

各类成人高考复习指导丛书（第七版）

数 学

理工农医类

附解题指导

孙成基 主编

高等教育出版社

GE LEI CHENG REN GAO KAO
FU XI ZHI DAO CONG SHU

各类成人高考复习指导丛书（第七版）

数 学 附解题指导

（理工农医类用）

孙成基 主编

高等教育出版社

(京) 112 号

图书在版编目(CIP)数据

数学:附解题指导/孙成基主编. —7 版. —北京:高等教育出版社,1998. 9

(各类成人高考复习指导丛书)

理工农医类用

ISBN 7-04-006780-3

I. 数… II. 孙… III. 高等数学-成人教育:高等教育-学习参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 11080 号

*

高等教育出版社出版

北京沙滩后街 55 号

邮政编码:100009 传真:64014048 电话:64054588

高等教育出版社发行

北京印刷二厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 20.25 字数 500 000

1986 年 4 月第 1 版

1998 年 6 月第 7 版 1998 年 9 月第 2 次印刷

印数 90 058—120 068

定价 17.30 元

凡购买高等教育出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题者,请与当地图书销售部门联系调换

版权所有,不得翻印

第七版前言

1997 年国家教委颁布了修订后的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》(简称《大纲》),修订后的《大纲》适用期限为 1998—2000 年.该《大纲》已由高等教育出版社和人民教育出版社于 1997 年共同正式出版.修订后的《大纲》对部分学科的考试内容和考试要求进行了局部的、必要的修改.

本丛书第七版,根据修订后的《大纲》所规定的考试内容和考试要求,除保留第六版适用的内容体系和编写基本框架以外,对政治、语文、数学(理工农医类)、数学(文史财经类)、物理、化学、历史、地理、英语的内容进行了局部的、必要的增、删、补、改和调整.如政治学科根据党的十五大精神作了重大修改;语文学科对某些篇目作了增删和调整;地理学科根据近年来人文地理的一些变化作了相应的修改,等等.本版丛书还保持了正文和习题等有关内容的一致性.为了满足考生的急需,1998 年我社还组织编写并出版了《时事政治辅导(1998 年用)》一书,以后将逐年组织编写并出版此书.

《各类成人高考复习指导丛书》(高教版)自 1986 年问世以来,经过了多年使用和不断的修订与完善,是“说明-问题型”的复习用主干教材,内容成熟、讲解细致,启发性、实用性强,深受广大读者的欢迎,对全面、系统地掌握基础知识,提高应用能力具有重要作用.

我们在总结了十多年来成人高考复习的教学、辅导和复习指导丛书的编写经验,研究了我国成人高考考试特点和发展趋势的基础上,又组编了《各类成人高考备考指导丛书》一套 9 本,作为辅助教材,和复习教材分别对应配套.

复习指导丛书

1. 政治(附解题指导)(第七版)
2. 语文(附解题指导)(第七版)
3. 数学(附解题指导)(第七版)
(文史财经类用)
4. 数学(附解题指导)(第七版)
(理工农医类用)
5. 物理(附解题指导)(第七版)
6. 化学(附解题指导)(第七版)

备考指导丛书:

1. 政治
——试题解析与模拟
2. 语文
——试题解析与模拟
3. 数学
——试题解析与模拟
(文史财经类用)
4. 数学
——试题解析与模拟
(理工农医类用)
5. 物理
——试题解析与模拟
6. 化学
——试题解析与模拟

7. 历史 (附解题指导) (第七版)

8. 地理 (附解题指导) (第七版)

9. 英语 (附解题指导) (第七版)

7. 历史

—— 试题解析与模拟

8. 地理

—— 试题解析与模拟

9. 英语

—— 试题解析与模拟

多年的成人高考复习实践表明, 整个复习过程大体经历两个阶段. 第一阶段主要是复习有关基础知识和基本原理, 把握重点难点, 并相应做些练习. 有了一定的基础后, 还需进入第二阶段, 站在新的高度上进行系统、综合的备考训练, 这样才能在更深的层次上掌握有关课程的内容, 巩固和提高分析和解决问题的能力. 第二阶段也需要有一套内容编排科学, 应用性强的备考指导书, 进一步为学员提供更加完备的复习指导.《各类成人高考备考指导丛书》正是根据这种需要而编写的. 这套书的基本结构是“问题-说明型”的, 即先解答典型试题, 再综合归纳, 并辅以同步练习, 书后附有模拟试题及答案. 其特点在于, 从典型的试题入手, 根据分析和解答试题的需要组织有关知识, 更具有针对性, 更加强调知识的综合运用. 特别是通过对常见错误的分析与对相关知识点的归纳, 进一步丰富学员的答题经验, 增强释疑解难的能力, 提高复习效率.

《各类成人高考复习指导丛书》和《各类成人高考备考指导丛书》配套使用, 将进一步帮助考生构建必需的知识和能力体系, 提高考生的复习、备考水平.

本书作者主要作了如下修订:

(1) 根据国家标准要求, 对集合中的某些概念(自然数集)、一些符号(表示真子集、补集的符号)以及三角函数中的正切函数和余切函数的符号作了改动.

(2) 对某些例题作了适当补充.

由于大纲中对上述概念和符号没有规定使用国家标准, 考虑到近年考试可能沿用以前的概念和符号, 下面列出对照表以便考生识别.

国 标	以前沿用符号	含 义	说 明
$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$	$\mathbf{N}$	正整数集, 即 $\{1, 2, 3, \dots\}$	不包括 0
$\mathbf{N}$	$\mathbf{Z}^+ \cup \{0\}$	非负整数集, 即 $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$	包括 0
$\subsetneq$ (或 $\supsetneq$)	$\subset$ (或 $\supset$)	表示两集合之间的真包含关系	在符号 $\subset$ 或 $\supset$ 下方加了不等号 $\neq$
$\subset, \subseteq$ (或 $\supset, \supseteq$)	$\subseteq$ (或 $\supseteq$)	表示两集合之间的包含关系	符号 $\subseteq$ (或 $\supseteq$) 没变
$\complement_A$	$\bar{A}$	A 的补集	A 上方的横线改为 $\complement$ 写在 A 的左边
$\tan$	tg		
$\cot$	ctg		

高等教育出版社

1998.5

第六版前言

本丛书自1986年问世以来,深受广大读者欢迎。为了更加符合国家教委对各科目成人高考所提出的基本要求,充分体现便于成人自学的特点,本丛书曾多次修订,并自第三版起编辑、出版了与各科目复习教材相配套的解题指导,以加强对考生掌握基本理论、运用基础知识进行解题的指导,帮助考生提高应考能力。

1994年,国家教委颁布了新的成人高考复习考试大纲。为此,我们根据审订后的新大纲及制订新大纲的基本精神和要求,对本丛书进行了修订,以求在知识范围、能力层次要求、题型结构各方面适应和满足新大纲的要求,并从科学性、知识性、文字叙述等方面消除疏漏,进一步提高质量。根据新大纲的修订情况,丛书中有些科目进行了重新编写,其余也均有较大幅度的修改或增补、调整。

本次修订,为了便于考生复习使用,我们对丛书的开本和分册进行了调整,将原来的32开本,变为16开本;原来的每一科目分复习教材和解题指导若干册,变为复习教材附解题指导全一册,解题指导有关内容全部附在每一章之后。原丛书每次重印时均附有近三年的全国成人高等学校招生统一考试各科目的试题及参考答案,本次修订改为附近二年的试题及参考答案。考虑到新的大纲和考试标准,已由我社和人民教育出版社共同出版,本次修订时不再附新大纲。

修订后的本丛书(第六版)包括如下9种9册:

《政治》附解题指导

《语文》附解题指导

《数学》附解题指导(文史财经类用)

《数学》附解题指导(理工农医类用)

《物理》附解题指导

《化学》附解题指导

《历史》附解题指导

《地理》附解题指导

《英语》附解题指导

本丛书此次重印时又对各科目某些内容和题型结构等作了不同程度的修改和增删,并增添了《全国各类成人高等学校招生统一考试试题解答与分析(文史财经类)1986—1994》、《全国各类成人高等学校招生统一考试试题解答与分析(理工农医类)1986—1994》二书,以更适应复习考试的要求和提高应试能力。

本书主编为孙成基(《1986年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》起草人),参加编写的还有刘宗华、王燕生、烟学敏。

高等教育出版社

1995年1月

全国各类成人高等学校招生复习考试大纲

摘自:《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》(中华人民共和国国家教育委员会制订。人民教育出版社、高等教育出版社 1997 年版。)

数 学

(理工农医类)

一、复习考试内容和要求

数学科考试旨在测试中学数学基础知识、基本技能、基本方法、运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力,以及运用所学数学知识和方法,分析问题和解决问题能力。

考试分为理工农医和文史财经两类。理工农医类复习考试范围包括代数、三角、立体几何、平面解析几何四部分;文史财经类复习考试范围包括代数、三角、平面解析几何三部分。

本大纲对所列知识提出了三个层次的不同要求,三个层次由低到高顺序排列,且高一级层次要求包含低一级层次要求。三个层次分别为:

了解、记住:要求考生对所列知识的含义有初步的认识,知道有关内容,并能进行直接运用。

理解、掌握、会:要求考生对所列知识的含义有较深的认识,能够解释、举例或变形、推断,并能运用知识解决有关问题。

灵活运用:要求考生对所列知识能够综合运用,并能解决较为复杂的数学问题。

第一部分 代 数

(一) 数、式、方程和方程组

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念,会进行有关计算。
2. 理解有关整式、分式、二次根式的概念,掌握它们的一些性质和运算法则。
3. 掌握一元一次方程,一元二次方程的解法,能灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题。
4. 会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组;会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组;会解简单的由两个二元二次方程组成的方程组(主要指以下几种类型;用加减消元法可消去某个未知数、可消去二次项的,以及至少有一个方程可分解成一次方程的)。

(二) 不等式和不等式组

1. 理解不等式的性质,会用不等式的性质和基本不等式 $a^2 \geq 0 (a \in R)$ 、 $a^2 + b^2 \geq 2ab (a, b \in R)$ 、 $a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \geq 0)$ 解决一些简单问题。

2. 会解一元一次不等式,一元一次不等式组和可化为一元一次不等式组的不等式,会解一元二次不等式,了解区间的概念,会在数轴上表示不等式或不等式组的解集。

3. 了解绝对值不等式的性质,会解形如 $|ax + b| \geq c$ 和 $|ax + b| \leq c$ 的绝对值不等式。

(三) 指数与对数

1. 理解零指数、负整数指数、分数指数幂的概念,会用幂的运算法则进行计算。

2. 理解对数的概念,会用对数的性质、对数恒等式、运算法则和换底公式进行计算,化简和简单的证明。了解常用对数的概念。

(四) 函数

1. 了解集合的意义及其表示方法。了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及表示方法,了解符号 $\subset$ 、 $\subseteq$ 、 $=$ 、 $\in$ 、 $\notin$ 的含义,并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系。

2. 了解函数概念、会求一些常见函数的定义域。

3. 理解函数的单调性和奇偶性的概念,掌握增函数、减函数及奇函数、偶函数的图象特征。

4. 理解一次函数、反比例函数的概念,掌握它们的图象和性质,会求它们的解析式。

5. 理解二次函数的概念,掌握它的图象和性质以及函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象间的关系;会求二次函数的解析式及最大值或最小值,能灵活运用二次函数的知识解决有关问题。

6. 了解反函数的意义。会求一些简单函数的反函数。

7. 理解幂函数、指数函数、对数函数的概念,掌握它们的图象和性质,会用它们解决有关问题。

8. 会解简单的指数方程和对数方程。

(五) 数列

1. 了解数列及其有关概念。

2. 理解等差数列、等差中项的概念,会用等差数列的通项公式、前 n 项和公式解决有关问题。

3. 理解等比数列、等比中项的概念,会用等比数列的通项公式、前 n 项和公式解决有关问题。

(六) 排列、组合与二项式定理

1. 了解加法原理和乘法原理。

2. 理解排列、组合的意义,掌握排列数、组合数的计算公式。

3. 会解排列、组合的简单应用题。

4. 了解二项式定理、会用二项展开式的性质和通项公式解决简单问题。

(七) 复数

1. 理解复数与复平面的有关概念,会用向量表示复数。

2. 了解复数的三角形式,会进行复数的代数形式与三角形式的互化。

3. 会进行复数的代数形式的加、减、乘、除运算,会进行复数的三角形式的乘、除、乘方、开方运算。

4. 会在复数集中解实系数一元二次方程和二项方程。

第二部分 三角

(一) 三角函数及其有关概念

1. 了解正角、负角、零角的概念,理解象限角和终边相同的角的概念。
2. 理解弧度的概念,会进行弧度与角度的换算。
3. 理解任意角三角函数的概念。记住三角函数在各角限的符号和特殊角的三角函数值。

(二) 三角函数式的变换

1. 掌握同角三角函数间的基本关系式、诱导公式,会运用它们进行计算、化简和证明。
2. 掌握两角和、两角差、二倍角、半角的正弦、余弦、正切的公式,会用它们进行计算、化简和证明。
3. 了解三角函数的积化和差与和差化积公式。

(三) 三角函数的图象和性质

1. 掌握正弦函数、余弦函数的图象和性质,会用这两个函数的性质(定义域、值域、周期性、奇偶性和单调性)解决有关问题。
2. 了解正切函数、余切函数的图象和性质。
3. 了解函数 $y = A\sin x$ 、 $y = \sin(x + \varphi)$ 、 $y = \sin \omega x$ 、 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 与 $y = \sin x$ 的图象之间的关系,会用“五点法”画出它们的简图,会求函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的周期、最大值和最小值。

(四) 反三角函数和简单三角方程

1. 了解反正弦、反余弦、反正切、反余切函数的概念及其定义域和值域。
2. 会解最简单的三角方程。

(五) 解三角形

1. 掌握直角三角形的边角关系,会用它们解直角三角形及应用题。
2. 掌握正弦定理、余弦定理,会用它们解斜三角形及简单应用题,会根据三角形两边及其夹角求三角形的面积。

第三部分 立体几何

(一) 直线和平面

1. 了解平面的基本性质。
2. 了解空间两条直线的位置关系以及异面直线所成角的概念。
3. 了解空间直线和平面的位置关系,点到平面距离的概念。理解直线和平面垂直的概念,会用直线和平面平行、垂直的判定定理和性质定理解决有关问题。
4. 了解点、斜线和斜线段在平面内射影、直线和平面所成角的概念。掌握三垂线定理及其逆定理,会用它们解决有关问题。
5. 了解空间两个平面的位置关系以及二面角、二面角的平面角、两平行平面间距离的概念。会用两平面平行、垂直的判定定理和性质定理解决有关问题。

(二) 多面体和旋转体

1. 了解直棱柱、正棱柱和平行六面体的概念、性质,会用它们的性质以及表面积、体积公式进行有关计算。
2. 了解棱锥、正棱锥的概念、性质,会用它们的性质以及表面积、体积公式进行有关计算。
3. 了解圆柱、圆锥的概念、性质,会用这些性质以及它们的表面积和体积公式进行有关计算。
4. 了解球的概念、性质,会用这些性质以及球面面积公式和球体体积公式进行有关计算。

第四部分 平面解析几何

(一) 直线

1. 了解有向线段与有向线段的数量的概念。
2. 掌握两点间的距离公式和线段的中点坐标公式,并能灵活运用它们解决有关问题。
3. 理解直线的倾斜角和斜率的概念,会求直线的斜率。
4. 会求直线方程,能灵活运用直线方程解决有关问题。
5. 掌握两条直线平行与垂直的条件以及点到直线的距离公式,会用它们解决有关问题。了解两直线所成角的公式。

(二) 圆锥曲线

1. 了解曲线和方程的关系,会求两条曲线的交点。
2. 理解充分条件、必要条件、充分必要条件的概念。
3. 掌握圆的标准方程和一般方程以及直线与圆的位置关系,能灵活运用它们解决有关问题。
4. 理解椭圆、双曲线、抛物线的概念,掌握它们的标准方程和性质,能灵活运用它们解决有关问题。
5. 了解坐标轴的平移公式,会用公式化简圆锥曲线方程。

(三) 参数方程、极坐标

1. 了解曲线参数方程的意义以及直线和圆锥曲线的参数方程,会用消参数法将一些曲线的参数方程化为普通方程。
2. 理解极坐标概念,会进行点的极坐标与直角坐标的互化,会将曲线的直角坐标方程化为极坐标方程。
3. 了解圆和圆锥曲线的极坐标方程。

二、考试形式及试卷结构

考试采用闭卷笔试形式。全卷满分为 150 分,考试时间为 120 分钟。

全部由人工阅卷的省、自治区、直辖市使用“常规卷”。采用机器阅卷的省、自治区、直辖市使用“分卷”。“分卷”包括 I 卷和 II 卷;选择题为 I 卷,非选择题为 II 卷。

试卷结构

(一) 试卷内容比例

代数	约 50%
三角	约 20%
立体几何	约 10%
平面解析几何	约 20%

(二) 题型比例

选择题	约 50%
填空题	约 20%
解答题(包括证明题)	约 30%

(三) 试题难易比例

较容易题	约 30%
中等难度题	约 50%
较难题	约 20%

目 录

代 数 (I)

第一章	数、式、方程和方程组	1
第二章	集合	16
第三章	不等式和不等式组	21
第四章	指数和对数	33
第五章	函数	39

三 角 函 数

第六章	三角函数	66
§ 1	任意角的三角函数	66
§ 2	三角函数的图象和性质	79
第七章	两角和与两角差的三角函数	90
第八章	反三角函数和简单三角方程	115
§ 1	反三角函数	115
§ 2	简单三角方程	122
第九章	解三角形	130

平面解析几何

第十章	直线	140
§ 1	基本问题	140
§ 2	直线的方程	144
§ 3	两条直线的位置关系	152
第十一章	圆锥曲线	165
§ 1	圆	165

§ 2	椭圆	176
§ 3	双曲线	184
§ 4	抛物线	191
§ 5	坐标轴平移	201

第十二章	极坐标与参数方程	208
§ 1	极坐标	208
§ 2	参数方程	213

代 数 (II)

第十三章	数列	222
第十四章	排列、组合与二项式定理	234
第十五章	复数	247

立 体 几 何

第十六章	直线和平面	260
§ 1	平面	260
§ 2	空间两条直线	263
§ 3	空间直线和平面	268
§ 4	空间两个平面	277
第十七章	多面体和旋转体	285
§ 1	多面体	285
§ 2	旋转体	292

近二年成人高等学校招生全国统一考试 数学试题 (理工农医类) 和参考答案	298
---	-----

代数 (I)

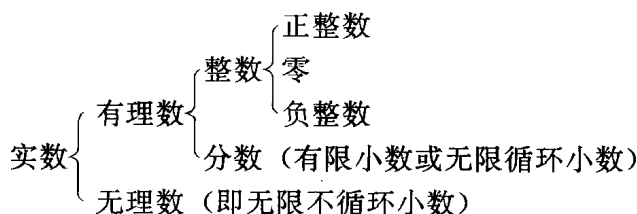
第一章 数、式、方程和方程组

【本章要求】

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念，会进行有关计算.
2. 理解有关整式、分式、二次根式的概念，掌握它们的一些性质和运算法则.
3. 掌握一元一次方程、一元二次方程的解法，能灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题.
4. 会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组；会解简单的两个二元二次方程组成的方程组（主要指以下几种类型：用加减消元法可消去某个未知数的，可消去二次项的，以及至少有一个方程可分解成一次方程的）.

【内容提要】

1. 实数系统表



2. 数轴 规定了原点、方向和长度单位的直线，叫做数轴。如图 1-1.

实数与数轴上的点存在一一对应的关系，即任意一个实数都对应着数轴上一个点，而数轴上任意一个点都对应着一个实数.

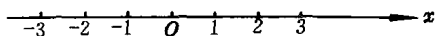


图 1-1

3. 相反数与倒数

只有符号不同的两个数，称其中一个另一个的相反数。规定零的相反数是零.

1 除以某数的商称作这个数的倒数，零无倒数.

4. 实数的绝对值

实数 a 的绝对值，用符号 $|a|$ 表示，其定义如下：一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零，即

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0 \text{ 时,} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时.} \end{cases}$$

注意 $|a| \geq 0$, 即 $|a|$ 是非负数.

5. 平方根与算术平方根

(1) **平方根** 如果 $x^2 = a$ ($a > 0$), 那么 x 就叫做 a 的平方根.

正数 a 的平方根有两个, 它们互为相反的数, 记作 $\pm \sqrt{a}$.

(2) **算术平方根** 正数 a 的正的平方根 $\sqrt{a}$, 也叫做算术平方根 (简称算术根).

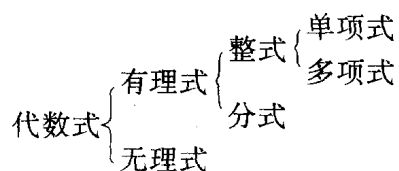
规定零的算术根是零, 即 $\sqrt{0} = 0$.

注意 (i) 若 $a \geq 0$, 则 $\sqrt{a} \geq 0$, 即 $\sqrt{a}$ 是非负数.

(ii) 对于任意实数 a , 有 $\sqrt{a^2} = |a|$.

(iii) 在实数范围内, 负数没有平方根.

6. 代数式系统表



(1) 整式及其加、减法

整式 单项式和多项式统称为整式.

同类项 在多项式的各项中, 如果一些项所含字母相同, 并且相同字母的指数也分别相同, 这些项就叫做同类项.

合并同类项 把多项式中的同类项合并成一项, 即把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变, 叫做合并同类项.

整式的加、减运算就是合并同类项.

(2) 整式的乘法、乘方

单项式乘多项式 用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.

多项式乘多项式 先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加.

乘法公式

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3.$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3.$$

(3) 分式及其运算

分式 形如 $\frac{A}{B}$ 的式子叫做分式, 其中 A, B 为整式且 B 含有字母.

在本书中, 如果没有特别说明, 均指分式中的分母的值不为零.

分式也有与分数类似的通分、约分、四则运算.

(i) 约分 $\frac{ma}{mb} = \frac{a}{b}, (m \neq 0).$

(ii) 分式的加、减法

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}; \quad \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}.$$

(iii) 分式的乘、除法

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}; \quad \frac{a}{b} \div \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

(iv) 分式的乘方

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (n \text{ 为正整数}).$$

7. 二次根式 式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做二次根式.

注意 (i) 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a}$ 没有意义.

(ii) 当 $a \geq 0$ 时, $(\sqrt{a})^2 = a$.

(1) 二次根式的性质

(i) 当 $a \geq 0$ 且 $b \geq 0$ 时,

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

(ii) 当 $a \geq 0$ 且 $b > 0$ 时,

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

(2) 最简二次根式 满足下列条件的二次根式叫做最简二次根式:

(i) 被开方数的每一个因式的指数都小于根指数 2;

(ii) 被开方数不含分母.

(3) 二次根式的运算

(i) 加、减法 先把各个根式化成最简二次根式, 再把被开方数相同的根式分别合并.

(ii) 乘法 把被开方数相乘, 根指数不变.

(iii) 除法 把被开方数相除, 根指数不变.

8. 一元二次方程

(1) 一般形式及求根公式

方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 是常数, 且 $a \neq 0$), 叫做一元二次方程的一般形式.

求根公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

(2) 一元二次方程根的判别式

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的判别式, 用符号 Δ 表示, $\Delta = b^2 - 4ac$.

(i) 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实根.

(ii) 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实根.

(iii) 当 $\Delta < 0$ 时, 方程没有实根.

(3) 一元二次方程根与系数的关系

如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 x_1, x_2 , 则

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

9. 二元、三元一次方程组

(1) 二元一次方程组的一般形式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

(2) 三元一次方程组的一般形式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

(3) 二元、三元一次方程组的基本解法

(i) 代入“消元”法.

(ii) 加、减“消元”法.

通过“消元”将解二元、三元一次方程组，转化为解一元一次方程.

【例题与解题指导】

例 1 填空:

(1) $-x$ 的相反数是____. (2) 两个互为相反数的和是____.

(3) 不为零的两个互为相反数的商是____. (4) $\sqrt{12} - \sqrt{27} =$ ____.

(5) $\sqrt{0.04 \times 0.25} =$ ____. (6) $\sqrt{26^2 - 10^2} =$ ____.

解 (1) 填 x .

(2) 填 0 . 因为 $a + (-a) = 0$.

(3) 填 -1 . 因为 $\frac{a}{-a} = -1$.

(4) 填 $-\sqrt{3}$. 因为原式 $= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$.

(5) 填 0.1 . 因为原式 $= \sqrt{0.04} \cdot \sqrt{0.25}$.

(6) 填 24 . 因为原式 $= \sqrt{(26+10)(26-10)}$
 $= \sqrt{36} \cdot \sqrt{16}$.

例 2 填空:

(1) 计算: 当 $x > 0$ 时, $\frac{|x|}{x} =$ ____. 当 $x < 0$ 时, $\frac{|x|}{x} =$ ____.

(2) 当____时, $|a-b| + a - b = 0$.

(3) 比较大小: $2 - |x-1|$ ____ 2 .

解 (1) 填 $1, -1$. 因为当 $x > 0$ 时, $|x| = x$. 所以 $\frac{|x|}{x} = \frac{x}{x} = 1$. 而当 $x < 0$ 时, $|x| = -x$, 所以 $\frac{|x|}{x} = \frac{-x}{x} = -1$.

(2) 填 $a \leq b$. 要使 $|a-b| + a - b = 0$, 即 $|a-b| = -(a-b)$. 所以当 $a-b \leq 0$, 即 $a \leq b$ 时上式成立.

(3) 填 $\leq$. 因为 $|x-1| \geq 0$, 所以 $2 - |x-1| \leq 2$.

说明 计算题中, 如果含有绝对值的符号, 应根据绝对值的定义将绝对值的符号去掉, 再计算. 如本例 (1).

例 3 选择^①:

(1) a, b 是实数, 下列等式中成立的是

(A) $|a+b|=|a|+|b|$. (B) $|a-b|=|a|-|b|$.

(C) $|a-b|=|b-a|$. (D) $|ab|=a|b|$.

[答] ().

(2) 正确的计算是

(A) $\sqrt{3^2+4^2}=3+4=7$

(B) $\sqrt{41^2-40^2}=41-40=1$.

(C) $\sqrt{(x+1)(x+2)}=\sqrt{x+1}\sqrt{x+2}$. (D) $\sqrt{(-3)\times(-27)}=9$.

[答] ().

解 (1) 方法一. 当 a, b 异号时 (A), (B) 不成立. 当 $a < 0$ 时, (D) 不成立. 因为只有一个结论是正确的, 故 (C) 成立.

方法二. 因为 $a-b$ 与 $b-a$ 互为相反的数, 所以 $|a-b|=|b-a|$, 因此 (C) 成立.

(2) 答 (D). 因为 $\sqrt{(-3)\times(-27)}=\sqrt{81}=9$.

例 4 已知 $2a-4\leq 0$, 化简 $2\sqrt{a^2-4a+4}-|6-3a|$.

解 原式 $= 2\sqrt{(a-2)^2}-3|2-a|$
 $= 2|a-2|-3|a-2| = -|a-2|$.

由已知, $2a-4\leq 0$, 所以 $a-2\leq 0$, 则

原式 $= -[-(a-2)] = a-2$.

说明 对于含有二次根式的化简或计算题, 如果被开方式是二次三项式, 则可考虑将它配成完全平方式, 以便进行计算, 开方时要注意算术根的概念.

例 5 填空:

(1) 当 $a\geq b$ 时, $\sqrt{(a-b)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$. 当 $a < b$ 时, $\sqrt{(a-b)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) a 是实数, a^2 的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$. a^2 的算术根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

解 (1) $\underline{a-b}$. $\underline{b-a}$.

(2) $\underline{\pm a}$. $\underline{|a|}$.

例 6 计算 $(a+b-c)(a-b+c)$.

解 原式 $= [a+(b-c)] \cdot [a-(b-c)] = a^2 - (b-c)^2 = a^2 - b^2 + 2bc - c^2$.

说明 两个多项式相乘, 如果能经适当变形以便应用乘法公式, 可使计算简便.

例 7 计算 $\frac{2}{3}\sqrt{81a}+6\sqrt{\frac{a}{9}}-3a\sqrt{\frac{1}{a}}$.

解 原式 $= 6\sqrt{a}+2\sqrt{a}-3\sqrt{a}=5\sqrt{a}$.

说明 先将各个根式化为最简二次根式, 再计算.

例 8 解方程组

^① 本书中的选择题, 都是单项选择题, 即每个题中只有一个选项是符合题目要求的.