



志鸿优化系列丛书

丛书主编：任志鸿



Just believe it:  
Everyone is No.1!

一天攻克一个考点  
三个月轻松晋级NO.1



源于家教情境的个性化、交互式学习方案



初中  
数学

考点训练

# 数 理 化

## 高 手

知识出版社

# 数理化

SHU LI HUA GAO SHOU



高手

初中  
数学

考点训练

丛书主编 任志鸿  
本册主编 余中华  
副主编 袁亚良 夏盛亮  
编者 袁昌进 华文秋 顾和贵 王爱玲

知识出版社

图书在版编目(CIP)数据

数理化高手. 初中数学考点训练/任志鸿主编. —北京:知识出版社, 2009. 6  
ISBN 978-7-5015-5742-4

I. 数… II. 任… III. 数学课—初中—习题 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 094309 号

责任编辑:崔小荷

策 划:吴进华

知识出版社出版

<http://www.ecph.com.cn>

北京阜成门北大街 17 号 电话 010-88390797

新华书店经销

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

淄博德恒印刷有限公司印刷

\*

开本 890×1240 毫米 1/32 印张 10 字数 270 千字

2009 年 7 月第 1 版 2009 年 7 月第 1 次印刷

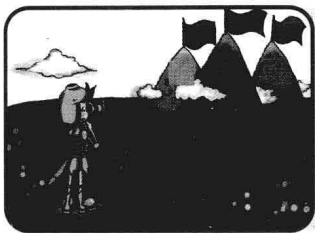
ISBN 978-7-5015-5742-4

定价:17.80 元

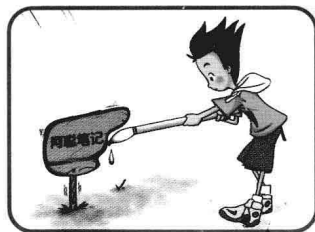
# 我的故事



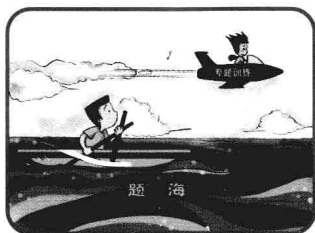
我，一个很普通的中学生。一开始我的数理化成绩比较差，碰到较难理解的知识点，经常一头雾水。但是我有一个习惯，如果碰到不会、不熟悉的问题，会记录下来，通过问老师、问同学，非把它弄明白不可。



做的题多了，我发现数理化三科其实有很强的规律性。我把它们依次归纳出几十个针对性很强的点；这样我学习起来目标就非常明确了。



我在做每一类问题时，都会把这类问题的相似解决办法、解题技巧总结并记下来。有时我会把自己当成老师，与自己悄悄对话，讲解感悟每一种问题的难理解之处。我发现这种方法非常有效，相当于请了一个家教，特别有助于自己的理解。



学习时，我主动寻找某一类问题，集中训练，效果比较好。我发现自己对数理化解题好像有了窍门，以后考试碰到的每一个问题，我几乎都能够迅速地联想到它属于自己总结归纳的哪一个“点”，很快就解决了。而我做到这些只用了三个月的时间。

# 丛书人物档案

姓名 阿聪

性别 男

星座 双鱼座

血型 A

口头禅 我的地盘我做主

最喜欢的电影 《阿甘正传》

最喜欢的明星 乔丹

最自豪的事儿 周杰伦在我背上签名啦!



姓名 牛钝

性别 男

职业 物理teacher

最喜欢的运动 足球

最喜欢的明星 大小罗

我的教学宣言 我教故我在!



姓名 方成

性别 男

职业 数学teacher

最难改的习惯 爬楼梯时数数

最喜欢的数字 1、2、3……是数字都喜欢

我的教学宣言 世上无差生,只怕用心教!



姓名 袁素

性别 女

职业 化学teacher

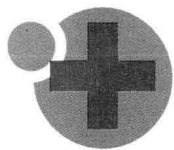
最喜欢的明星 奥黛丽·赫本

最尴尬的经历 一次买衣服时问:这件衣服多少化合价?

我的教学宣言 世界上没有笨学生,只有笨老师!







# 方老师 诊所病历卡

## [ 临床反应 ]

某学生面对庞杂的数学知识经常产生头晕、不知所措的感觉。

## [ 诊断说明 ]

脑电图显示，大脑中知识网络交叉错乱，不成体系；导致轻度健忘，重度紊乱。

## [ 治疗方案 ]

采用“化疗”法，逐个击破，把多种知识按照考点进行分类，对每个考点分而治之。每天一次，每次一个；治疗期，2~3个月。

## [ 预期效果 ]

3个月内，修复患者大脑中的知识网络，使其条分缕析地把握冗杂的数学知识，增强其融会贯通的技能，消除一切不良反应。

## [ 注意事项 ]

1. 本治疗方案适用于所有学生，尤其对于对庞杂知识手足无措的患者有独特疗效。
2. 本方案仅对心、脑用功者有效。切实掌握每一个考点的技巧，才能彻底搞定数学。做事蜻蜓点水，不求甚解者慎用。
3. 治疗期间，如有不良反应，如混沌不清、困惑不解等，请及时咨询老师。



# C 目录

## CONTENTS



### 专题一、数与式

考点 1: 怎样使用科学记数法表示一个数? ..... 1

考点 2: 怎样比较两个无理数的大小? ..... 5

考点 3: 怎样因式分解? ..... 7

考点 4: 怎样化简分式? ..... 11

考点 5: 怎样运用二次根式的非负性解题? ..... 14

### 专题二、方程(组)与不等式(组)

考点 6: 怎样解一元一次方程? ..... 18

考点 7: 怎样列一元一次方程解应用题? ..... 22

考点 8: 怎样选择恰当的方法解一元二次方程? ..... 28

考点 9: 怎样利用一元二次方程根的判别式解题? ... 31

考点 10: 怎样利用一元二次方程根与系数的关系解题?

..... 34

考点 11: 怎样解二元一次方程组? ..... 39

考点 12: 列一元一次方程还是列二元一次方程组?

..... 43

考点 13: 怎样解分式方程? ..... 48

考点 14: 如何解行程问题? ..... 51

考点 15: 如何确定不等式(组)字母系数的取值范围?

..... 55

考点 16: 怎样应用不等式(组)解题? ..... 59



### 专题三、函数及其图象

|                                                    |     |
|----------------------------------------------------|-----|
| 考点 17: 如何确定函数自变量的取值范围? .....                       | 64  |
| 考点 18: 怎样确定一次函数解析式? .....                          | 67  |
| 考点 19: 怎样利用函数图象解决实际问题? .....                       | 70  |
| 考点 20: 怎样利用一次函数进行方案设计? .....                       | 74  |
| 考点 21: 怎样比较两个反比例函数值的大小? ...                        | 79  |
| 考点 22: 怎样解与反比例函数图象有关的问题?<br>.....                  | 82  |
| 考点 23: 怎样解一次函数与反比例函数的综合题?<br>.....                 | 84  |
| 考点 24: 如何确定二次函数解析式? .....                          | 88  |
| 考点 25: 怎样利用二次函数的平移规律解题? ...                        | 91  |
| 考点 26: 怎样应用抛物线上一些重要的点和线段解题?<br>.....               | 93  |
| 考点 27: $y=ax^2+bx+c$ 图象与 $a, b, c$ 有什么关系?<br>..... | 98  |
| 考点 28: 二次函数与一元二次方程有什么关系? ...                       | 101 |
| 考点 29: 如何利用二次函数性质求最大利润? ...                        | 104 |
| 考点 30: 怎样运用二次函数性质解决最大面积问题?<br>.....                | 109 |
| 考点 31: 怎样解抛物线型应用题? .....                           | 114 |





## 专题四、图形与证明

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 考点 32:怎样证明命题?             | 119 |
| 考点 33:怎样解多边形问题?           | 123 |
| 考点 34:如何选择恰当的方式证明两个三角形全等? | 125 |
| 考点 35:怎样利用平行四边形解题?        | 128 |
| 考点 36:怎样运用菱形知识解题?         | 132 |
| 考点 37:怎样运用矩形知识解题?         | 136 |
| 考点 38:怎样运用正方形知识解题?        | 139 |
| 考点 39:怎样证明线段的和、差、倍、分?     | 143 |
| 考点 40:梯形常见辅助线的作法有哪些?      | 148 |
| 考点 41:如何借助垂径定理进行计算和证明?    | 151 |
| 考点 42:如何利用圆心角和圆周角解题?      | 155 |
| 考点 43:如何判断直线与圆的位置关系?      | 158 |
| 考点 44:如何区分外接圆和内切圆?        | 161 |
| 考点 45:如何解与圆有关的成比例线段?      | 166 |
| 考点 46:怎样解圆与圆的位置关系的题目?     | 170 |
| 考点 47:如何求弧长和扇形面积?         | 174 |
| 考点 48:怎样求圆柱、圆锥的侧面积和全面积?   | 177 |

考点 49: 直角三角形有哪些边角关系? ..... 182

考点 50: 怎样应用解直角三角形的方法解决问题?  
..... 186

考点 51: 角平分线常用的辅助线作法有哪些?  
..... 191

考点 52: 怎样运用等腰三角形知识解决问题?  
..... 196

### 专题五、变换与投影

考点 53: 怎样识别相似三角形? ..... 202

考点 54: 怎样运用相似基本图形解题? ..... 207

考点 55: 如何证明等积式或比例式? ..... 211

考点 56: 如何解视图问题? ..... 215

考点 57: 怎样解决投影问题? ..... 220

### 专题六、概率与统计

考点 58: 怎样解有限等可能概型? ..... 226

考点 59: 怎样解无限等可能概型? ..... 230

考点 60: 怎样用树状图和列表法求概率? ..... 234

答案解析 ..... 240





## 专题一、数与式

### 考点 1: 怎样使用科学记数法表示一个数?



**点回顾**

(阿聪:做题之前清点解题方法与技巧,就如同上战场之前清点武器一样重要)

本模块主要讲述了怎样使用科学记数法表示一个数,主要知识点有:

#### 1. 科学记数法:

方法一:当原数的绝对值不小于 10 时, $n$  为正整数, $n$  等于原数的整数位数减 1. 当原数的绝对值  $< 1$  时, $n$  为负整数, $n$  的绝对值等于原数中左起第一个非零数前零的个数(含整数位数上的零);

方法二:将原数写成  $a$  后,小数点如果向左移动了  $k$  位后,则  $n=k$ ,小数点如果向右移动了  $k$  位后,则  $n=-k$ .

#### 2. 求一个数的近似值:

(1)“整数位数不超过一位,且要求精确到个位、十分位、百分位、…”或“整数位数不大于要求取的有效数字个数”我们可直接四舍五入求得;

(2)“整数位数超过一位要求精确到十位、千位、万位、…”或“整数位数大于要求取的有效数字个数”这时我们需要将个数先科学记数法,然后再使用四舍五入法取近似值.



**中考**

(阿聪:中考题是引导学习最精确的指南针,要随时用它校正自己前进的方向)

【例 1】国家游泳中心——“水立方”是 2008 年北京奥运会标志性建筑物之一,其工程占地面积为 62 828 平方米,将 62 828 用科学记数法表示是(保留三个有效数字)

- ..... ( )
- A.  $62.8 \times 10^3$
  - B.  $6.28 \times 10^4$
  - C.  $6.2828 \times 10^4$
  - D.  $0.62828 \times 10^5$



**一感觉**

→ 本题是将一个较大的数用科学记数法表示,可用要点第 1 点解决.



思维流程图

切入点:  $a=6.2828$ .

解题过程

先将这个数用科学记数法表示成  $6.2828 \times 10^4$ , 然后再按照题目的要求用四舍五入法保留三个有效数字.

结果

B

【例 2】用激光测距仪测量两座山峰之间的距离, 从一座山峰发出的激光经过  $4 \times 10^{-5}$  秒到达另一座山峰, 已知光速为  $3 \times 10^8$  米/秒, 则两座山峰之间的距离用科学记数法表示为 ..... ( )

- A.  $1.2 \times 10^3$  米    B.  $12 \times 10^3$  米    C.  $1.2 \times 10^4$  米    D.  $1.2 \times 10^5$  米

第一感觉

本题先求出两座山峰之间的距离, 然后再按要求用科学记数法表示.

思维流程图

切入点: 路程 = 速度  $\times$  时间

解题过程

本题属于行程问题, 时间 =  $4 \times 10^{-5}$  秒,  
速度 =  $3 \times 10^8$  米/秒,  
因此路程 =  $(3 \times 10^8) \times (4 \times 10^{-5})$   
=  $12 \times 10^3 = 1.2 \times 10^4$  (米).

结果

C

强化训练

(阿聪: 考点虽小, 也要多调一些相关练习题进行密集轰炸, 力争一举攻克)

- 1 纳米是非常小的长度单位, 已知 1 纳米 =  $10^{-6}$  毫米, 某种病毒的直径为 100 纳米, 若将这种病毒排成 1 毫米长, 则病毒的个数是 ..... ( )  
A.  $10^2$     B.  $10^4$     C.  $10^6$     D.  $10^8$
- 2 2006 年广东省国税系统完成税收收入人民币  $3.45065 \times 10^{11}$  元, 连续 12 年居全国首位, 也就是收入了 ..... ( )  
A. 345.065 亿元    B. 3 450.65 亿元  
C. 34 506.5 亿元    D. 345 065 亿元
- 3 吸烟有害健康. 5 月 31 日是世界无烟日, 今年世界无烟日来临之际, 中国国家卫生部公布了我国吸烟的人数约为 3.5 亿, 占世界吸烟人数的三分之一, 用科学记数法



表示全世界吸烟人数约为 ..... ( )

A.  $105 \times 10^9$

B.  $105 \times 10^8$

C.  $1.05 \times 10^9$

D.  $1.05 \times 10^{10}$

4 地球的质量为  $6 \times 10^{13}$  亿吨,太阳的质量为地球质量的  $3.3 \times 10^5$  倍,则太阳的质量为\_\_\_\_\_亿吨. .... ( )

A.  $1.98 \times 10^{18}$

B.  $1.98 \times 10^{19}$

C.  $1.98 \times 10^{20}$

D.  $1.98 \times 10^{65}$

5 闪电是大气中的一种放电现象,闪电的放电时间为  $1\%$  至  $1\%$  秒,闪电光的速度每秒可达  $3.0 \times 10^5$  km,瞬息即逝的闪电在空中的距离一般在几千米至几千米之间? ..... ( )

A.  $3\ 000 \sim 30\ 000$

B.  $300 \sim 30\ 000$

C.  $300 \sim 3\ 000$

D. 无法确定

6 我们知道,1 纳米 =  $10^{-9}$  米,一种花粉直径为 35 000 纳米,那么这种花粉的直径用科学记数法可记为\_\_\_\_\_米.

7 1 049.9 保留两个有效数字的近似值为\_\_\_\_\_.

8 近似数 0.205 00 保留了\_\_\_\_\_个有效数字.

9 已知空气的单位体积质量是 0.001 239 克/厘米<sup>3</sup>,试用科学记数法表示 0.001 239 = \_\_\_\_\_.

10 国家教育部提供的数据显示,2007 年全国普通高考计划招生 567 万人,这一数据用科学记数法表示为\_\_\_\_\_. (结果保留 2 个有效数字)

11 如果一个近似数是 1.60,那么它的精确值  $x$  应满足\_\_\_\_\_.

12 下列由四舍五入得到的近似数,各精确到哪一位? 各有几个有效数字? 分别是哪些?

(1) 10 亿 (2) 0.020 40 (3)  $1.060 \times 10^5$



**13** 据生物学统计,一个健康的成年女子体内的血量一般不低于 4 000 毫升,每毫升中红细胞的数量约为  $4.2 \times 10^6$  个,问一个健康的成年女子体内红细胞的数量不低于多少?(用科学记数法表示)

**14** 一个近似数记为  $5.6 \times 10^3$ ,另一个近似数记为  $5.60 \times 10^3$ ,另一个近似数记为 5 600,你认为这三个近似数的精确度一样吗?

**15** 根据统计,我国平均每人每天大约产生 1.5 千克垃圾,你也许并不觉得多,假若垃圾可压缩成边长为 0.5 米的立方体,每个这样的立方体约有 100 千克(中国大约有 13 亿人口)

(1)请计算我国一天产生的垃圾有多少千克?有多少个这样的立方体?

(2)你们班的教室能容纳中国人一天产生的垃圾吗?你们学校所有的教室呢?

**16** 将下列各数: $9.99 \times 10^9$ 、 $1.01 \times 10^{10}$ 、 $9.9 \times 10^9$ 、 $1.1 \times 10^{10}$  从小到大排成一列.





## 考点 2: 怎样比较两个无理数的大小?

### 要点回顾

(阿聪: 做题之前清点解题方法与技巧, 就如同上战场之前清点武器一样重要)

本模块主要讲述了怎样比较两个正无理数的大小, 其常用方法有:

1. 内迁法: 将根号外的数字平方后作为被开方数的一个因式, 然后比较被开方数的大小.

2. 平方法: 形如  $\sqrt{m} \pm \sqrt{n}$  与  $\sqrt{x} \pm \sqrt{y}$  ( $m+n=x+y$ ) 的两个二次根式, 可先平方, 然后转化为比较  $\sqrt{mn}$  与  $\sqrt{xy}$  的大小.

3. 分子有理化: 形如  $\sqrt{m} - \sqrt{m-k}$  与  $\sqrt{n} - \sqrt{n-k}$  这两个二次根式比较大小时, 我们先考虑将分子有理化, 使分子都等于  $k$ , 然后通过比较分母来确定两个二次根式的大小.

4. 估值法: 对于能直接估计出大小的两个二次根式的大小比较时, 我们应该首先考虑估值法比较两个二次根式的大小.

### 连线中考

(阿聪: 中考题是引导学习最精确的指南针, 要随时用它校正自己前进的方向)

【例 1】估计  $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{20}$  的运算结果应在 ..... ( )

A. 6 到 7 之间

B. 7 到 8 之间

C. 8 到 9 之间

D. 9 到 10 之间

#### 第一感觉

→ 本题先利用二次根式性质进行化简, 然后估出结果的范围.

#### 思维流程图

切入点: 先进行化简

结果

C

#### 解题过程

$$\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{20} = \sqrt{32 \times \frac{1}{2}} + 2\sqrt{5} = 4 + 2\sqrt{5}.$$

$$\because 2 < \sqrt{5} < 2.5, \therefore 4 < 2\sqrt{5} < 5. \therefore 8 < 4 + 2\sqrt{5} < 9.$$

#### 小心得

(1) 估算一个无理数  $\sqrt{a}$  的方法是: 若  $n^2 < a < (n+1)^2$ , 则  $n < \sqrt{a} < n+1$ ; (2) 当题目给出的式子可以化简或计算时, 我们一般先考虑将这个式子进行化

简或计算,然后再考虑其他问题.

【例2】估算  $\sqrt{28}-\sqrt{7}$  的值在 ..... ( )

A. 7 和 8 之间

B. 6 和 7 之间

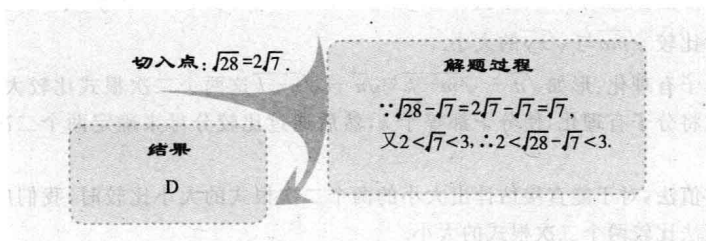
C. 3 和 4 之间

D. 2 和 3 之间

第一感觉

由于  $\sqrt{28}-\sqrt{7}$  可以化简,因此要估值这个二次根式的的大小,我们需要先将这个二次根式化简.

思维流程图



小心得

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = |a| \cdot \sqrt{b}.$$

强化训练

(阿聪:考点虽小,也要多调一些相关练习题进行密集轰炸,力争一举攻克)

1 若  $m = \sqrt{40}-4$ , 则估计  $m$  的值所在的范围是 ..... ( )

A.  $1 < m < 2$

B.  $2 < m < 3$

C.  $3 < m < 4$

D.  $4 < m < 5$

2 估计  $\sqrt{88}$  的大小应 ..... ( )

A. 在 9.1~9.2 之间

B. 在 9.2~9.3 之间

C. 在 9.3~9.4 之间

D. 在 9.4~9.5 之间

3 一个正方体的水晶砖, 体积为  $100 \text{ cm}^3$ , 它的棱长大约在 ..... ( )

A. 4 cm~5 cm 之间

B. 5 cm~6 cm 之间

C. 6 cm~7 cm 之间

D. 7 cm~8 cm 之间

4 在三个数  $0.5, \frac{\sqrt{5}}{3}, |-\frac{1}{3}|$  中, 最大的数是 ..... ( )

A. 0.5

B.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

C.  $|-\frac{1}{3}|$

D. 不能确定

5 将  $-4\sqrt{2\frac{3}{4}}$  根号外的非负因式移进根号内, 结果等于 ..... ( )



- A.  $-\sqrt{11}$       B.  $\sqrt{11}$       C.  $-\sqrt{44}$       D.  $\sqrt{44}$
- 6 设  $x = \frac{4}{\sqrt{5}+3}$ ,  $y = \sqrt{5}-3$ , 则  $x$  与  $y$  的关系为 ..... ( )
- A.  $x > -y$       B.  $x = y$       C.  $x < y$       D.  $x = -y$
- 7 已知  $x$  为整数, 且满足  $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3}$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.
- 8 比较大小:
- (1)  $4\sqrt{7}$  与  $6\sqrt{3}$ ;
- (2)  $\sqrt{15}-\sqrt{7}$  与  $\sqrt{19}-\sqrt{3}$ ;
- (3)  $\frac{1}{3-\sqrt{7}}$  与  $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ .
- 9  $\sqrt{17+12\sqrt{2}}$  的整数部分为  $a$ , 小数部分为  $b$ , 求  $\frac{a}{b}$  的值.

### 考点 3: 怎样因式分解?

**要点回顾** (阿聪: 做题之前清点解题方法与技巧, 就如同上战场之前清点武器一样重要)

本模块主要讲述了因式分解的概念, 其主要知识点有: