物理学解题指导与习题选解

曹茂盛　杨学栋　主　编
秦世明　张敬民　副主编

哈尔滨工业大学出版社

物理学解题指导与习题选解

主　编　曹茂盛　杨学栋
副主编　秦世明　张敬民
主　审　李仕儒　张炳前

哈尔滨工业大学出版社

黑)新登字第4号

物理学解题指导与习题选解

曹茂盛　杨学栋　主　编

秦世明　张敬民　副主编

李仕儒　张炳前　主　审

*

哈尔滨工业大学出版社出版

新华书店首都发行所发行

哈尔滨市外文印刷厂印刷

*

开本 787×1092　1/32　印张 3.875　字数 87 千字

1994 年 7 月第 1 版　1994 年 7 月第 1 次印刷

印数 1—7000

ISBN 7-5603-1054-0/O·62　定价 3.00 元

前　言

《物理学解题指导与习题选解》是黑龙江省八所高等工科院校联合编写的《物理学》教材的配套指导书，可供教师和学生使用。本书便于教师教学、便于学生自学，特别有益于提高学生分析问题和解决问题的能力。

参加本书编写的有哈尔滨工业大学杨学栋、冯玉文，东北重型机械学院房晓勇，燕山大学范力茹、苏雪梅，齐齐哈尔轻工学院曹茂盛、陈丽娜，黑龙江矿业学院张敬民、韩仁学，齐齐哈尔铁路运输职工大学秦世明。

由于水平有限，编写中出现的缺点和疏漏在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

1994 年 4 月

目　　录

第一部分　解题指导

第一章　质点运动学

质点运动学的题目类型主要有：(1)已知质点的运动方程，求质点的位移、路程、速度和加速度；(2)已知质点速度、加速度的表达式，求质点的运动方程和轨道方程；(3)直线运动中求解质点相遇的问题也是常见类型。下面举例说明上述三类题目的分析、计算方法及解题步骤。

一、已知运动方程求位移、路程、速度和加速度

求解这类问题时，首先要确定研究对象，分析运动特征，然后采用求导运算解题。解题步骤：(1)分析研究对象；(2)将给定时刻 t 代入运动方程得该时刻质点的位置，进一步求解一段时间内的位移或路程；(3)对运动方程求导，求解速度和加速度；(4)由 v、a 与 t 的关系说明质点的运动规律。

例1　已知运动方程为 $x = 10 + 4t - 4t^2$(SI)。试求(1)第一秒末和第二秒末的位置；(2)第三秒内的位移；(3)质点在第四秒初的速度和加速度；(4)说明质点的运动情况。

解　已知运动方程

$$x = 10 + 4t - 4t^2 \qquad ①$$

(1)第一秒末和第二秒末的位置分别是

$$x_1 = 10 + 4 \times 1 - 4 \times 1^2 = 10(\mathrm{m})$$

$$x_2 = 10 + 4 \times 2 - 4 \times 2^2 = 2(\mathrm{m})$$

(2)第三秒内(2～3 秒)的位移

$$\Delta x = x_3 - x_2 = -14 - 2 = -16(\mathrm{m})$$

另一种求位移的方法是写出通式，再代入相应的数值，即

$$\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t) = 4\Delta t - 8t\Delta t - 4(\Delta t)^2$$
$$= 4 \times 1 - 8 \times 2 \times 1 - 4 \times 1^2 = -16(\mathrm{m})$$

(3)质点在第四秒初($t = 3\mathrm{s}$)的速度和加速度为

$$v = \left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=3\mathrm{s}} = 4 - 8 \times 3 = -20(\mathrm{m/s}) \qquad ②$$

$$a = \left.\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=3\mathrm{s}} = -8(\mathrm{m/s^2}) \qquad ③$$

(4)由①、②、③可知，$t = 0$ 时质点的位置、速度和加速度分别为

$$x_0 = 10(\mathrm{m}), \quad v_0 = 4(\mathrm{m/s}), \quad a_0 = -8(\mathrm{m/s^2})$$

由于初速度 v_0 与加速度 a 反号，且加速度为常量，所以在开始一段时间质点作匀减速运动，到某时刻 $t = 0.5\mathrm{s}$ 时，由②式可知 $v = 4 - 8 \times 0.5 = 0$，即质点瞬时静止，此时质点在 $x = 11\mathrm{m}$ 处；当 $t > 0.5\mathrm{s}$ 时，质点沿 x 负方向作匀加速直线运动。

二、已知速度、加速度求运动方程和轨道方程

求解这类问题采用积分运算。解题步骤：(1)选择研究对象；(2)由速度、加速度定义式写出 $\mathrm{d}\vec{v} = \vec{a}\,\mathrm{d}t$ 及 $\mathrm{d}\vec{r} = \vec{v}\,\mathrm{d}t$ 形式；(3)写出有关矢量的分量式；(4)由初始条件确定上、下限，积分得运动方程；(5)由运动方程消 t 得质点运动的轨道方程。

例2 具有恒定加速度 $\vec{a} = 6\hat{i} + 4\hat{j}(\mathrm{m/s^2})$ 的质点在 $t = 0$ 时，$v_0 = 0$ 且 $\vec{r}_0 = 10\hat{i}(\mathrm{m})$。求(1)质点在任意时刻的速度和位置矢量；(2)质点在 xy 平面上的轨道方程，并画出轨道示意

图。

解 由于加速度是矢量，故选分量积分形式

$$dv_x = a_x dt \qquad dv_y = a_y dt \tag{①}$$

$$dx = v_x dt \qquad dy = v_y dt \tag{②}$$

(1)质点在任意时刻的速度和位置矢量为

$$v_x = \int_0^t a_x dt = 6t \qquad \text{(SI)} \tag{③}$$

$$v_y = \int_0^t a_y dt = 4t \qquad \text{(SI)} \tag{④}$$

$$x = \int_0^t v_x dt = 10 + 3t^2 \quad \text{(SI)} \tag{⑤}$$

$$y = \int_0^t v_y dt = 2t^2 \qquad \text{(SI)} \tag{⑥}$$

即质点在任意时刻的速度和位置矢量分别为

$$\vec{v} = 6t\hat{i} + 4t\hat{j} \qquad \text{(SI)}$$

$$\vec{r} = (10 + 3t^2)\hat{i} + 2t^2\hat{j} \quad \text{(SI)}$$

(2)质点在 xy 平面的轨道方程

由⑤、⑥式消去 t，得

$$y = \frac{2}{3}(x - 10) \tag{⑦}$$

⑦式即是质点轨道方程。质点运动轨道如图 1-1所示，因$x>0$且 $y \geqslant 0$，故运动限在第 I 象限，图中用实线表示；此外，由于质点初速 $v_0 = 0$，故质点作匀加速直线运动。一般而言，具有恒加速度的质点，只有当初速度 $\vec{v}_0$ 与加速度 $\vec{a}$ 有一夹角时，质点才作曲线运动，如抛体运动。

三、直线运动中求解物体相遇的问题

物体相遇问题是一类常见的题型。解题步骤：(1)确定研

究对象;(2)分析运动特点建立坐标系;建立运动方程,找出两物体的关联点并求解。

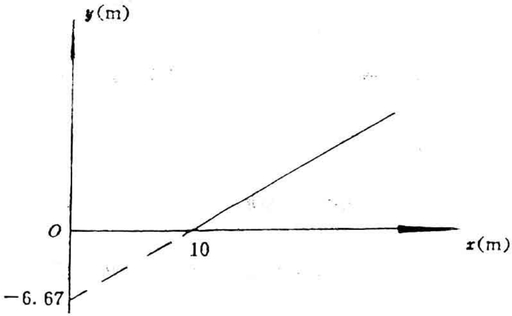


图 1-1

例 3 一升降机以加速度 a 沿竖直方向上升,在上升过程中,一螺钉从升降机天花板上脱落。升降机高度为 l,试求螺钉从天花板落到底板上的时间。

解 螺钉从天花板上脱落,脱落时已具有向上的速度(设为 v_0),故螺钉作上抛运动;而底板同时以初速度 v_0 作匀加速直线运动。螺钉落在底板上是一个螺钉和底板相遇问题,相遇时,二者位置相同。分别取螺钉和底板为研究对象。

选取螺钉~~落在底板上的~~点为坐标原点 O,竖直向上为 x 轴正方向,如图 1-2所示。设经 t 时间螺钉和底板相遇,此时底板的位移 $l_2 = 0 - (-l_2)$,由位移公式有

$$l_2 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad ①$$

$$-l_1 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad ②$$

因为螺钉与底板位移的大小之和即是升降机的高度 l,

故有

$$l = l_1 + l_2 \qquad ③$$

解方程①、②、③即得螺钉落到底板的时间

$$t = \sqrt{2l/(a+g)}$$

因为坐标原点选取是任意的，所以如将原点 O 选在起始时刻底板上，x 正方向不变，则螺钉和底板运动方程分别为

$$x_1 = l + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad ①'$$

$$x_2 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad ②'$$

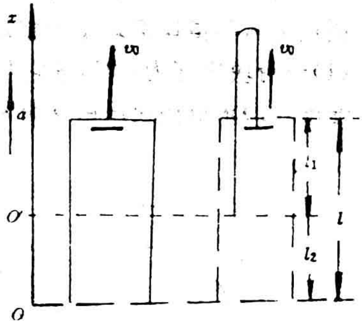


图1-2

二者相遇时，有

$$x_1 = x_2 \qquad ③'$$

解①′、②′、③′可得同样结果。

第二章　质点动力学的基本定律

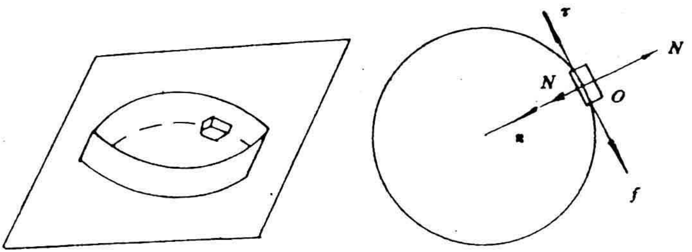
应用牛顿定律求解力学问题，是本章的主要内容。这些力学问题大体上有两种类型：(1)单体问题和(2)多个物体通过滑轮等连接的连体问题。

一、单体问题

这类问题与中学内容的区别在于物体受变力作用，因而需用微积分运算求解。解题步骤：(1)把研究对象隔离出来进

行受力分析；(2)选取合适的坐标系；(3)建立牛顿运动方程在相应坐标上的分量式；(4)对所有结果进行必要的分析。

例 1 在光滑水平面上固定有一半径为 R 的圆环围屏，质量为 m 的滑块沿环型内壁运动，滑块与壁间摩擦系数为 μ。(1)当滑块速度为 v 时，求它与壁间的摩擦力及滑块的切向加速度；(2)求滑块速度由 v 变为 $v/3$ 所要的时间。



(a)　　　　(b)

图 2-1

解 这是圆周运动问题，应选取自然坐标系如图 2-1(b)所示。把滑块隔离开，发现它只受摩擦力 f 和壁的支承力 N 作用，其中 N 提供向心力使滑块作圆周运动。由牛顿运动方程有

$$m\frac{v^2}{R}=N \qquad ①$$

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-f \qquad ②$$

(1)由摩擦力公式及①式得滑块速度为 v 时，滑块与壁间的摩擦力和滑块切向加速度分别为

$$f=\mu N=m\mu v^2/R \qquad ③$$

$$a_\tau=-\mu v^2/R \qquad ④$$

(2)由②和③式可得微分方程式

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu}{R}v^2 \qquad ⑤$$

分离变量，并由初始条件（$t=0$ 时 $v_0=v$）确定积分上、下限，则有

$$\int_v^{v/3}\frac{\mathrm{d}v}{v^2}=-\frac{\mu}{R}\int_0^t\mathrm{d}t$$

积分得滑块速度由 v 变为 $v/3$ 所需时间

$$t=2R/\mu v \qquad ⑥$$

二、连体问题

求解这类问题需解方程组，其关键是根据题意正确列出物体间相互联系的辅助方程。解题步骤：(1)把研究对象分别隔离出来进行受力分析；(2)建立合适的坐标系，取其中一个坐标的正方向为加速度方向，从而使解题简化；(3)对各隔离体建立牛顿运动方程，必要时列出物体间相互联系的辅助方程及运动学方程，使方程数与未知量数相等；(4)对所得结果进行必要的分析。

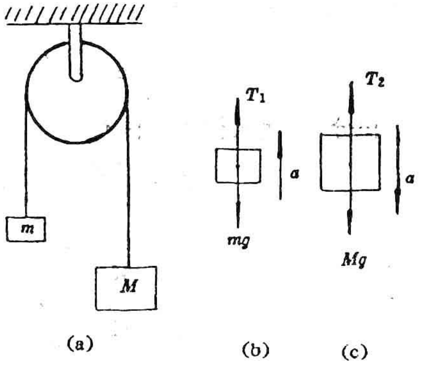


图 2-2

例 2 一根不可伸长的轻绳跨过一个定滑轮后，两端分别挂有质量不等的物体 m 和 M，如图 2-2所

示。已知 $M > m$，用手托住物体 M，使 m、M 静止不动，然后释放。试求物体 M 的运动方程（假定绳与滑轮间无摩擦）。

解 由题设知，绳子两端的张力大小相等，两物体位移的大小和加速度的大小也相等，绳与滑轮间无摩擦，故本题仅涉及 m 和 M 的平动。

物体从静止开始运动，以此处为坐标原点。初始条件是：$t = 0$ 时，$v_0 = 0$，$x_0 = 0$。分别取 m 和 M 为研究对象，受力情况如图2-2(b)、(c)所示。取 m 向上为坐标正方向，则牛顿运动方程为

$$\begin{cases} T_1 - mg = ma \\ Mg - T_2 = Ma \\ T_1 = T_2 \end{cases}$$

解以上方程组得

$$a = (M - m)g/(M + m) \qquad ①$$

$$T = 2Mmg/(M + m) \qquad ②$$

由 $a = \frac{dv}{dt}$ 和 $v = \frac{dx}{dt}$ 知

$$dv = a\,dt = \frac{M - m}{M + m}g\,dt$$

两边积分，并代入初始条件有

$$\int_0^v dv = \int_0^t \frac{M - m}{M + m}g\,dt$$

$$v = \frac{M - m}{M + m}gt$$

$$dx = v\,dt = \frac{M - m}{M + m}gt\,dt$$

两边积分，并代入初始条件，有

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{M - m}{M + m}gt\,dt$$

$$x=\frac{1}{2}\frac{M-m}{M+m}gt^2$$

第三章　质点动力学的普遍定律

本章的题目大致可分为三种类型:(1)关于功和功率的计算;(2)关于冲量和平均冲力的计算;(3)应用动量守恒定律、机械能守恒定律解题。

一、关于功和功率的计算

根据解题思路的不同,这类问题又可以细分为两类,现分别介绍。

根据功和功率的定义式求解　这类题目常见的是变力的功,解题步骤:(1)根据题意确定研究对象,进行受力分析;(2)写出力的表达式;(3)由力的作用点始末位置确定上下限并积分。

例1　一质量为 2kg 的质点受外力 $F=6t$(SI) 的作用从静止开始运动,试计算力在第一秒内、第二秒内作的功及第三秒末的功率。

解　由于外力只与 t 有关,且质点初速度为零,故质点作直线运动。由功的定义式有

$$A=\int F\mathrm{d}x=\int 6t\mathrm{d}x=\int 6tv\mathrm{d}t \qquad ①$$

①式中质点速度 v 可通过对加速度积分求得

$$v=\int_0^t a\mathrm{d}t=\int_0^t \frac{6t}{2}\mathrm{d}t=\frac{3}{2}t^2 \qquad ②$$

由①、②式得

$$A = \int 9t^3 \mathrm{d}t \qquad ③$$

利用③可得第一秒内、第二秒内力作的功

$$A_1 = \int_0^1 9t^3 \mathrm{d}t = 2.25(\mathrm{J})$$

$$A_2 = \int_1^2 9t^3 \mathrm{d}t = 33.75(\mathrm{J})$$

第三秒末的功率可由③式得出

$$P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\bigg|_{t=3} = 9 \times 3^3 = 243(\mathrm{W})$$

该题也可以利用关系式 $P = Fv$ 求解。由②式可得

$$P = 6t\,\frac{3}{2}t^2 = 9t^3$$

$$A = \int P\mathrm{d}t = \int 9t^3 \mathrm{d}t$$

则第一秒内、第二秒内力的功及第三秒末的功率分别为

$$A_1 = 2.25(\mathrm{J}) \quad A_2 = 33.75(\mathrm{J}) \quad P = 243(\mathrm{W})$$

利用动能定理、功能原理求解 当质点所受外力仅与速度有关时，虽然无法直接从定义式计算力的功，但通过求解速度并利用功能关系计算力作的功。解题步骤：(1)根据问题的需要和计算方便确定研究对象；(2)进行受力分析；(3)明确物理过程及特点；(4)确定始末状态的能量；(5)根据定律或原理列出方程求解。

例 2 在光滑的水平桌面上固定有如图 3-1所示的半圆形屏障，质量为 m 的滑块以初速度 v_0 沿屏障一端的切线方向进入屏障内，滑块与屏障间摩擦系数为 μ。证明：当滑块从屏障另一端滑出时，摩擦力对它作的功为 $W = \frac{1}{2}mv_0^2(e^{-2\mu\pi}-1)$。

证 取自然坐标系，对滑块进行受力分析如图3-1(b)所示。建立运动方程得

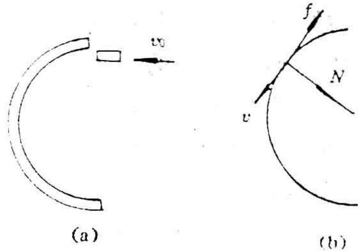


图3-1

$$m\frac{v^2}{R}=N \qquad ①$$

$$m\frac{dv}{dt}=mv\frac{dv}{ds}=-\mu N \qquad ②$$

①、②联立得微分方程

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=-\frac{\mu}{R}\int_{0}^{R\alpha}ds$$

解得

$$v=v_0e^{-\mu\alpha} \qquad ③$$

由动能定理，即有

$$W=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_0^2(e^{-2\mu\alpha}-1)$$

二、关于冲量和平均冲力的计算

冲量和冲力可以利用定义式直接求得，但在这类问题中，通常是力的形式无法确定，因而总是应用动量定理来求解。解题步骤：(1)通过对研究对象的分析，确定是否能用定义式求解；(2)若能用定义求解，则把力代入 $I=\int F dt$ 确定积分限求解；(3)若力的表达式无法确定，但却可以确定质点的速度，可用动量定理求解冲量和冲力。

例3 质量为 20g，速率为 5m/s 的弹性小球以 60° 的入射角撞击在竖直墙壁上，并以相同的速率及角度弹回，如图3-2所示。设碰撞时间为 0.05s，求墙壁所受的平均冲力。