章着重阐述狭义相对论提出的历史背景及其基本原理。粗略地回顾一下 19 世纪末物理学的概况,主要是牛顿力学及麦克斯韦电磁理论,这不仅对了解狭义相对论的创建有好处,而且有利于我们以后将新、旧理论进行对比,并由此加深对狭义相对论本身内容的认识。

1.1 绝对时空观

任何自然过程都是在时间和空间中演变和完成的;物理规律的定量表达,往往离不开空间坐标及时间参量的运用。因此,有关时间及空间的概念,在物理学中一直是极其根本、极为重要的。现在,我们首先对相对论以前的时空观作简要的介绍,即把日常生活中大家已经习惯的时空概念概括一下。

自古以来,人们就将时间及空间的概念绝对化了;以为同一过程的时间及同一距离的长度,不管在哪个参照系里进行测量,其结果都应该一样;或者说,时间及空间的测量,是与观测者的运动状态无关的。特别突出的是,在所有参照系里都使用着一个共同的时间变量。按照牛顿的说法:“绝对的、真的及数学的时间,是自身在那里流,而

因其性质,是等速的且不与外界任何对象有关系。”^[1]这表明,各个地方的时间都同等快慢地均匀流逝着,即与物质的运动无关,也与参照的空间无关;同时的概念是绝对的,事件的时间顺序也是绝对的。对时空的这种认识,常称之为绝对时空观。

伽利略变换将绝对时空的概念定量地表达了出来;它涉及两个

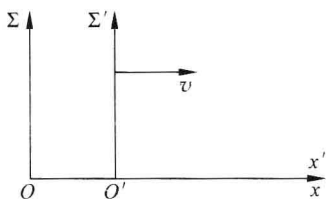


图 1-1 Σ' 系对 Σ 系匀速直线运动 x 轴正向,而速度为常量 v ,并假定

刚性参照系之间的坐标变换,而这些参照系,是处于彼此相对作匀速直线运动的状态。因此,使用直角坐标系是方便的,如图 1-1 所示,其中已选定 Σ' 系对 Σ 系的运动是沿着

二坐标系的对应轴完全重合时为计时零点,即 $t=t'=0$ 。于是,由时空的绝对概念, Σ 系与 Σ' 系之间的坐标变换,应有如下关系:

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \right\} \quad (1-1a)$$

显然,其逆变换为

$$\left. \begin{aligned} x &= x' - (-v)t' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned} \right\} \quad (1-1b)$$

这一组坐标变换式,就是伽利略变换。它准确地表达了时间和长度都是绝对不变量,即总有

$$\left. \begin{aligned} \Delta x' &= \Delta x \\ \Delta y' &= \Delta y \\ \Delta z' &= \Delta z \\ \Delta t' &= \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

这里,有一点应该引起注意,就是在长度的直接测量中,如果被测物体与观测者之间有相对运动,一定要同时测定其端点的位置;只有这样,才能保证物体在运动方向上的长度具有确定的意义。正是在这个规定下,我们才得出式(1-2)中的第一个等式。

将式(1-1a)中的前三个等式对时间取微商,并引入速度符号 $\mathbf{u}$ 及 $\mathbf{u}'$,就得到

$$\left. \begin{aligned} u'_x &= u_x - v \\ u'_y &= u_y \\ u'_z &= u_z \end{aligned} \right\} \quad (1-3a)$$

或

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v} \quad (1-3b)$$

这里的 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{u}'$,是同一粒子分别在 Σ 系和 Σ' 系里的速度,式(1-3)表明了它们之间的变换关系;其逆变换式就不写出了。这些变换,就像在同一个坐标系里进行速度的合成及分解一样,是按照通常矢量加减法运算的,即遵从平行四边形法则。

式(1-3)显示了速度的相对性。但是,各个参照系里运动粒子之间的相对速度,却仍然是绝对的;因为,若某一粒子有速度 $\mathbf{u}_1$ ($\mathbf{u}'_1$),另一粒子有速度 $\mathbf{u}_2$ ($\mathbf{u}'_2$),则由式(1-3b),可得后一粒子对前一粒子的相对速度为

$$\mathbf{u}'_2 - \mathbf{u}'_1 = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$$

这表明了相对速度的绝对性;换句话说,在伽利略变换下,相对速度是一个不变的矢量。由此可知,加速度通过坐标变换式(1-1)后,一定也是一个不变的矢量,即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}' &\equiv \frac{d\mathbf{u}'}{dt'} \\ \mathbf{a} &\equiv \frac{d\mathbf{u}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad \mathbf{a}' = \mathbf{a} \quad (1-4)$$

总之,伽利略变换概括了几千年来人类对时空及运动的全部经验;不仅在相对论以前的物理学中起着根本的重要作用,即使在现

代,人们在日常生活以及极其宽广的工程技术领域里,仍然受到这种绝对时空观的支配。

1.2 牛顿力学的绝对性

牛顿在创建他的力学体系时,曾选定若干公理作为整个理论的基石,其中包括绝对时间及绝对空间的假定。

人们早就认为,宇宙万物都好像是被盛在一个绝对静止的容器里。牛顿继承了这样一个古朴的思想,以这个无所不包的容器空间为绝对空间;然而事与愿违,他自己所发现的力学规律,却丝毫反映不出这个容器(绝对空间)是客观存在着的。相反,牛顿力学对每一个惯性系都一视同仁,它在所有惯性系里都有着同样的表达形式。

首先,惯性定律理所当然地在各个惯性系中一律有效,因为惯性系正是由此而定义的。很明显,伽利略变换恰好适应了这一要求,如果 Σ 系是惯性系,则 Σ' 系一定也是惯性系:当某粒子在 Σ 系里作惯性运动时,其速度 u 为常矢量,由式(1-3),它在 Σ' 系里的速度 u' 也一定是常矢量,反之亦然。这表明,在伽利略变换下,不会破坏惯性运动的基本特征;任何一个惯性运动,仍将变换为惯性运动。

其次,在牛顿力学中,质量和力的概念也都是绝对的。牛顿将质量理解为“物质之量”,而物体所含有物质之量不因其运动状态而改变,似乎是天经地义的。在时空的绝对观念中,宏观物体之间的相互作用力,也确实应该是一个不变量。例如,两个星体的万有引力与星体之间的距离有关、弹性力取决于弹性物体的形变,只要记住了距离的大小及形变对应的长度变化都是伽利略变换下的不变量,就不难推知这些力都应该是绝对的;此外,固体在流质内的相对运动所导致的阻力,也由于这个固体的体形、横截面积及相对流体的速度的绝对性,而是一个不变量。若以 m 和 f 分别标记质量和力,则

$$\left. \begin{aligned} m' &= m \\ f' &= f \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

表示了它们的绝对性。由式(1-4)和式(1-5),立刻可以得出:在所有惯性系里,牛顿第二定律都具有同样的表达形式,即

$$\left. \begin{aligned} f &= ma \\ f' &= m'a' \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

最后,应该谈一谈牛顿第三定律。两个相离物体之间作用力与反作用力的等值共线、同生同灭等概念,显然在任何一个惯性系里,都可以同样有效;但这些概念完全无视中间物质的存在,似乎力的传递既不需要媒介也不需要时间。其实^[2],牛顿自己也并不认为这种超距作用的概念是合理的。虽然他的万有引力定律毫不含糊地体现了超距作用精神,似乎遥远的星体能够瞬时地传递它们之间的作用力;但这只是表明他严格地尊重事实,善于从现象出发来进行归纳、推理,而不习惯提出没有事实基础的假说。

综上所述,作为古典力学基本规律的牛顿定律,确实在所有惯性系里都取同一表达形式;从而说明,在机械运动的范畴里,没有任何一个惯性系优越于其他惯性系。当然,在具体处理某一个力学问题时,并不排斥人们去挑选一个有利于运算的惯性系作为参照系;但是,从根本上说,这个参照系并不在所有惯性系中处于独特的地位。因此,在牛顿力学中,绝对空间的假定在逻辑上完全不必要,我们无法利用动力学的规律来论证和检测它是否客观存在。

伽利略、牛顿的力学规律对所有惯性系一律有效,这常常被称为伽利略的**力学相对性原理**。其实,所谓力学的相对性原理,它正好说的是力学规律的绝对性,即牛顿力学的基本定律在伽利略变换下是不变的。

尽管牛顿力学中有很多绝对化了的物理概念,这种局限性却是人类在认识自然的过程中不可避免的,并且在一定范围内,它们是客观世界的极好的近似模写;而力学的相对性原理所贯彻的各惯性系彼此平权的主张,则是物理思想宝库中的珍贵遗产,后来爱因斯坦在相对论中继承并发扬了这一思想。

1.3 电磁以太的特殊性

牛顿力学兴起之后,日趋完善,大至天体的运行,小到声波的传播,无不得到精细的处理;于是,以机械观来说明物理现象的倾向风靡一时,不仅提出了分子的机械运动模型,来解释有关冷热的现象;而且在光的波动说得势以后,很自然地将光波比拟于声波,认为宇宙中弥漫着一种无所不在的传播光的媒质。

这种想象中的宇宙媒质,被人们称为以太,它是 Aether^[3] 的音译,其含义后来被理解为传播能量的媒介。虽然根据物体的弹性理论,很难协调以太所具有的一些自相矛盾的属性,如密度极稀而弹性又足够大等;然而,人们总认为,它是应该存在着的。

麦克斯韦在 19 世纪 60 年代全面总结了电磁理论之后,认识到光的辐射不过是电磁扰动的传播,却仍然认为存在着一种电磁以太的宇宙背景。在麦克斯韦的学说里,电磁场的基本方程——麦克斯韦方程组,原来只是对以太参照系严格有效;电磁波的传播速率,也

只是在以太中才严格地各向同性,其值 c 约为 $3 \times 10^5 \text{ km/s}$ 。

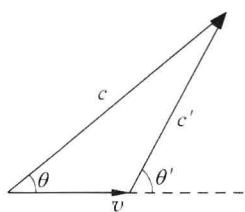


图 1-2 光速的传统变换

根据传统的平行四边形法则,光在其他惯性系里的速率,就会是各向异性的。设某惯性系 Σ' 相对以太(它也是一个惯性系)的速度为 v ,见图 1-2,则由式(1-3b),光线(光能)在 Σ' 系中的传播速度 c' ,与它

在以太中的传播速度 c 之间,应有关系

$$c' = c - v$$

或

$$c'^2 + v^2 + 2vc' \cos \theta' = c^2 \quad (1-7)$$

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\cos \theta - v/c} \quad (1-8)$$

从式(1-7),即可求出

$$c' = (c^2 - v^2 + v^2 \cos^2 \theta')^{1/2} - v \cos \theta' \quad (1-9a)$$

显然

$$\left. \begin{aligned} \theta' = 0 &\rightarrow c' = c - v \\ \theta' = \frac{\pi}{2} &\rightarrow c' = \sqrt{c^2 - v^2} \\ \theta' = \pi &\rightarrow c' = c + v \end{aligned} \right\} \quad (1-9b)$$

以太中光速的理论值 $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ (ϵ_0 和 μ_0 分别是真空的介电常数和磁导率)是麦克斯韦方程组的一个重要结论,既然惯性系 Σ' 里的真空光速原则上不再等于 c ,由此可以推知,在以太惯性系之外的其他惯性系里,麦克斯韦方程组不再严格地保持原有形式不变。于是,在所有的惯性系中,以太系是一个特殊的惯性系,它在电磁学中是一个优越的惯性系。

这样一来,牛顿所信赖的绝对空间,虽然在他自己的力学体系中并无容身之处,却在麦克斯韦的电磁理论里,显示出它的存在。承认电磁以太作为整个宇宙的背景物质,实质上就是将绝对空间实体化了。

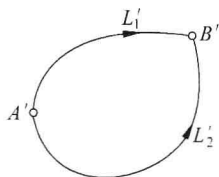
因此,从原则上来说,我们可以使用电磁学的方法,来探求相对以太运动的所谓绝对速度。其中最典型的是利用光的干涉原理:取某一点光源发出的两束光,使之通过不同的光路以后,设法将它们会聚而产生干涉。但以下的计算表明,在精度不高的测量中,不可能得出任何的积极结果。

1. $\frac{v}{c}$ 级干涉的基本计算

作为基本讨论,我们暂且只考虑全部光路都通过真空的情况。仍取惯性系 Σ' ,假定它相对以太的速度为 v , A' 、 B' 是 Σ' 内的两个固

定点, L'_1 及 L'_2 为其间的两条光路, 如图 1-3 所示。显然, 当光线自 A' 点出发, 分别沿这两条光路到达 B' 点, 所产生的时差为

$$T' = \int_{L'_1} \frac{dl'}{c'} - \int_{L'_2} \frac{dl'}{c'}$$



在处处沿光路线元 dl' 传播的光速即图 1-2 图 1-3 干涉的基本计算中的 c' 。将式(1-9a)代入后, 略去 v^2/c^2 及其他更高次项, 则有

$$\begin{aligned} T' &\approx \int_{L'_1} \frac{dl'}{c - v \cos \theta'} - \int_{L'_2} \frac{dl'}{c - v \cos \theta'} \\ &\approx \int_{L'_1} \left[\frac{dl'}{c} + \frac{v \cos \theta' dl'}{c^2} \right] - \int_{L'_2} \left[\frac{dl'}{c} + \frac{v \cos \theta' dl'}{c^2} \right] \end{aligned}$$

由于

$$\int_{L'_1} \frac{v \cos \theta' dl'}{c^2} - \int_{L'_2} \frac{v \cos \theta' dl'}{c^2} = \frac{1}{c^2} \mathbf{v} \cdot \left(\int_{L'_1} d\mathbf{l}' - \int_{L'_2} d\mathbf{l}' \right) = 0$$

就得出

$$T' \approx \int_{L'_1} \frac{dl'}{c} - \int_{L'_2} \frac{dl'}{c} \quad (1-10)$$

这表明, 在 v/c 级近似下, Σ' 系里所完成的图 1-3 所示的这一类干涉实验, 并不能给出有关绝对速度 v 的任何结果。我们也可以这样来理解式(1-10), 即将 Σ' 系当作是静止于以太中的, 从而直接使用光速 c 来进行计算。

2. 斐索流水实验

在 v/c 级干涉实验中, 最著名的有斐索实验。这是 1851 年斐索 (H. L. Fizeau) 试图通过光在流水中的传播, 来检验菲涅耳 (A. Fresnel) 于 1818 年提出的弹性以太理论所作的实验。

该实验的装置大致如图 1-4 所示, 整个设备固定在地面上, S 是光源, M_1 、 M_2 、 M_3 是反射平面镜, P 是半透光、半反射的薄片, T 是望远镜。这里, 在 v/c 级近似中, 对望远镜 T 中观测到的干涉条纹,

基本上仍然可以仿照式(1-10)进行计算。即等效地将地球当作是静止于以太中来处理。

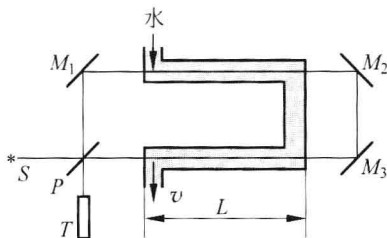


图 1-4 斐索实验

先假定管中的水不流动,自光源 S 发出的光线 $SPM_1M_2M_3PT$ 及光线 $SPM_3M_2M_1PT$,将在望远镜中产生一定的干涉图样;然后让管中的水流动,这时观测到的干涉图样会有所改变,而影响这一改变的那一部分光路,就集中在两段总长为 $2L$ 的水管中。若水的折射率为 n 、对地的流速为 v ,则光在流水里相对地面的速率,根据通常的理解,似乎顺水为 $\left(\frac{c}{n} + v\right)$ 、逆水为 $\left(\frac{c}{n} - v\right)$ 。这已经考虑到,静水中的光速为 $\frac{c}{n}$ 。

于是,当管中的水从静止开始到以 v 速流动, T 中的干涉图样将有条纹移动,如果对流水中的光速,采用上述表示,则移动的条纹数应为

$$\begin{aligned}\Delta N &\approx 2\nu L \left[\left(\frac{c}{n} - v \right)^{-1} - \left(\frac{c}{n} + v \right)^{-1} \right] \\ &\approx \frac{4\nu n^2 L}{c^2} v\end{aligned}\quad (1-11)$$

式中, ν 为光的频率,近似计算到 v/c 级。

虽然该实验确实显示出干涉条纹的移动,但观测值却不到式(1-11)所预期的一半;如果引用菲涅耳的以太理论来验算,则实验结果与理论值比较好的一致。