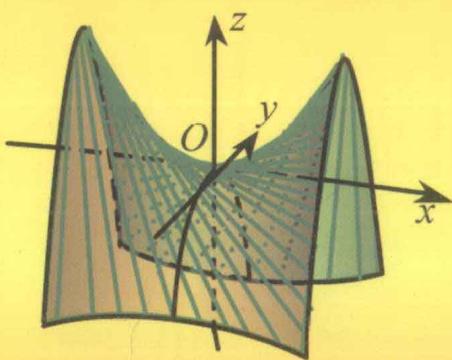


高孝忠 罗森 编著

# 解析几何



清华大学出版社

高孝忠 罗森 编著

# 解析几何

清华大学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书主要介绍空间解析几何的内容. 全书共 5 章, 第 1 章给出向量的概念与运算, 第 2 章给出轨迹与方程的关系, 第 3 章讨论空间中最简单的形——平面与直线, 第 4 章讨论常见的曲面, 第 5 章给出二次平面曲线的一般理论. 书中立体图大多采用彩色插图, 立体感强, 易于理解, 更便于教与学.

本书根据多年教学经验编写, 可作为高等院校“解析几何”课程的教材.

版权所有, 侵权必究. 侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

### 图书在版编目 (CIP) 数据

解析几何 / 高孝忠, 罗森编著. —北京: 清华大学出版社, 2011.8  
ISBN 978-7-302-26595-5

I. ①解… II. ①高… ②罗… III. ①解析几何 IV. ①O182

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 175501 号

责任编辑: 刘 颖

责任校对: 刘玉霞

责任印制: 杨 艳

出版发行: 清华大学出版社 地址: 北京清华大学学研大厦 A 座  
<http://www.tup.com.cn> 邮编: 100084  
社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544  
投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn  
质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 保定市中画美凯印刷有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 140×203 印 张: 6.375 插 页: 4 字 数: 170 千字

版 次: 2011 年 8 月第 1 版 印 次: 2011 年 8 月第 1 次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 19.00 元

---

产品编号: 044393-01

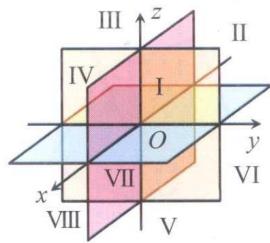


图 1-1-2

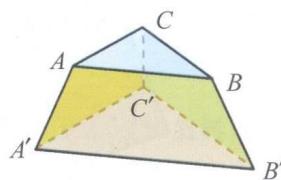


图 1-1-6

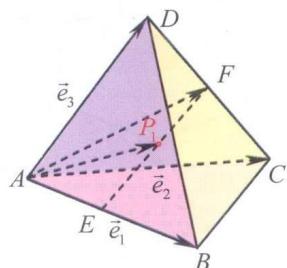


图 1-4-1

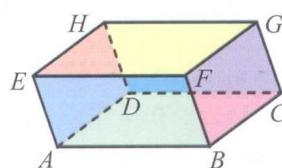


图 1-4-3

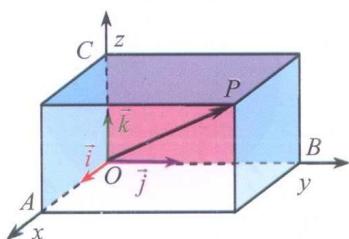


图 1-6-4

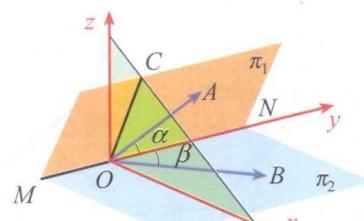


图 1-7-1

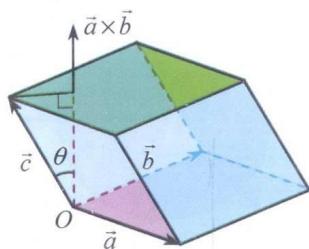


图 1-9-1

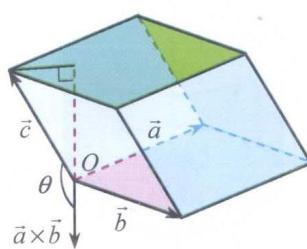


图 1-9-2

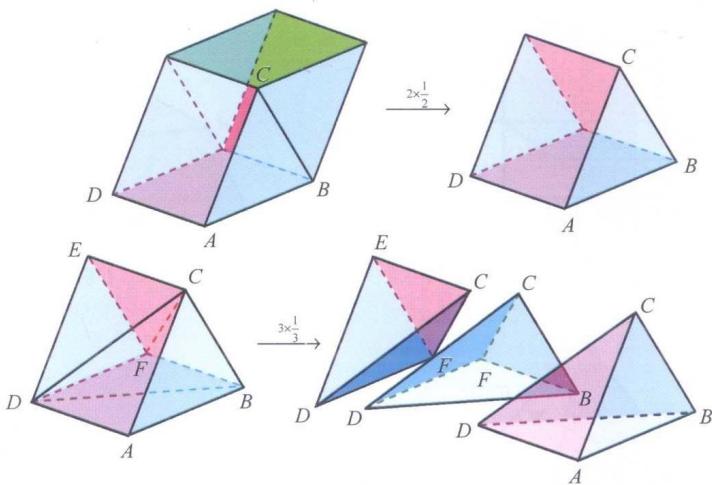


图 1-9-3

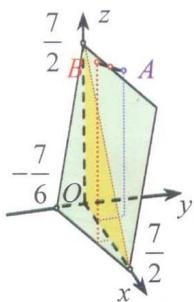


图 2-2-2

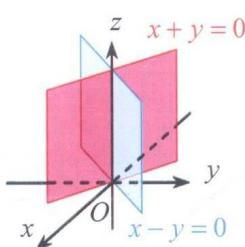


图 2-2-3

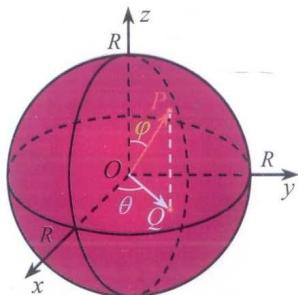


图 2-2-4

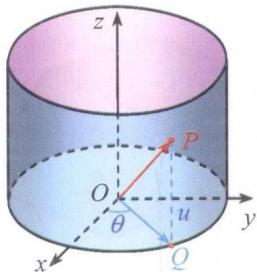


图 2-2-5

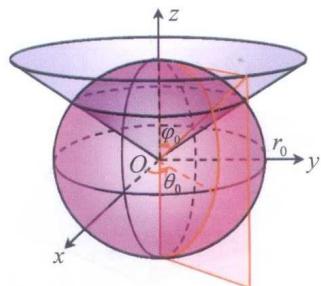


图 2-2-7

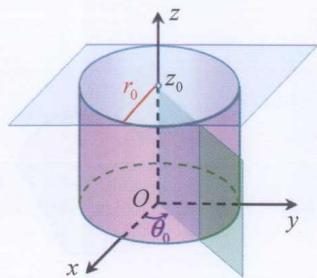


图 2-2-9

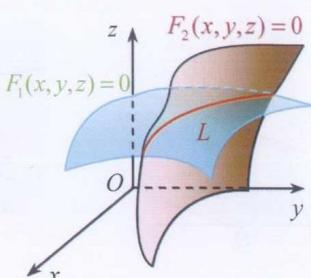


图 2-3-1

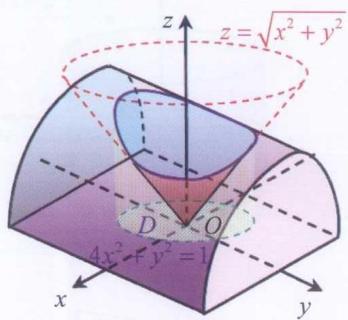


图 2-3-2

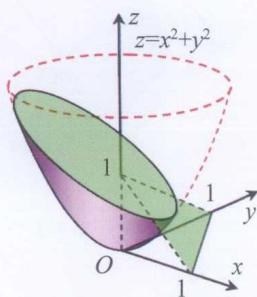


图 2-3-3

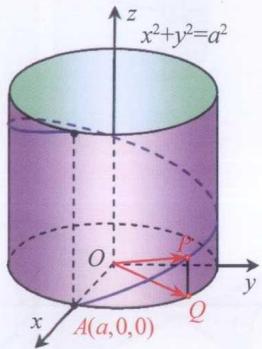


图 2-3-4

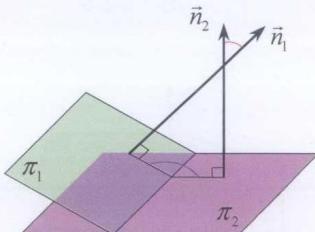


图 3-2-4

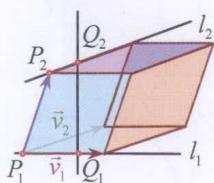


图 3-5-2

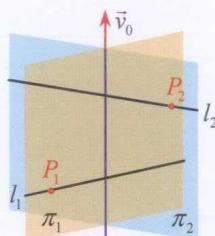


图 3-5-3

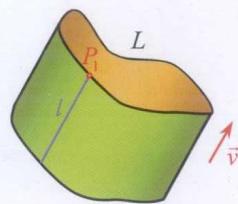


图 4-1-1

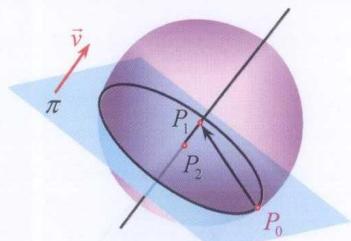


图 4-1-2

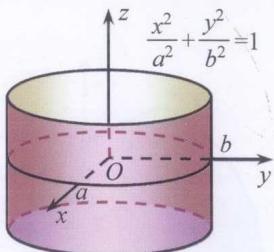


图 4-1-4

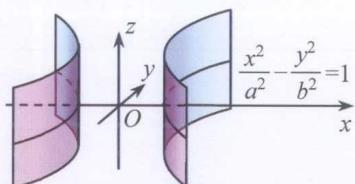


图 4-1-5

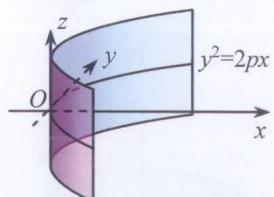


图 4-1-6

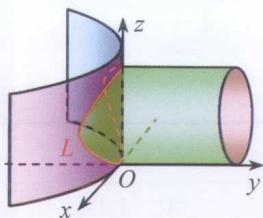


图 4-1-7

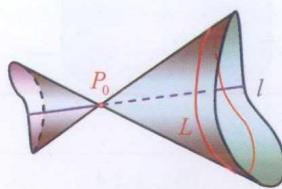


图 4-2-1

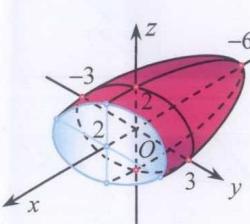


图 4-4-5

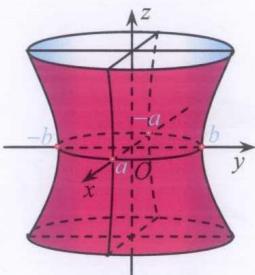


图 4-5-1

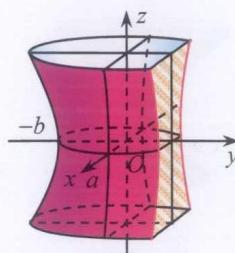


图 4-5-2

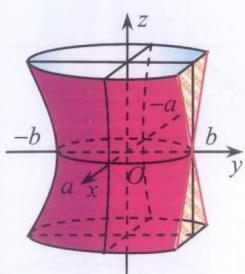


图 4-5-3

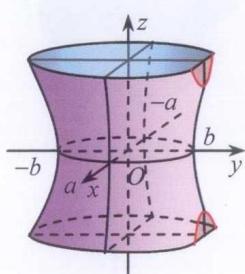


图 4-5-4

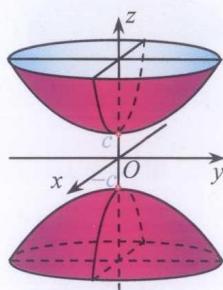


图 4-5-5

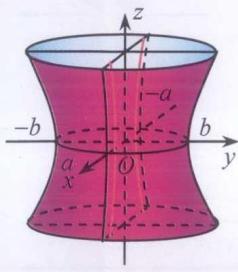


图 4-5-6

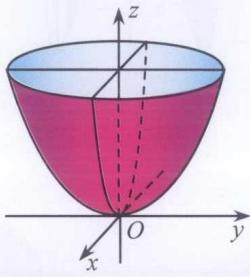


图 4-6-1

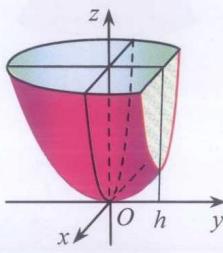


图 4-6-2

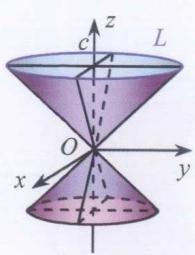


图 4-2-2

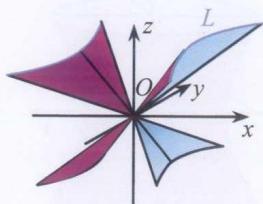


图 4-2-3

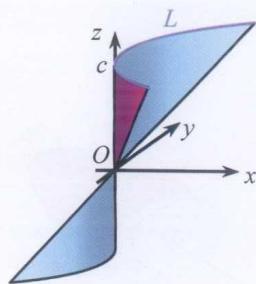


图 4-2-4

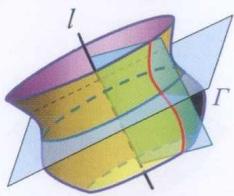


图 4-3-1

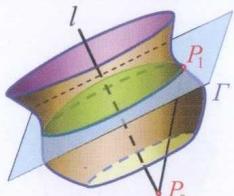


图 4-3-2

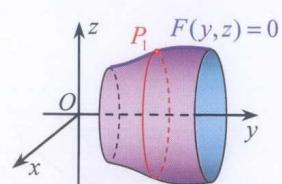


图 4-3-3

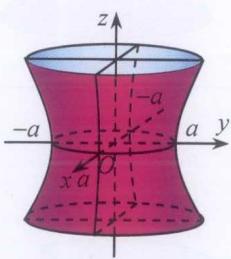


图 4-3-6

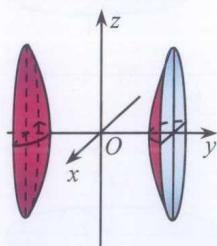


图 4-3-7

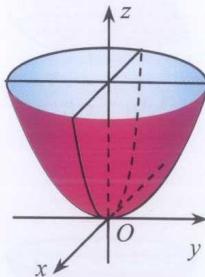


图 4-3-8

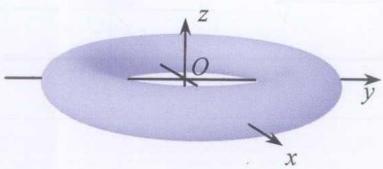


图 4-3-10

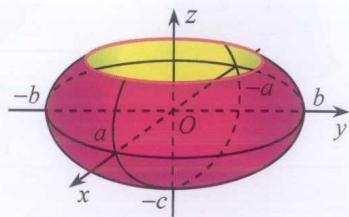


图 4-4-2

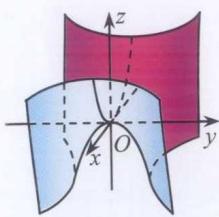


图 4-6-3

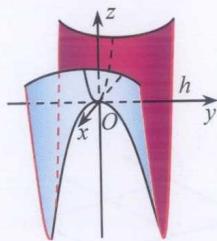


图 4-6-4

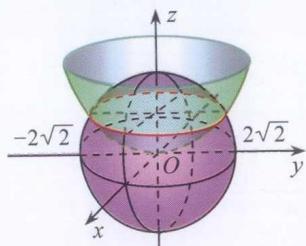


图 4-6-5

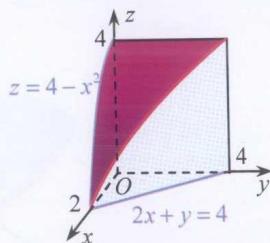


图 4-6-6

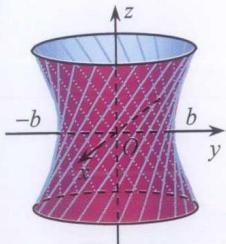


图 4-7-1

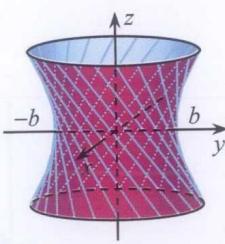


图 4-7-2

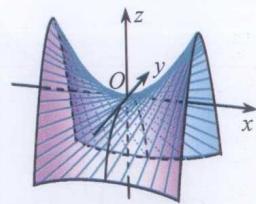


图 4-7-3

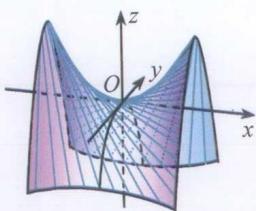


图 4-7-4

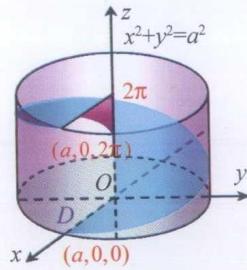


图 4-8-14

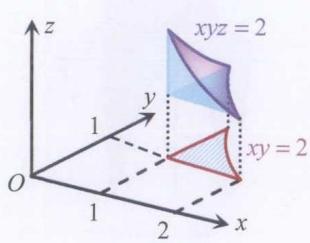


图 4-8-15

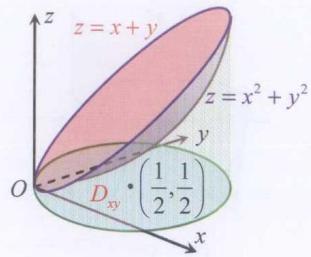


图 4-8-16

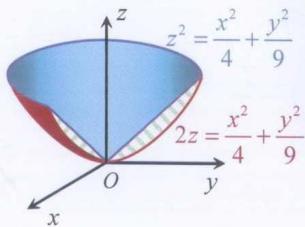


图 4-8-17

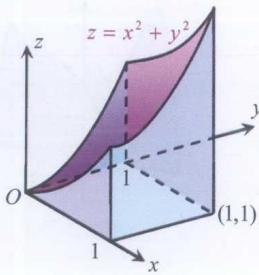


图 4-8-18

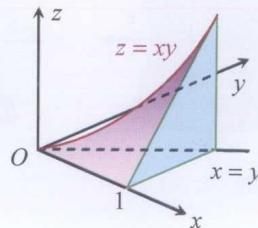


图 4-8-19

# 前 言

17世纪，笛卡儿引进了坐标，从而开创了几何学的新局面，甚至可以说开创了数学的新局面，因为微积分的发现就深受其影响，且坐标的出现让“仿射几何”、“黎曼几何”等相继问世。

坐标引入的实质就是用“数”去描述“形”，如今的“量化管理”就源于这种思想。所以我们可以这么说，解析几何是一门用“数”去描述“形”和用“形”解释“数”的学科。

坐标的雏形是“不同方向的线段长”。后来经数学家们的改造，用“向量法”引入坐标，这让我们站在一个新的高度去认识它，即“坐标是极大线性无关向量组的表出系数构成的有序数组”。

如今解析几何已是大学的必修课程。在“普及教育”而不是“精英教育”的今天，我们要让每一个学生都掌握数学的思想与方法，就必须让学生处于“数”与“形”的两个角度去认识同一个对象。就连“向量”这个联系“数”与“形”的工具也不例外，本书给出了3个解释，即：

- (1) 初浅解释：具有大小和方向的量；
- (2) “形”的解释：有向线段；
- (3) “数”的解释：有序数组。

对于向量的运算，如加、数乘、内积、外积等，也不例外。只有

这样,才能使学生不会产生“瞎子摸象”的片面认识.

本书是根据多年教学经验,为师范院校数学专业“解析几何”课编写的教材.解析几何的教材很多,各有春秋,本书有如下的特点.

(1) 宗旨:采用通俗易懂的语言.

林群院士说:“深奥的东西,能说你懂了,以什么为标准呢?那就是看你能否用粗浅的语言去描述.”本书的编写以此为宗旨,语言通俗易懂,学生喜闻乐见,容易接受.

(2) 题材:采用抽象与应用相结合.

应用体现理论与实际的联系.知道了抽象的过程,就知道应用的方法.对每一个抽象的概念,都给出其引入的情境,告知抽象的过程和应用的方法.

(3) 内容:采用严密要求下的解释.

严密的逻辑推理,是数学的基本要求之一.本书注重引导学生能从简单的解释达到严密的论证,掌握数学思维方法,培养逻辑推理能力.

(4) 形式:采用立体彩图,图文并茂.

进入新世纪,教材的版面设计水平不断提高,讲求实用、有特色和创新,注重图文并茂.本书较之该学科教材一贯采用黑白立体图有了突破,对于书中立体图形大多采用彩色插图,直观、空间感强,立体效果更好,对培养学生空间想象能力大有帮助.而且图形配合恰当,易于理解,更有利于教与学.

(5) 教学:配备多媒体教学课件.

本书的每一章节都有多媒体课件(教学光盘).课件中的教学情境设置得当,动图效果生动,在教学实践中得到同行教师与学生的好评.

本书在编写、修订过程中,得到了贵州师范大学数学与计算机科学学院的大力支持.清华大学出版社编辑刘颖、贵州师范大学的游泰杰教授,对本书的修订提出了很多宝贵的意见,特在此对他们表示诚挚的感谢.

高孝忠 罗 森

2011年6月

# 常用的数学符号

$\forall$  ——对于任意指定的(泛指);

$\exists$  ——存在,可以找到(特指);

$\exists^0$  ——存在不全为零的数组;

$\exists !$  ——唯一存在;

$\ni$  “……”——使得“……”成立,满足“……”条件;

$\Rightarrow$  ——蕴涵,可以推出;

$\Leftrightarrow$  ——等价,充分必要;

$(\Rightarrow)$  ——必要性;

$(\Leftarrow)$  ——充分性;

$\text{ie.}$  ——换句话说,即;

$\angle(\vec{a}, \vec{b})$  ——两个向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角,  $0 \leq \angle(\vec{a}, \vec{b}) \leq \pi$ ;

$\measuredangle(\vec{a}, \vec{b})$  ——有向角. 将向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的始点归结为一点,以向量  $\vec{a}$  所在射线为始边,以向量  $\vec{b}$  所在射线为终边按逆时针方向为正所成的角,  $-\infty < \measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) < +\infty$ .

# 目 录

第 1 章 坐标系与向量 .....	1
1.1 坐标系与向量的概念 .....	1
习题 1.1 .....	5
1.2 向量的线性运算 .....	5
习题 1.2 .....	10
1.3 三元线性方程组与行列式 .....	11
习题 1.3 .....	16
1.4 向量组的线性关系 .....	17
习题 1.4 .....	23
1.5 标架与坐标 .....	24
习题 1.5 .....	29
1.6 两向量的数量积 .....	30
习题 1.6 .....	35
1.7 数量积的坐标表示 .....	35
习题 1.7 .....	39
1.8 两向量的向量积 .....	40
习题 1.8 .....	45
1.9 三向量的混合积 .....	46
习题 1.9 .....	51

## VI 解析几何

1.10 三向量的双重向量积 .....	51
习题 1.10 .....	54
<b>第 2 章 轨迹与方程 .....</b>	<b>55</b>
2.1 平面曲线的方程 .....	55
习题 2.1 .....	61
2.2 曲面的方程 .....	62
习题 2.2 .....	67
2.3 空间曲线的方程 .....	68
习题 2.3 .....	71
<b>第 3 章 平面与空间直线 .....</b>	<b>72</b>
3.1 平面的方程 .....	72
习题 3.1 .....	78
3.2 平面与点、平面与平面的相关位置 .....	79
习题 3.2 .....	84
3.3 空间直线的方程 .....	85
习题 3.3 .....	90
3.4 直线与平面、直线与点的相关位置 .....	91
习题 3.4 .....	95
3.5 空间两直线的相关位置 .....	95
习题 3.5 .....	100
3.6 平面束 .....	101
习题 3.6 .....	105
<b>第 4 章 常见的曲面 .....</b>	<b>106</b>
4.1 柱面 .....	106
习题 4.1 .....	112
4.2 锥面 .....	113

习题 4. 2 .....	118
4. 3 旋转曲面 .....	118
习题 4. 3 .....	123
4. 4 椭球面 .....	124
习题 4. 4 .....	127
4. 5 双曲面 .....	128
习题 4. 5 .....	132
4. 6 抛物面 .....	133
习题 4. 6 .....	136
4. 7 直纹面 .....	137
习题 4. 7 .....	143
4. 8 数学制图 .....	143
习题 4. 8 .....	151
<b>第 5 章 二次曲线的一般理论 .....</b>	<b>152</b>
5. 1 二次曲线的基本概念 .....	152
习题 5. 1 .....	158
5. 2 二次曲线的切线 .....	158
习题 5. 2 .....	162
5. 3 二次曲线的渐近方向、中心、渐近线 .....	163
习题 5. 3 .....	167
5. 4 二次曲线的直径 .....	167
习题 5. 4 .....	173
5. 5 二次曲线的主直径与主方向 .....	173
习题 5. 5 .....	178
5. 6 二次曲线的方程的化简与分类 .....	178
习题 5. 6 .....	193
<b>参考文献 .....</b>	<b>194</b>