

高等
学校
教材

■ 李伟 主编

高等数学 (上册)



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高等数学

Gaodeng Shuxue

(上册)

李 伟 主编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书依据高等学校数学与统计学教学指导委员会新修订的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”编写而成。本书注重培养学生用“已知”认识、研究、解决“未知”的能力；注重给学生营造一个启发式、互动式学习的氛围与环境，使学生在“边框”中提出的问题的启发、引导、驱动下边思考、边读书、边总结；内容力求简明、引出尽可能直观，注重避免新的概念、新的结论、新的方法“从天而降”。同时注意为青年教师实施启发式、互动式教学提供一定的借鉴。

全书分上、下两册，上册内容包括函数与极限、一元函数微分学、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程等，书末附常用初等数学公式、几种常见的曲线、MATLAB软件简介、习题参考答案与提示。本书可供高等学校理工科非数学类专业高等数学课程教学使用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学·上册/李伟主编. —北京：高等教育出版社，2011.7
ISBN 978-7-04-032721-2

I. ①高… II. ①李… III. ①高等数学—高等学校—教材 IV.
①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 083291 号

策划编辑	于丽娜	责任编辑	贾翠萍	封面设计	张雨微	版式设计	范晓红
插图绘制	郝林	责任校对	张小镝	责任印制	刘思涵		

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 肥城新华印刷有限公司
开 本 787mm × 960mm 1/16
印 张 26.25
字 数 470 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2011 年 7 月第 1 版
印 次 2011 年 9 月第 2 次印刷
定 价 35.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 32721-00

高等学校大学数学教学研究与发展中心

资助课题成果

序

我国高等教育正处于由精英教育步入大众化教育的初期,以提高教学质量、培养创新型人才为目的的教学方法改革将是我国大学数学教学工作面临的一项长期而艰巨的任务。高等数学作为一门重要的数学基础课程,其教学方法的改革尤为重要。李伟教授一直从事大学数学基础课程教学与研究,对高等数学的教学方法改革进行了长期的探索与实践,这部《高等数学》教材就是他研究的结晶。该书在如何通过教材提高学生学习数学的兴趣,如何在课本中给学生营造一个互动式的读书氛围,如何使学生能在问题的启发下去思考、读书等方面,给我们提供了一个很好的范例。

该书的显著特点是,以学生为本,将启发式、互动式引进教材,给学生营造一个互动式读书的氛围与环境。譬如,书中通过边框提出问题,激发学生去思考,帮助学生领会所学内容的实质,使学生不仅知道是什么,还应理解为什么;对难以读懂的地方提醒学生去联系有关的“已知”;在做了例题之后,提醒学生去总结,理解该例题的目的与意义,等等。

高等数学的授课对象是非数学类专业学生。为使学生能更好地理解有关数学内容及其隐含的思想,在课程讲授中从几何直观和实际背景切入不失为一种有效的方式。书中对反函数的导数以及求复合函数极限和导数的处理都充分运用了这种方式。另外,为提高学生运用数学知识解决实际问题的能力,在课程中融入数学建模的思想是十分必要的。书中每节习题B的第一题都是应用题,而且选配了一些数学建模实例,为此还介绍了相关的常用软件,如MATLAB。这些做法不仅体现了数学既应用于实际也受实际应用推动的发展规律,而且使抽象的数学变得直观明了、易于理解和接受,从而消除了学生对数学的畏惧,激发了学生学习数学的兴趣,开发了学生学习的潜能,对培养学生从实际应用和几何直观中提出问题、分析问题、解决问题的能力具有非常积极的作用。另一方面,高等数学作为一门数学课程,不能因为削弱了严格的数学推理而失去对学生抽象思维和逻辑推理能力的培养。为此,该书十分重视基本概念和基本理论的学习与理解,对所涉及的概念定义严格,对定理的证明推理严密。对概念和定理中容易发生理解错误的地方,通过边框提问的方式画龙点睛地“点”出来。譬如,在用初等积分法求微分方程通解中,该书紧紧抓住通解定义中“任意常数”四个字,用提问方式帮助学生理解并进一步进行逻辑演绎。另外,为更好地帮助学生

对基本概念의掌握,书中每节习题 A 的第一题都设为基本概念判断题。

该书的另一个特点是,不仅重视知识的传授,而且重视学生认知能力的培养。全书通篇贯穿了用“已知”认识“未知”、用“已知”研究“未知”、用“已知”解决“未知”的思想。这不仅有益于学生知道如何学好数学,更重要的是让学生掌握这一重要的科学认知规律。

另外,该书在相关部分还配以相关的历史背景和有关数学家简介,这有助于学生从数学概念的来龙去脉中加深对数学概念的理解,增强学习数学的兴趣。

总之,这是一部具有鲜明特色的教科书。它不仅为学生学习高等数学提供了一个非常好的选择,也为从事高等数学课程教学研究与改革的高校教师们提供了一种新的参考。

徐宗本



于西安交通大学

2011 年 4 月

前言

随着教学改革的深入开展,重在培养学生的创新能力,调动学生参与教学的启发式、互动式、讨论式的教学方法已得到普遍关注和认可,并正在逐步推广。与教学方法的改革相适应,教材的改革也必然成为教学改革的重要课题。

以学生为本,将启发式教学方法引进教材,给学生营造一个启发式学习的氛围与环境,使学生在问题的启发、驱动下去看书,借以培养学生的学习能力是编写本书的主要目的之一。为此,我们通过“边框”针对教材相关内容提出问题,启发学生分析、思考、总结,培养其分析、思考的能力,养成总结的习惯。同时,也希望能给青年教师实施启发式、互动式教学提供一定的借鉴。

毋庸置疑,数学的“冰冷的美”使众多学子望而生畏,丧失或降低了学习数学的兴趣。而兴趣是学习的源泉和动力,培养与提高学生的学习兴趣是编写本书的重要目的之一。为此,本书不仅注重从语言上贴近学生,而且注重从直观的背景入手,引导学生通过观察、分析提出猜想,然后再进行验证,借以培养学生的学习兴趣及发现问题、提出问题、解决问题的创新能力。

人类文明发展的过程是一个“用‘已知’认识‘未知’,用‘已知’研究‘未知’,用‘已知’解决‘未知’”的过程,数学教材中处处体现、运用了这一规律。但是相当多的学生在学习新知识时,不去考虑需要利用什么结果作“已知”,因此不仅听课困难,而且课下看书不知该往哪里去想、书该往哪里翻,见到例题也一头雾水。本书通篇贯穿了“用‘已知’认识、研究、解决‘未知’”的思想,以培养学生解决问题的能力,使其终生受益。

本书将有些知识采取楷体字排版(楷体字的内容供选学用),把习题分A、B两组,以适应学生多元化发展的需要。本书十分重视和强调学生对基本知识的理解和掌握,书中每节习题A组中的第一题都是基本概念判断题。同时也注重培养学生解决实际问题的能力,注重从基础课开始培养学生由实际问题建立数学模型意识和能力,为此,每节习题B组中的第一题一般都是实际问题,并在相关的内容之后还附加了数学建模的例子。

数学软件无疑是工科学生以后解决实际问题的主要工具,在学习数学知识的同时配以相应的软件练习,对培养学生使用软件意识和能力是有益的。为帮助学生对数学概念有一个整体的理解,了解它的来龙去脉,并激发学生的求知

欲和学习的兴趣,书中在有些内容之后附有相关的历史资料和有关数学家简介,借以教书育人。

本书汇集了多位教师长期教学的积淀,是集体智慧的结晶。参与本书编写及讨论的有:贾冠军、唐存方(菏泽学院),陈子明、陈锡枢(肇庆学院),骆桦、路秋英(浙江理工大学),曹彩霞(北京联合大学),樊顺厚(天津工业大学),宋眉眉、张凤敏(天津理工大学),梁邦助(天津商业大学)以及王霞、王玉杰、韩应华、赵亚光、李君、王爱平、余泽红、张瑞海(天津科技大学)等。各章的习题与总习题均由刘凤林配置;数学建模及数学软件部分由刘寅立编写;有关数学家简介和历史资料由孙成功编写;全书由李伟主编。

另外,刘国欣、于新凯(河北工业大学),樊顺厚,宋眉眉,梁邦助,郭阁阳(天津职业技术师范大学)、刘凤林、刘寅立等集体逐章逐节审阅了本书,提出了许多宝贵的修改意见,为本书增色添彩。笔者向他们致以最真诚的谢意!

张占亮(肇庆学院)、于义良(天津商业大学)、何文章(天津职业技术师范大学)、吴天毅、邢化明(天津科技大学)认真审阅了书稿,提出了许多宝贵的意见。梁邦助对书中例题和习题进行了认真的核对,指出了许多问题,笔者对他们的无私帮助表示诚挚的感谢!

笔者的同事王霞、王玉杰在教学过程中随时与笔者探讨有关书稿中的问题;廖嘉、夏国坤不仅参与了本书的编写,而且在为本书编写课件期间,随时帮助笔者解决困惑,大到框架的设计,小到一个字、词的推敲;刘寅立为本书的成稿做了大量的技术性工作,没有他们的辛勤奉献,就没有书稿的问世。

笔者十分感谢樊顺厚教授。他在教学过程中认真地阅读了本书的书稿,期间随时与笔者交流书稿中的问题以及他本人对教材的处理意见。作为天津市首届教学名师奖获得者,他丰富的教学经验、对教材的巧妙处理以及极其灵活的教学方法,给本书增添了许多亮点!

感谢天津科技大学的领导为笔者创造了一个良好的环境,使笔者全神贯注地投入到边教书、边总结之中,从而完成了本书。感谢张大克教授对笔者的支持和帮助!

徐宗本教授在极其繁忙的工作中为本书作序,笔者不胜感激!本书是“高等学校大学数学教学研究中心”资助课题成果。笔者十分感谢马知恩先生对笔者的工作所给的热情指导和有力支持!

廖嘉、夏国坤、刘寅立为本书编写了形式新颖、生动活泼、利于互动式教学的课件,他们的辛苦付出换来了使用者的一致好评和高度评价。

写出以学生为本,学生易学、教师易教的教材,为提高教学质量奉献微薄之

力是笔者的初衷。由于笔者的能力所限,本书难免会存在问题和不足,恳请同行批评、指正。

李 伟

2011 年 1 月 22 日

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》,其行为人将承担相应的民事责任和行政责任;构成犯罪的,将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序,保护读者的合法权益,避免读者误用盗版书造成不良后果,我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时举报,本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第一章 微积分的基础知识——函数与极限	1
第一节 集合与函数	1
1. 集合	1
2. 函数的概念	3
3. 映射	5
4. 复合函数	6
5. 反函数	7
6. 函数的四则运算	9
7. 基本初等函数与初等函数	10
8. 曲线的极坐标方程	10
9. 几种具有特殊性质的函数	12
习题 1-1(A)	16
习题 1-1(B)	18
第二节 极限(一)	18
1. 极限的描述性定义	19
2. “函数值‘无限接近于’常数 A ”的描述——正数 ε 的引入	20
3. 数列极限的定义	21
4. 数列极限的性质	24
5. 数列的子数列	26
6. 数学建模的实例——生活中的数列及数列极限	27
习题 1-2(A)	29
习题 1-2(B)	29
第三节 极限(二)	30
1. 当 x 无限增大(记作 $x \rightarrow +\infty$)时,函数 $f(x)$ 以 A 为极限的定义	30
2. x 无限趋近于 x_0 (记作 $x \rightarrow x_0$)时,函数 $f(x)$ 以 A 为极限的定义	32
3. 函数极限的性质	35
4. 数学建模的实例——圆周率的计算	40
习题 1-3(A)	42
习题 1-3(B)	43
第四节 极限存在准则与两个重要极限	44
1. 判定极限存在的准则 1	44

2. 判定极限存在的准则 2	48
习题 1-4(A)	50
习题 1-4(B)	51
第五节 无穷小量与无穷大量	51
1. 无穷小量	52
2. 无穷大量	56
习题 1-5(A)	60
习题 1-5(B)	61
第六节 函数的连续性及间断点	62
1. 函数的连续性	62
2. 函数的间断点	64
习题 1-6(A)	67
习题 1-6(B)	67
第七节 连续函数的性质与初等函数的连续性	68
1. 连续函数的运算性质	68
2. 初等函数的连续性	72
3. 闭区间上连续函数的分析性质	73
4. 数学建模的实例——椅子模型	75
习题 1-7(A)	76
习题 1-7(B)	76
第八节 利用数学软件求极限	77
总习题一	79
第二章 一元函数微分学	82
第一节 函数的导数的概念	82
1. 导数的概念	82
2. 可导与连续之间的关系	89
3. 原函数	90
习题 2-1(A)	92
习题 2-1(B)	93
第二节 函数的微分	93
1. 微分的概念	93
2. 可导与可微的关系	94
3. 可微与连续的关系	97
4. 微分的几何意义	97
习题 2-2(A)	98
习题 2-2(B)	98

第三节 函数的求导法则	99
1. 函数四则运算的求导法则	99
2. 反函数的求导法则	101
3. 复合函数的导数	103
4. 微分形式的不变性	106
5. 常见初等函数的导数公式与微分公式	107
习题 2-3(A)	108
习题 2-3(B)	109
第四节 高阶导数	110
习题 2-4(A)	112
习题 2-4(B)	113
第五节 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数	113
1. 隐函数的导数	114
2. 由参数方程所确定的函数的导数	117
3. 相关变化率	120
4. 数学建模的实例——经济问题中的边际与弹性	122
习题 2-5(A)	123
习题 2-5(B)	124
第六节 利用数学软件求导数	125
总习题二	127
第三章 微分中值定理与导数的应用	131
第一节 微分中值定理	131
1. 罗尔定理	131
2. 拉格朗日中值定理	134
3. 柯西中值定理	138
习题 3-1(A)	140
习题 3-1(B)	141
第二节 洛必达法则	142
1. $\frac{0}{0}$ 型不定式	142
2. $\frac{\infty}{\infty}$ 型不定式	145
3. 其他类型的不定式	146
习题 3-2(A)	148
习题 3-2(B)	149
第三节 泰勒中值定理	150
1. 泰勒多项式	150

2. 泰勒中值定理	151
3. 几个初等函数的麦克劳林公式	154
4. 泰勒公式的应用举例	157
习题 3-3(A)	159
习题 3-3(B)	160
第四节 利用导数研究函数(一)——函数的单调性与极值	160
1. 函数单调性的判别法	161
2. 函数极值的求法	164
3. 函数最值的求法	167
4. 数学建模的实例——蜂巢的奇妙结构	170
习题 3-4(A)	171
习题 3-4(B)	172
第五节 利用导数研究函数(二)——曲线的凹凸性、渐近线及函数 图形的描绘	173
1. 曲线的凹凸性与拐点	174
2. 函数图形的描绘	178
习题 3-5(A)	180
习题 3-5(B)	181
第六节 曲率	181
1. 光滑曲线	181
2. 曲率的概念	182
3. 曲率的计算公式	184
4. 曲率圆与曲率半径	186
习题 3-6(A)	187
习题 3-6(B)	187
总习题三	187
第四章 不定积分	191
第一节 不定积分的概念及其性质	191
1. 不定积分	191
2. 基本不定积分表	193
3. 不定积分的性质	194
习题 4-1(A)	196
习题 4-1(B)	197
第二节 不定积分的换元积分法(一)	197
1. 凑微分积分法	198
2. 凑微分换元法应用举例	199

习题 4-2(A)	206
习题 4-2(B)	207
第三节 不定积分的换元积分法(二)	208
1. 第二换元法	208
2. 其他常见换元积分法举例	211
习题 4-3(A)	214
习题 4-3(B)	215
第四节 不定积分的分部积分法	215
习题 4-4(A)	220
习题 4-4(B)	221
总习题四	221
第五章 定积分及其应用	224
第一节 定积分的概念与性质	224
1. 两个实例	224
2. 定积分的定义	226
3. 定积分存在的条件与几何意义	228
4. 定积分的性质	230
习题 5-1(A)	236
习题 5-1(B)	237
第二节 微积分基本公式	237
1. 积分上限的函数	238
2. 牛顿-莱布尼茨公式	241
3. 用牛顿-莱布尼茨公式计算定积分	242
习题 5-2(A)	245
习题 5-2(B)	246
第三节 定积分的换元法与分部积分法	246
1. 定积分的换元积分法	247
2. 定积分的分部积分法	253
习题 5-3(A)	255
习题 5-3(B)	257
第四节 反常积分	257
1. 无穷(限)积分	258
2. 瑕积分(无界函数的积分)	261
习题 5-4(A)	264
习题 5-4(B)	264
第五节 定积分的应用	265

1. 微元法	265
2. 平面图形面积的计算	267
3. 定积分在几何学中的其他应用	270
4. 定积分在物理学上的应用	279
5. 数学建模的实例——不允许缺货的存储模型	282
习题 5-5(A)	283
习题 5-5(B)	284
第六节 利用软件求积分	285
总习题五	289
第六章 微分方程	294
第一节 微分方程的基本概念	294
1. 几个微分方程的实例	294
2. 微分方程的基本概念	295
习题 6-1(A)	299
习题 6-1(B)	299
第二节 一阶微分方程	300
1. 可分离变量的方程	300
2. 齐次方程	302
3. 一阶线性微分方程	304
4. 伯努利方程	309
5. 其他可通过变量代换求解的微分方程举例	310
6. 一阶微分方程的应用举例	310
7. 数学建模的实例——单种群数量变化的数学模型	314
习题 6-2(A)	315
习题 6-2(B)	316
第三节 可降阶的高阶微分方程	317
1. $y^{(n)} = f(x)$ 型	317
2. $y'' = f(x, y')$ 型	318
3. $y'' = f(y, y')$ 型	320
4. 数学建模的实例——悬链线问题	322
习题 6-3(A)	324
习题 6-3(B)	324
第四节 高阶线性微分方程解的结构	325
1. n 阶线性微分方程	325
2. 高阶线性齐次方程的解的结构	325
3. 线性非齐次方程的解的结构	328
习题 6-4(A)	329

习题 6-4(B)	329
第五节 高阶常系数线性齐次微分方程	330
1. 二阶常系数线性齐次微分方程及其特征方程	330
2. 二阶常系数线性齐次方程的通解	331
3. n 阶常系数线性齐次方程的通解	333
习题 6-5(A)	335
习题 6-5(B)	336
第六节 高阶常系数线性非齐次方程	336
1. $f(x) = e^{\lambda x} P_n(x)$, 其中 λ 是常数, $P_n(x)$ 是 n 次多项式	336
2. $f(x) = e^{\alpha x} [P(x) \cos \beta x + Q(x) \sin \beta x]$, 其中 $P(x), Q(x)$ 为多项式, α, β 为 常数, 且 $\beta \neq 0$	340
习题 6-6(A)	344
习题 6-6(B)	344
第七节 利用软件求解微分方程	345
总习题六	347
附录 1 常用初等数学公式	350
附录 2 几种常见的曲线	353
附录 3 MATLAB 软件简介	358
附录 4 习题参考答案与提示	364
参考书目	400