

G 466
885

S 016058

唐 守 謙 編 著

現代教育統計學



S9002741

石 守 謙 主 贈 書

年 月 日

臺 灣 書 店 發 行

中華民國五十七年一月出版
中華民國六十二年十二月再版
中華民國六十五年十月三版

師範教師叢書 現代教育統計學

版權所有 • 翻印必究

基價：壹元柒角捌分（六折發售）

編 印 者 臺 灣 省 教 育 廳

編 著 者 唐 守 謙

發 行 者 臺 灣 書 店

地 址：臺北市重慶南路一段十四號

電 話：三一—三八七五

印 刷 者 臺 灣 書 店 印 刷 廠

地 址：臺北市忠孝東路一段一七二號

電 話：三二—一七六五九

編輯例言

- 一、本叢書主旨在配合師範師專課程標準，編譯各國教育名著，以供師範師專教師、國教輔導人員及國校教師作教學及輔導進修等之參考。
- 二、本叢書之編輯，理論與實際兼顧，以適合本省師範教育及國民教育之實際需要為目標。
- 三、本叢書分為教育原理、教育心理、教育行政、教材教法、學生指導、及教育研究等六類，每一門類冊數不拘。
- 四、本叢書聘請學者專家組織「師範教師叢書編審委員會」負責策劃及審查。
- 五、本叢書特請國內外教育專家學者合作，凡認有適合本叢書出版主旨之各國名著，請來函推薦，擬自行編譯或另行覓人編譯均可。來函請寄「臺中霧峯省教育廳第四科」。
- 六、本叢書第一輯共四十五冊，因包羅廣泛，安排失當之處，自所難免，至祈讀者隨時指教。

現代教育統計學 目次

編輯例言

廳長序

自序

第一章 緒論..... 1

統計的意義・統計與教育研究・精確數值與近似數值
及其計算法・常用統計符號

第二章 統計資料之整理與統計圖表..... 16

統計表・次數分配・統計圖・次數分配圖・次數分配
之誤差・次數分配的形態

第三章 集中量數..... 30

衆數・中數・算術平均數・幾何平均數・調和平均數
・集中量數的解釋及應用

第四章 差異量數..... 51

全距・四分位差・百分位數和百分等級・平均差・標
準差・差異係數・標準分數・差異量數的用法及解釋
・偏態與峯態

第五章 常態分配..... 89

常態分配的形態・常態曲線的方程式・常態曲線的面

積與高度・統計上常態性的概念・常態分配在教育上的用途

第六章 相關與迴歸.....109

相關的意義・積差相關係數・積差相關法的特殊應用
 ・由分組資料求 r_{xy} 的方法・其他相關法・直線迴歸
 ・迴歸線在預測上的應用・積差相關係數之解釋・三個以上變量間的相關・曲線相關

第七章 正確性與可靠性.....169

可靠證據的條件・測量誤差與可靠性的關係・可靠性估計值之用法與解釋・測驗項目分析

第八章 統計推論 I：抽樣理論.....193

抽樣理論的概念・統計推論的意義・抽樣分配・統計假設及考驗・考驗假設的錯誤・控制 α 及 β 錯誤的方法・母全體常數之估計・樣本常數之顯著性與可靠性

第九章 統計推論 II：大樣本理論.....206

二項抽樣分配・常態抽樣分配

第十章 統計推論 III：小樣本理論(一).....242

t 抽樣分配・ χ^2 抽樣分配

第十一章 統計推論 IV：小樣本理論(二).....272

F 抽樣分配

第十二章 統計推論 V：無母數統計法.....303

兩獨立樣本之符號考驗・兩相關樣本之符號考驗・ k
個獨立樣本之符號考驗・兩獨立樣本之等級考驗・兩
相關樣本之等級考驗・ k 個獨立樣本之等級考驗・ k
個相關樣本之等級考驗

參考書目

附 表

附表目錄

- I 400個假造的常態分配之分數及其屬性分配表
- II 隨機號碼表
- III 常態曲線機率表
- IV 常態曲線縱線 (y') 表
- V 三角函數表
- VI 積差相關係數 r 轉換 z 值表
- VII 常態母全體 α 的抽樣界限表
- VIII t 分配機率表
- IX χ^2 分配機率表
- X F 分配機率表

1. 教育統計學之概論	1
2. 教育統計學之發展	10
3. 教育統計學之應用	19
4. 教育統計學之重要性	28
5. 教育統計學之分類	37
6. 教育統計學之基本原則	46
7. 教育統計學之基本方法	55
8. 教育統計學之基本資料	64
9. 教育統計學之基本圖表	73
10. 教育統計學之基本公式	82
11. 教育統計學之基本推論	91
12. 教育統計學之基本應用	100
13. 教育統計學之基本結論	109
14. 教育統計學之基本附錄	118
15. 教育統計學之基本索引	127
16. 教育統計學之基本參考文獻	136
17. 教育統計學之基本名詞解釋	145
18. 教育統計學之基本圖表	154
19. 教育統計學之基本公式	163
20. 教育統計學之基本推論	172
21. 教育統計學之基本應用	181
22. 教育統計學之基本結論	190
23. 教育統計學之基本附錄	199
24. 教育統計學之基本索引	208
25. 教育統計學之基本參考文獻	217
26. 教育統計學之基本名詞解釋	226
27. 教育統計學之基本圖表	235
28. 教育統計學之基本公式	244
29. 教育統計學之基本推論	253
30. 教育統計學之基本應用	262
31. 教育統計學之基本結論	271
32. 教育統計學之基本附錄	280
33. 教育統計學之基本索引	289
34. 教育統計學之基本參考文獻	298
35. 教育統計學之基本名詞解釋	307
36. 教育統計學之基本圖表	316
37. 教育統計學之基本公式	325
38. 教育統計學之基本推論	334
39. 教育統計學之基本應用	343
40. 教育統計學之基本結論	352
41. 教育統計學之基本附錄	361
42. 教育統計學之基本索引	370
43. 教育統計學之基本參考文獻	379
44. 教育統計學之基本名詞解釋	388
45. 教育統計學之基本圖表	397
46. 教育統計學之基本公式	406
47. 教育統計學之基本推論	415
48. 教育統計學之基本應用	424
49. 教育統計學之基本結論	433
50. 教育統計學之基本附錄	442
51. 教育統計學之基本索引	451
52. 教育統計學之基本參考文獻	460
53. 教育統計學之基本名詞解釋	469
54. 教育統計學之基本圖表	478
55. 教育統計學之基本公式	487
56. 教育統計學之基本推論	496
57. 教育統計學之基本應用	505
58. 教育統計學之基本結論	514
59. 教育統計學之基本附錄	523
60. 教育統計學之基本索引	532
61. 教育統計學之基本參考文獻	541
62. 教育統計學之基本名詞解釋	550
63. 教育統計學之基本圖表	559
64. 教育統計學之基本公式	568
65. 教育統計學之基本推論	577
66. 教育統計學之基本應用	586
67. 教育統計學之基本結論	595
68. 教育統計學之基本附錄	604
69. 教育統計學之基本索引	613
70. 教育統計學之基本參考文獻	622
71. 教育統計學之基本名詞解釋	631
72. 教育統計學之基本圖表	640
73. 教育統計學之基本公式	649
74. 教育統計學之基本推論	658
75. 教育統計學之基本應用	667
76. 教育統計學之基本結論	676
77. 教育統計學之基本附錄	685
78. 教育統計學之基本索引	694
79. 教育統計學之基本參考文獻	703
80. 教育統計學之基本名詞解釋	712
81. 教育統計學之基本圖表	721
82. 教育統計學之基本公式	730
83. 教育統計學之基本推論	739
84. 教育統計學之基本應用	748
85. 教育統計學之基本結論	757
86. 教育統計學之基本附錄	766
87. 教育統計學之基本索引	775
88. 教育統計學之基本參考文獻	784
89. 教育統計學之基本名詞解釋	793
90. 教育統計學之基本圖表	802
91. 教育統計學之基本公式	811
92. 教育統計學之基本推論	820
93. 教育統計學之基本應用	829
94. 教育統計學之基本結論	838
95. 教育統計學之基本附錄	847
96. 教育統計學之基本索引	856
97. 教育統計學之基本參考文獻	865
98. 教育統計學之基本名詞解釋	874
99. 教育統計學之基本圖表	883
100. 教育統計學之基本公式	892
101. 教育統計學之基本推論	901
102. 教育統計學之基本應用	910
103. 教育統計學之基本結論	919
104. 教育統計學之基本附錄	928
105. 教育統計學之基本索引	937
106. 教育統計學之基本參考文獻	946
107. 教育統計學之基本名詞解釋	955
108. 教育統計學之基本圖表	964
109. 教育統計學之基本公式	973
110. 教育統計學之基本推論	982
111. 教育統計學之基本應用	991
112. 教育統計學之基本結論	1000

第一章 緒 論

一、統計的意義

統計一詞，英文爲 Statistics，德文爲 Statistik，法文爲 Statistique，皆導源於拉丁字 Status，含有考察政治情形的意思。統計最初用以表明國家重要狀況，但當時缺乏精確的記載，表明的方式幾乎全用文字，與現代統計之意義頗不相同。近百餘年來，統計一詞逐漸演化，一方面專用於以數字表示事實，一方面由用於國家的政治、經濟情形推廣至社會、心理、生物、氣象、教育等科學與事業之應用。現代統計之意義，有數個基本概念與專用名詞，簡略解釋於下：

1. 統計是以母全體 (Population) 爲研究對象。

統計之主要目的可說是研究母全體的數量特性 (Numerical Property) 而非零碎的個別事件。在此，「母全體」與「數量特性」分別說明於下。所謂母全體就是所要研究的事物之全體個體。如研究兒童智慧的發展，並不限於某學校，某班級或某些年齡的幾個人爲對象，而是要以全部兒童爲對象，所得之數量特性才有意義。包含有限個體之母全體稱爲有限全體 (Finite population)；包含無限多個體之母全體稱爲無限全體 (Infinite population)。由具體事物構成之母全體稱爲實在全體 (Existent population)；實際不存在之母全體稱爲理論的或假設全體 (Hypothetical population)。母全體之性質不同，所用的統計方法也有所差異，不過也有時可以通用。所謂數量特性就是能用數字表示其意義的特性，統計所處理之

資料大多屬於數量的資料，不過品質資料亦能轉換為數量的資料而處理。

2. 統計是變異 (Variations) 的研究。

當代統計大師 R.A. Fisher 曾謂「統計學可視為變異的一種研究」。這句話強調了變異在統計學上的重要性。也就是統計所研究的課題大部份屬於變異的問題。因為一羣體中各個體之特性不論是量的或質的特性，如果完全相同，則此羣體的特性甚為單純，無須用統計方法加以研究。但宇宙各事物羣體中，各個體總是在一方面或多方面表現或多或少的變異情形，此種情形在生物、社會科學上更為複雜，更需要借助於統計之研究。現代統計特別重視變異的研究，可從其發展史中窺見其端倪。自從達爾文 (Darwin) 進化論提出後，其名著“物種原始論” (The Origin of Species)，雖然對統計沒有直接的貢獻，却予“變異”一種意義，間接促進了現代統計之發展。達爾文之後，數位生物學家又是統計學家如高爾登氏 (Galton)，開始應用常態曲線，對相關法有甚多貢獻，皮爾生 (Karl Pearson) 建立進化論的數學基礎，也就是現代統計學的基礎，到費氏 (R.A. Fisher) 的變異數分析，可說都是以統計方法來研究生物及遺傳問題，而建立了現代統計學的規模。現代統計除了受其他科學之影響外，大部分可說是十九世紀達爾文進化論的直接產物，所以現代統計由其傳統的研究，特為重視變異問題。

3. 樣本 (Sample) 與抽樣 (Sampling)

前面已提過，統計是以母全體為研究對象，而母全體即使是有限全體其數量也非常大，所包括的範圍也甚廣，為了節省金錢與時間之浪費，通常在母全體中選取一部份個體加以觀察或測量，而用此部分

資料作為研究其母全體整個情形的根據，此一部分資料就稱為母全體的一個樣本。從母全體中抽取樣本的程序或方式就稱為抽樣。用不同抽樣方法所得之樣本也不相同，如用隨機抽樣法獲得的樣本，就稱為隨機樣本（Random Sample），用分類隨機抽樣法獲得的樣本，就稱為分類隨機樣本（Stratified Random Sample）等等。統計方法被用來敘述說明某樣本之特性或由完全利用母全體資料所得之母全體特性的敘述說明的統計方法，就稱為敘述統計（Descriptive statistics），如統計方法被用於從母全體抽出樣本之資料以推論母全體之特性者，就稱為抽樣統計或統計推論（Statistical Inference）。例如，要測量某大學全體學生之IQ，如以此全體學生為母全體，其所得全體學生之平均IQ就是一種敘述統計，因為此平均IQ只說明整個母全體的特性。如只測量100個學生之樣本的IQ，所得的平均數也是敘述統計，因為此平均IQ也只說明了此樣本的特性而已。但如果希望從100學生之樣本資料所得之平均IQ以推論母全體即全體學生的平均IQ，且估計所有可能的誤差者就是統計推論。此種統計推論的方法可提供樣本平均數作為母全體平均數之估計值的準確性資料，而決定從樣本資料推論母全體特性的準確程度。

4. 母全體常數（Parameters）與樣本常數（Statistics）。

母全體常數是用來敘述說明母全體之特性者，而樣本常數則為說明從母全體抽出之樣本的特性。通常母全體常數是未知的，而以樣本常數去估計，此種估計數值又稱為估計值（Estimates）。一般以希臘字代表母全體各常數，以羅馬字代表樣本各常數或估計值。例如以 σ 代表母全體之標準差，以S代表樣本之標準差或代表母全體常數之估計值。此種表示法只是一大略的區別而已，有時因傳統習慣用法

或其他特殊情形，也有用希臘字表示樣本常數者，如 ρ 是希臘字，可表示母全體相關係數，也表示樣本的等級相關係數。

5. 變量 (Variable) 與常數 (Constant)

變量一詞係指一羣體組成份子間不相同的特性而言。例如一羣人中可在性別、年齡、膚色、智力、體力、反應時間、態度、性向、學業成績等特性發現其差別，此種特性就是變量。與變量相對的就是常數，係指一羣體之沒有差別的特性。常數在某些方面可說是一種特殊形式的變量，就是一羣體中沒有差別，無變化的變量。一羣體中不同的變量應加以歸類分組、此種個別的數值就稱為變值 (Variates or Variate Values)。如身高、體重、智力等是變量、而某一人之身高、體重、智力是多少，此個別數值就是變值。

變量依其相互關係，可分為應變量 (Dependent Variable) 與自變量 (Independent Variable)，此二變量之關係可表示為 $y = f(x)$ ， f 為函數關係， y 為應變量， x 為自變量。在某一事物中，兩變量之函數關係 f 如為已知，則從某一自變量 x 中便可求得其相對的應變量 y ，也就是說從 x 值與其函數關係 f 可預測 y 值，故一般稱 y 變量為標準變量 (Criterion Variable) 也是應變量，而稱 x 變量為預測變量 (Predictor Variable)，也是自變量。

變量依其性質的不同，也可分為名稱的 (Nominal)、順序的 (Ordinal)、間隔的 (Interval) 與比例的變量 (Ratio Variable) 四種。名稱變量只敘述說明某一特性是相同或相異，如某些人之膚色是相同的，或不同的，此種原始的變量就是名稱變量。順序變量不只說明某一特性之相同或不同，也說明其等級順序，如甲乙二生之名次不同，甲生第一名高於乙生第五名，此種名次的變量就是順序變量。

。間隔變量除了敘述說明相同、差異、大小而外，也說明其等量間隔 (Equality of Intervals)，如溫度計、日曆表之變量均屬間隔變量。此間隔變量沒有真正的零點，如有的話也只是假設的零點。如華氏64度與32度之比較，其熱度前者不能說是後者的兩倍。比例的變量除說明上述各變量之特性外，還有相等的比例 (Equality of Ratio)，並有真正的零點，如長度、重量及自然科學上的變量大多屬於此種。

上述四種不同變量，如以傳統的大概分法，前二者可歸納於品質變量，而後二者變量可歸納入數量變量。對於教育問題所用之統計方法，上述第三種與第四種變量之區分不甚重要而可合併成爲一類。由於變量性質的不同，其適用的統計方法也有不同，不過變量雖然不同，其不同的統計方法也可轉換變通使用。例如有N個人，其身高或體重之變量本屬比例變量，應採用適合此種變量之統計方法，但此種變量可轉換爲順序變量而以1, 2, 3……N等級代替，而採用另一種統計方法，根據等級而作順序的分析。身高或體重的變量也可以大略區分爲上三分之一，中三分之一，與下三分之一，而採用適用於名稱變量的統計方法。現代無母數統計方法 (Non-parametric methods) 大多把間隔的與比例的變量轉換成順序的或名稱的變量來處理，而不需要母全體常數的各種假設，此點在統計推論一章中再討論。

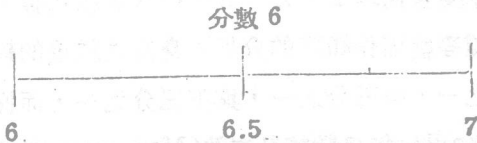
變量依其連續性質又可分爲連續數列 (Continuous Series) 與間斷數列 (Discrete Series)。連續數列是一變量在理論上可以任意劃分而均具有意義者，如IQ表示智力的程度，自最劣至最優的量數中，任何一個數值均有意義，就是到極微小的小數也有意義。間斷數列是沒有連續性，而不能任意劃分的數列。如某家有五個人，這

小孩有三個皮球，這些數量若是劃分為小數即無意義。統計上所處理之變量大多屬於連續數列，此二種不同的數列也能相互轉換而處理。

在連續數列中，一個數值也有兩種不同的解釋，一為普通數學上的解釋，認為一數值是一個距離位於兩點之間，它是代表這個距離的中點。如 6 這個數字是 5.5 至 6.5 之距離的中點，這就是說，如把連續數列歸類成次數分配表時，所有量數從 5.5 至 6.5 (不包括 6.5) 都以 6 為代表。許多統計學家採取此種解釋，本書也以此原則解釋數字的意義。此解釋圖示於下：



另一種解釋認為一數值如 6，乃代表自 6 至 7 (不包括 7) 間的距離，這段距離的中點為 6.5 圖示如下：



第二種解釋數值的中點比第一種解釋多 0.5，故對於數值之解釋應認清何種解釋方法。

6. 試與相關研究 (Experimental and Correlational Investigations)。試驗研究就是一種有控制的觀察，在控制的情境下去考驗所提出之假設，而探討其因果關係。通常試驗研究中，X 變量是由試驗者所控制的。相關研究就是一種無控制的觀察，也就是觀察現成的事實。二者之區別，培根 (Francis Bacon) 說得好，

觀察是聽自然講演，試驗是向自然發問，這就是試驗與相關研究（或稱觀察研究）之主要區別。

試驗研究包括下列各種因子：

(1)自變因子(Independent factor)，也就是試驗因子(Experimental factor)。

(2)應變因子(Dependent factor)，也就是據以判斷試驗效果的標準(Criterion)。

(3)共變因子(Concomitant factor)，

包括：

a 直接能控制的。

b 機遇化以控制的。

c 測量後再選擇使相等，或用統計加以校正。

此種試驗研究，在第十一章試驗設計一節中再予討論。

7. 統計，統計方法與統計學。

上述三名詞通常互相混用，其實各有不同的範圍，「統計」係指數量資料而言，乃用數字表示複雜的事實，如人口統計，物價統計、成績統計等都只是事實的表示。「統計方法」乃各種特殊方法專用以搜集與處理複雜的數量資料，而分析其關係。「統計學」乃用以闡明統計方法的一種專門科學。統計學可分為數理統計學(Mathematical statistics)，與應用統計學(Applied statistics)兩類，教育統計學就是應用統計學的一種，乃是闡明適用於研究教育問題的各种統計方法。

二、統計與教育研究

從前教育研究幾乎可以說是一種哲學的活動，但自從教育科學化運動以來，教育試驗研究方法以及心理與教育測量的發展，使得統計與教育更為密切的連結起來，統計便成了研究教育的主要工具之一。許多現代教育的新觀念，新理論之發現，均需要藉助於更精確的統計方法。統計對教育研究有下列三大功能：

1. 幫助了解許多現代教育研究文獻

現代教育研究文獻，除了哲學部門而外，如各種心理與教育測驗，實際教育研究，以及輔導的各種研究，均採用各種統計方法，如對各種統計方法有較為深切的了解方能閱讀有關的研究報告，而了解其內容。

2. 能設計與執行教育試驗工作

試驗設計與統計方法是一事之兩面，各種教育研究之試驗設計與執行，均需要對有關統計方法有透澈的了解。

3. 科學方法之訓練

統計推論事實上就是科學的推論，也就是一種歸納法的推論。教育研究者能熟悉各種統計推論的方法，也就能用客觀的科學方法來研究教育，使教育研究的新發現不僅能獲得他人所未曾發現的事實，更重要的是讓其他的人也能得到同樣的事實。這種客觀科學方法之訓練就需要了解統計之各種推論方法。

統計對教育研究有如上三大功用，可促進教育研究工作的發展，但如果應用不當，却也會招致許多誤解。統計在一外行人手裏是一不可靠的工具，在一宣傳家手裏就是一危險的工具。應用統計方法研究

教育，應特爲謹慎。一般常被誤用的事實，舉幾例如下：

(1)只用一個平均數來說明一羣事物的特性。例如有三個人其月薪爲一千元，一百元，一百元，其平均月薪是四百元。以平均月薪四百元來說明此三個人的每月收入情形，實際上就是一種錯誤的解釋。

(2)只用單一量數來解釋一羣事物的特性。例如，一般認爲智慧高的學生其學業成績較好，此種推理是可靠的，但應用於某一學生時，就要謹慎解釋，不能以爲智慧與學業成績間有高的正相關，就可推理於每個學生之上，因爲每一學生之學業成績各有其他的影響因素。

(3)由樣本資料對母全體常數作不適當的推論。從母全體抽出之隨機樣本，作爲推論母全體常數之依據時，會受到抽樣誤差的影響，如果樣本過小，選樣不隨機或不適合各種推論的假設條件，將會失去推論的意義。

(4)各種資料之比較，只採用片面事實爲根據。如一般人認爲都市教師的待遇比鄉村教師高，這種比較如沒有把生活程度的全部有關因素作爲比較，而只以薪俸收入的多寡作爲比較標準，將是沒有意義的。

三、精確數值與近似數值及其計算法

1. 精確數值 (Exact numbers) 與近似數值 (Approximate numbers)

精確數值就是絕對精確的數值，也就是由仔細點計事物而得的數值，如某校教師人數、學生人數等都可得到完全精確之數。又如 π 值，自然對數值 e 等也是理論的精確數值。

近似數值的來源有：(1)由測量所得之數值，如各種心理與教育測

量，寒暑表，體溫計等所獲得之資料都必須解釋為接近真值的近似數值。(2)經過簡化與割捨 (Round off) 的數值均為近似數值。如 248.8 元是精確數值，割捨其小數成為 249 元則變為近似數值。

一般認為測量一事物之精確數值是一種理論或期望數值，是由無限次相同測量所得量數的平均數，而單一測量所得之量數必然是一近似數值，因此統計資料大半均為近似數值，對此數值與其誤差要有相當了解才不致發生錯誤。

2. 簡化與割捨尾數 (Rounded numbers)

一般統計資料之處理常遇到統計量數之計算應保留多少位數字才算正確的問題。統計數值的計算，保留數字過少，則失去其精確性，過多則造成計算上的麻煩與不清晰的結果，故在許多情形下，凡原來數值之精確度超過所要研究問題之需要者，都可以簡化或割捨，以減少計算之繁雜。有小數之尾數通常採用四捨五入法割捨不必要之尾數，如割捨之尾數大於 5 則前一位數加一，小於 5 則前一位數不變，如恰為 5 時，前一位數為奇數時加一，為偶數時不變。例如，8.6354 一數字，要割捨留二位小數即成為 8.64，留一位小數即為 8.6，成為整數則為 9。整數部分的尾數也可用上述方法予以簡化以保留其準確度所需要的數字。

3. 有效數字 (Significant figures)

表示一數值之準確程度的數字稱為有效數字。如一個 64.3 寸之數值，表示有十分之一寸的準確度，其真值在 64.25 寸與 64.35 寸之間。此數值 64.3 就包含有三個有效數字。一般計算有效數字的方法是自該數值的左邊向右邊算去，自非零的第一位數字算起到最後一位的準確數字為止。因此，有效數字與準確度有密切關係。如此一數值 8,130,000