

初中数学精练800题系列

■ 俞颂萱 徐天兵 主编

初中数学

一元二次方程精练800题

800

上海交通大学出版社



初中数学·一元二次方程精练 800 题

主编 俞颂萱 徐天兵
编者 汤 霞

上海交通大学出版社

内容提要

本书依据初中数学教学大纲和各省中考数学试卷,精选了初中数学中一元二次方程 800 多道练习题,所编题目题型规范,有一定难度,包括近年各省中考试卷中不断出现的新题型,具有较强的针对性和实战性。全书共分十一个单元,每一单元均设置知识点梳理、重点与难点、基础训练题、提高拓展题等栏目,书末附有全部练习题的参考答案和解题步骤。

本书可供广大初中学生,特别是初中毕业生参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

初中数学·一元二次方程精练 800 题 / 俞颂萱, 徐天兵主编. —上海: 上海交通大学出版社, 2006
(初中数学精练系列)
ISBN 978-7-313-04513-3

I. 初... II. ①俞...②徐... III. 数学课—初中—习题 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 078584 号

初中数学·一元二次方程精练 800 题

俞颂萱 徐天兵 主编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 951 号 邮政编码 200030)

电话: 64071208 出版人: 韩建民

昆山市亭林印刷有限责任公司印刷 全国新华书店经销

开本: 850mm×1168mm 1/32 印张: 6.625 字数: 167 千字

2006 年 9 月第 1 版 2009 年 8 月第 3 次印刷

印数: 9 101~11 130

ISBN 978-7-313-04513-3/G·850 定价: 12.00 元

版权所有 侵权必究

前言

《初中数学精练 800 题》系列是依据教育部新制订的《国家基础教育阶段数学课程标准》，参照近年来各省市新编的初中数学教材以及高级中学招生考试说明编写的。根据初中数学知识点的分类，本系列共分以下八册：《数与式精练 800 题》、《一次方程与不等式精练 800 题》、《全等三角形与四边形精练 800 题》、《一元二次方程精练 800 题》、《函数及其图像精练 800 题》、《解直角三角形与统计初步精练 800 题》、《相似形与圆精练 800 题》、《中考热点问题精解与剖析》，内容和题型涵盖了现行初中数学教材的全部知识点和中考考试说明中的全部考点。

参加本系列编写工作的作者均为在教学第一线上、具有丰富中考复习经验的重点中学特、高级教师，他们通过广泛调查研究，认真分析、研究新编教材的特点和数学中考试题的新动向、新趋势，力求将本系列编成一套能全面提高初中学生数学综合能力，具有较强针对性、实践性和较高预测性的分专题练习用书。

本系列具有以下特点：

(1) 本系列每一单元前均列出本单元知识框图、重点和难点，旨在帮助读者对该单元的知识点和内容作提纲挈领式的总结、归纳和梳理。

(2) 本系列每一册均精选具有典型性、代表性和启发性的练习题约 800 题，书中还较多编选了近几年各省市中考数学试题和其他创新型试题，目的是让初中同学尽早熟悉中考试题中出现的各种新题型，通过练习掌握解题方法和技巧。

(3) 本系列在安排练习内容时遵循由浅入深、先易后难的学习规律步步递进，每一单元的练习均分为基础练习题和提高拓展题两类，前者属于基本要求，后者具有一定难度或有一定的综合性。





(4) 本系列的全部练习题均附有参考答案与提示,其中解答题一般还给出解题过程;对于难度较大的题目,更是给出较详尽的解题步骤,方便读者自测自查。

本书由俞颂萱、徐天兵主编,汤霞等参加编写。张海兵、黄岳平、倪友芳等为本书的编写和出版提供了各种帮助,谨此致谢。

由于编者水平所限,书中难免有疏漏之处,敬请广大读者不吝指正。

编 者

2006 年 9 月



目 录

▶▶ 第一章 一元二次方程	1
第一单元 一元二次方程的解法	1
第二单元 一元二次方程的根的判别式	6
第三单元 一元二次方程的根与系数的关系	15
第四单元 一元二次方程的拓展应用	32
▶▶ 第二章 二次三项式的因式分解	52
第五单元 二次三项式的因式分解	52
▶▶ 第三章 分式方程	58
第六单元 分式方程	58
▶▶ 第四章 无理方程	71
第七单元 无理方程	71
▶▶ 第五章 简单的高次方程和二元二次方程	81
第八单元 简单的高次方程	81
第九单元 二元二次方程组	88
▶▶ 第六章 列方程解应用题	103
第十单元 列一元二次方程解应用题	103
第十一单元 列分式方程解应用题	120
▶▶ 答案与提示	139

第一章 一元二次方程

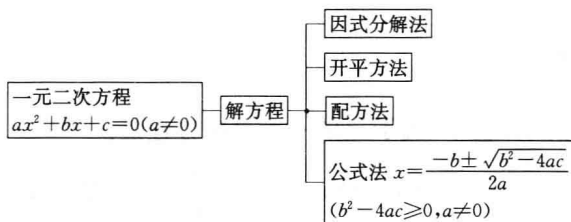
本章知识在近五年全国各省市的中考试题中所占总分百分比如下表所示:

年 份	2003	2004	2005	2006	2007
所占总分百分比	6%~14%	7%~13%	9%~14%	6%~10%	7%~12%

第一单元 一元二次方程的解法

【知识点梳理】

本单元知识框图



重点:将一个一元二次方程整理为 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的形式,关键是注意 $a \neq 0$ 的条件.

难点:用适当方法解一元二次方程.

【基础训练题】

一、填空题

1. 若方程 $mx^2+3x-4=0$ 是关于 x 的一元二次方程,则 m 的





取值范围是_____.

2. 关于 x 的方程 $(k-3)x^2+2x-1=0$, 当 k _____ 时, 是一元二次方程.

3. 一元二次方程 $x^2+4x-12=0$ 的根是_____.

4. 方程 $x^2-8x+5=0$ 的左边配成完全平方后所得的方程是_____.

5. 方程 $(x-1)(x+2)=2(x+2)$ 的根是_____.

6. 关于 x 的方程 $x^2-a=0$ 有实数根, 则方程的根是_____.

7. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax+a=0$ 的一个根是 3, 则 a 的值等于_____.

8. 已知方程 $x^2-4x+3m=0$ 的一个根是 1, 则它的另一个根是_____, m 的值是_____.

9. 已知 x 的二次方程 $x^2+2kx+k^2=0$ 的一个根是 -2, 那么 $k=$ _____.

10. 已知 m 是方程 $x^2-x-2=0$ 的一个根, 则代数式 m^2-m 的值等于_____.

二、选择题

11. 下列方程中, 关于 x 的一元二次方程是: ()

(A) $3(x+1)^2=2(x+1)$; (B) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-2=0$;

(C) $ax^2+bx+c=0$; (D) $x^2+2x=x^2-1$.

12. 已知 3 是关于 x 的方程 $\frac{4}{3}x^2-2a+1=0$ 的一个解, 则 $2a$ 的值是: ()

(A) 11; (B) 12;

(C) 13; (D) 14.

13. 如果方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 中, $a-b+c=0$, 那么方程必有一个根是: ()

(A) 1; (B) -1;





(C) 0; (D) 2.

14. 若 a 的值使得 $x^2+4x+a=(x+2)^2-1$ 成立, 则 a 的值为:
()

(A) 5; (B) 4;

(C) 3; (D) 2.

15. 设 a 是一元二次方程 $x^2+5x=0$ 的较大根, b 是 $x^2-3x+2=0$ 的较小根, 那么 $a+b$ 的值是: ()

(A) -4; (B) -3;

(C) 1; (D) 2.

三、解答题

16. 用适当的方法解下列各一元二次方程:

(1) $x^2+6x+9=0$; (2) $x^2-4=0$;

(3) $x^2-3x-4=0$; (4) $9x^2=4x$;

(5) $2x^2-5x+2=0$; (6) $(3x+1)^2=4$;

(7) $(x-1)^2=2(x^2-1)$; (8) $2(x-1)(x-3)=5x$;

(9) $7x^2+6=2x+11$; (10) $3x^2-7x+1=2x+13$;

(11) $(2+\sqrt{3})y^2=(2-\sqrt{3})y$;

(12) $3(y^2-6)=(y+2)^2+(y-2)^2$;

(13) $(x+3)^2=(2x-5)^2$; (14) $\frac{1}{3}(x-1)^2=\frac{1}{2}(x-1)$;

(15) $\sqrt{6}(1-x^2)=x$;

(16) $(3x-1)(x-1)=(4x+1)(x-1)$;

(17) $(1+\sqrt{2})x^2-(3+\sqrt{2})x+\sqrt{2}=0$;

(18) $(2-\sqrt{3})x^2-2(\sqrt{3}-1)x-6=0$.

【提高拓展题】

一、填空题

1. 关于 x 的方程 $(k^2-1)x^2+2(k-1)x+2k+2=0$, 当 k





_____时,是一元二次方程,当 k _____时,是一元一次方程.

2. 方程 $3x^2 + \sqrt{2}x - 6 = 0$ 左边配成一个完全平方式后,所得方程是_____.

3. 当 x _____时,分式 $\frac{2x^2+x-3}{2x^2+5x+3}$ 的值为 0.

4. 方程 $9x^2 = 25$ 的根是_____.

5. 已知二次方程 $x^2 + (t-2)x - t = 0$ 有一个根是 2, 则 $t =$ _____, 另一个根是_____.

6. 关于 x 的方程 $6x^2 - 5(m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 有一个根是 0, 则 m 的值为_____.

7. 关于 x 的方程 $(m^2 - m - 2)x^2 + mx + n = 0$ 是一元二次方程的条件为_____.

8. 若方程 $(x+2)(x-a) = 0$ 和方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 有两个相同的解, 则 $a =$ _____.

9. 方程 $3x(x+2) = 5(x+2)$ 的解是_____.

10. 已知三角形的两条边长分别是 1 和 2, 第三条边的数值是方程 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ 的根, 则三角形的周长为_____.

二、选择题

11. 方程 $(3x+2)^2 + (x-5) - (3x+2)(x-5) = 49$ 的一般形式是: _____ ()

- (A) $x^2 + 13x - 20 = 0$; (B) $2x^2 - 13x - 20 = 0$;
(C) $3x^2 + 13x - 20 = 0$; (D) 以上答案都不对.

12. 设 m, n 是两个实数, 方程 $x^2 - (m+n)x + mn = 0$: _____ ()

- (A) 有两个实数根; (B) 无实数根;
(C) 一定有两个等根; (D) 以上答案都不对.

13. 用配方法解下列方程时, 配方有错误的是: _____ ()

- (A) $x^2 - 2x - 99 = 0$ 化为 $(x-1)^2 = 100$;
(B) $x^2 + 8x + 9 = 0$ 化为 $(x+4)^2 = 25$;
(C) $2t^2 - 7t - 4 = 0$ 化为 $\left(t - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{81}{16}$;





(D) $3y^2 - 4y - 2 = 0$ 化为 $\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$.

14. 方程 $(2-3x) + (3x-2)^2 = 0$ 的解是: ()

(A) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -1$; (B) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{1}{3}$;

(C) $x_1 = x_2 = \frac{2}{3}$; (D) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1$.

15. 用配方法解方程 $x^2 - \frac{2}{3}x + 1 = 0$, 正确的是: ()

(A) $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = 1, x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = -\frac{1}{3}$;

(B) $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}, x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$;

(C) $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{8}{9}$, 原方程无实数解;

(D) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{8}{9}$, 原方程无实数解.

三、解答题

16. 用适当的方法解下列各一元二次方程:

(1) $x^2 + 2 = 3x$;

(2) $x^2 = 3x + 2$;

(3) $x^2 - 3x = 0$;

(4) $3y(y+2) = 5(y+2)$;

(5) $(x+3)(x-1) = 5$;

(6) $(x-1)(x+2) = 70$;

(7) $(2x-3)(x+8) + 17 = 0$;

(8) $(3x-1)(x+3) = 1$;

(9) $(3-x)^2 = 9 - x^2$;

(10) $(y+3)^2 - 2 = 0$;

(11) $(3x-2)^2 = 2(3-x)$;

(12) $2(x+1)(x+2) = 3x(x+2)$;

(13) $(x+7)(x-7) = 2x-50$;

(14) $(2x-3)^2 = (x+1)(x-1)$;

(15) $(x+3)^2 = 15 - 2(x+3)$;

(16) $(3-2\sqrt{2})x^2 + 2(\sqrt{2}-1)x - 3 = 0$;

(17) $(3x-2)^2 = 4(x-2)^2$; (18) $(x-2)^2 - 3(x-2) + 2 = 0$;





(19) $(3x+2)^2 - 8(3x+2) + 15 = 0$;

(20) $(3-x)^2 - (x-3)(4-3x) = 0$;

(21) $144x^2 = 61 - 208x$; (22) $x(x-1) = \sqrt{3}x(x+1)$;

(23) $(x+1)^2 + 3(x+1)(x-2) - 2(x-2)^2 = 0$;

(24) $20x^2 + 253x + 800 = 0$; (25) $x^2 - 3|x| - 4 = 0$.

17. 解下列关于 x 的方程:

(1) $abx^2 + (a^2 + b^2)x + ab = 0$;

(2) $ax^2 - (bc + ca + ab)x + b^2c + bc^2 = 0$;

(3) $(x+m)^2 = 3x + \frac{m^2}{3}$;

(4) $mx^2 + (4m+1)x + 4m+2 = 0$;

(5) $x^2 - (p^2 + q^2)x + pq(p+q)(p-q) = 0$;

(6) $20m^2x^2 + 11mnx - 3n^2 = 0 (m \neq 0)$;

(7) 已知 $|m-2|=1$, 试解关于 x 的方程 $mx(x-2)+2=(x+1)(x-1)$.

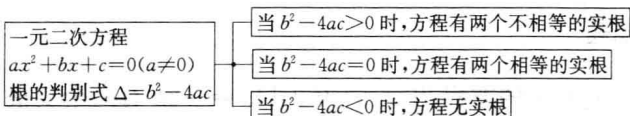
18. 已知关于 x 的方程 $(m-2)x^{|m|} + 2x + 4 = 2m - 1$, 当 m 为何值时, 方程分别是一元二次方程和一元一次方程?19. 若一个等腰三角形的两条边长是方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的两个根, 那么你能求出该三角形的周长吗?20. 已知: 式子 $\sqrt{m+1}$ 与 $\sqrt{3-2m}$ 均有意义, 且 m 为非正整数, 解关于 x 的一元二次方程 $mx^2 + 3 = (m-1)x$.21. 已知方程 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + a^2+a = 0$ 的根是正整数, 求 a 的整数值.22. 已知方程 $(2000x)^2 - 2001 \times 1999x - 1 = 0$ 的较大根为 a , 方程 $x^2 + 1998x - 1999 = 0$ 的较小根为 β , 求 $a - \beta$ 的值.

第二单元 一元二次方程的根的判别式

【知识点梳理】

本单元知识框图





重点:① 一元二次方程根的判别式的作用;

② 应用判别式, 根据方程根的情况, 确定未知系数的取值范围, 或进行有关的证明.

难点:一元二次方程根的判别式的综合应用.

【基础训练题】

一、填空题

1. 方程 $2x^2+4x-1=0$ 根的判别式的值是_____.
2. 一元二次方程 $\frac{2}{3}x-x^2-\frac{1}{3}=0$ 的根的判别式 Δ _____ 0.
3. 一元二次方程 $kx^2-3x+2=0$ 有实根, 则 k 的取值范围是_____.
4. 如果 $x^2-2(m+1)x+m^2+5$ 是一个完全平方公式, 则 $m=$ _____.
5. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+k=0$ 无实数根, 则 k 的取值范围是_____.
6. 若关于 x 的方程 $x^2+5x+k=0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是_____.
7. 若一元二次方程 $4x^2-10x+m=0$ 有两个正实根, 则 m 的取值范围为_____.
8. 若关于 x 的方程 $(a^2-4)x^2-2(a+2)x+1=0$ 恰有一个实根, 则 $a=$ _____.
9. 设 m 是不为 0 的整数, 二次方程 $mx^2-(m-1)x+1=0$ 有有理根, 则 $m=$ _____.
10. 当 m _____ 时, 二次方程 $(m^2-2)x^2-2(m+1)x+1=0$ 有两个不等的实数根.





二、选择题

11. 关于 x 的方程 $2kx^2 + (8k+1)x - 8k = 0$ 有两个实根, 则 k 的取值范围是: ()

(A) $k > -\frac{1}{16}$;

(B) $k \geq -\frac{1}{16}$ 且 $k \neq 0$;

(C) $k = -\frac{1}{16}$;

(D) $k > -\frac{1}{16}$ 且 $k \neq 0$.

12. 如果关于 x 的方程 $mx^2 - 2(m+2)x + m + 5 = 0$ 没有实根, 那么关于 x 的方程 $(m-5)x^2 - 2(m+2)x + m = 0$ 的实根个数为: ()

(A) 2 个;

(B) 1 个;

(C) 0 个;

(D) 不确定.

13. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 a 的取值范围是: ()

(A) $a < 1$;

(B) $a > 1$;

(C) $a < 1$ 且 $a \neq 0$;

(D) $a < 0$.

14. 若关于 x 的方程 $m(x^2 + x + 1) = x^2 + x + 2$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值为: ()

(A) $\frac{7}{3}$;

(B) 1;

(C) $-\frac{7}{3}$;

(D) $\frac{7}{3}$ 或 1.

15. 若方程 $k(x^2 - 2x + 1) - 2x^2 + x = 0$ 有实数根, 则: ()

(A) $k > -\frac{1}{4}$;

(B) $k > -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 2$;

(C) $k \geq -\frac{1}{4}$;

(D) $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 2$.

三、解答题

16. 说明不论 m 取何值, 关于 x 的方程 $x^2 - 2mx - 2m - 4 = 0$





总有两个不相等的实根.

17. 求证:不论 m 取何值,关于 x 的方程 $x^2 - (m-3)x = 1$ 一定有两个不相等的实数根.

18. 求证:不论 m 取何值,关于 x 的方程 $x^2 - mx + \frac{1}{2}m^2 + m + \frac{3}{2} = 0$ 一定有两个不相等的实数根.

19. 求证:无论 m 为任何实数,关于 x 的方程 $x^2 + (m^2 + 3)x + 0.5(m^2 + 2) = 0$ 恒有两个不相等的实数根.

20. 已知方程 $(k-1)x^2 + 2kx + k = 0$,当 k 为何值时,方程有实数根?

21. k 取何值时,方程 $2x^2 - (4k+1)x + 2k^2 - 1 = 0$ 有两个实数根?

22. 请你尝试证明关于 x 的方程 $(m^2 - 8m + 20)x^2 + 2mx + 1 = 0$,不论 m 取何值,该方程都是一元二次方程.

23. 已知方程 $2x(kx - 4) - x^2 + 6 = 0$ 无实数根,求 k 的最小整数值.

24. m 取什么值时,方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 4 = 0$ 有两个相等的实数根?

25. 当 k 为何值时,关于 x 的方程 $x^2 + (1-2k)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个相等的实数根?

26. m 取什么值时,方程 $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个相等的实数根?

27. 试判定关于 x 的方程 $x^2 - (2m+1)x + 2m^2 + 3 = 0$ 的根的情况.

28. 若关于 x 的方程 $m^2x^2 + (2m+1)x + 1 = 0$ 有两个实数根,求 m 的取值范围.

29. 若关于 x 的方程 $(m^2 - 1)x^2 - 2(m+2)x + 1 = 0$ 有实数根,求 m 的取值范围.

30. 如果方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根,证明方





程 $3x^2 - 2(3m-1)x + 3m^2 - 2 = 0$ 也有两个不相等的实数根.

【提高拓展题】

一、填空题

1. 一元二次方程 $x^2 - x = \frac{1}{2}$ 的根的判别式的值是_____, 它的根的情况是_____.

2. 一元二次方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的根的情况是_____.

3. 关于 x 的方程 $2x^2 - (2m+1)x + m = 0$ 的根的判别式的值是 9, 则 $m =$ _____.

4. 关于 x 的方程 $mx^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个实数根, 则 m _____.

5. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2kx + \frac{1}{4} = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $k =$ _____.

6. 当 m _____ 时, 方程 $m^2x^2 + (2m-1)x + 1 = 0$ 有两个实数根.

7. 若关于 x 的方程 $k^2x^2 + 2(k+1)x + 1 = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围是_____.

8. 在一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 中, 若系数 b 和 c 可在 1, 2, 3, 4, 5, 6 中取值, 则其中有实数解的方程的个数是_____.

9. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2(k+1)x + k-1 = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围是_____.

10. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2(3m-1)x + 9m-1 = 0$ 有两个实数根, 则实数 m 的取值范围是_____.

二、选择题

11. 一元二次方程 $x^2 + x + 2 = 0$ 的根的情况是: ()

(A) 有两个相等的实数根;

(B) 有两个不相等的实数根, 且两根之和为 -1;





(C) 有两个不相等的实数根,且两根之积为 2;

(D) 没有实数根.

12. 关于 x 的一元二次方程 $2x(kx-4)-x^2+6=0$ 没有实数根,则 k 的最小整数是: ()

(A) -1;

(B) 2;

(C) 3;

(D) 4.

13. 方程 $(x+1)^2+(y-2)^2=1$ 的整数解有: ()

(A) 1 组;

(B) 2 组;

(C) 4 组;

(D) 无数组.

14. 关于 x 的方程 $kx^2-6x+3=0$ 有实数根,则 k 的非负整数
值是: ()

(A) 0,1,2;

(B) 1,2;

(C) 1,2,3;

(D) 0,1,2,3.

15. 关于 x 的方程 $(m-1)x^2=m^2-1$ 有两个实数根的条件是: ()

(A) $m \neq 1$;

(B) $-1 \leq m \leq 1$;

(C) $m \geq -1$, 且 $m \neq 1$;

(D) $m > 1$.

16. 已知方程 $2x^2-2\sqrt{2}x+m=0$ 有两个实数根,那么 $\sqrt{(m-1)^2}$
的化简结果是: ()

(A) $m-1$;

(B) $1-m$;

(C) $\pm(m-1)$;

(D) $m+1$.

三、解答题

17. 不解方程,判别下列方程的根的情况:

(1) $16y^2+9=24y$;

(2) $5(x^2+1)-7x=0$;

(3) $4p(p-1)-3=0$;

(4) $(x-2)^2+2(x-2)-8=0$;

(5) $\sqrt{3}x^2-\sqrt{2}x+2=0$;

(6) $3t^2-2\sqrt{6}t+2=0$;

(7) $x^2+2\sqrt{2}kx+k^2=0$;

(8) $a^2x^2-ax-1=0(a \neq 0)$;

(9) $x^2-2\sqrt{2}kx+2k^2=0$;

(10) $(2m^2+1)x^2-2mx+1=0$.

