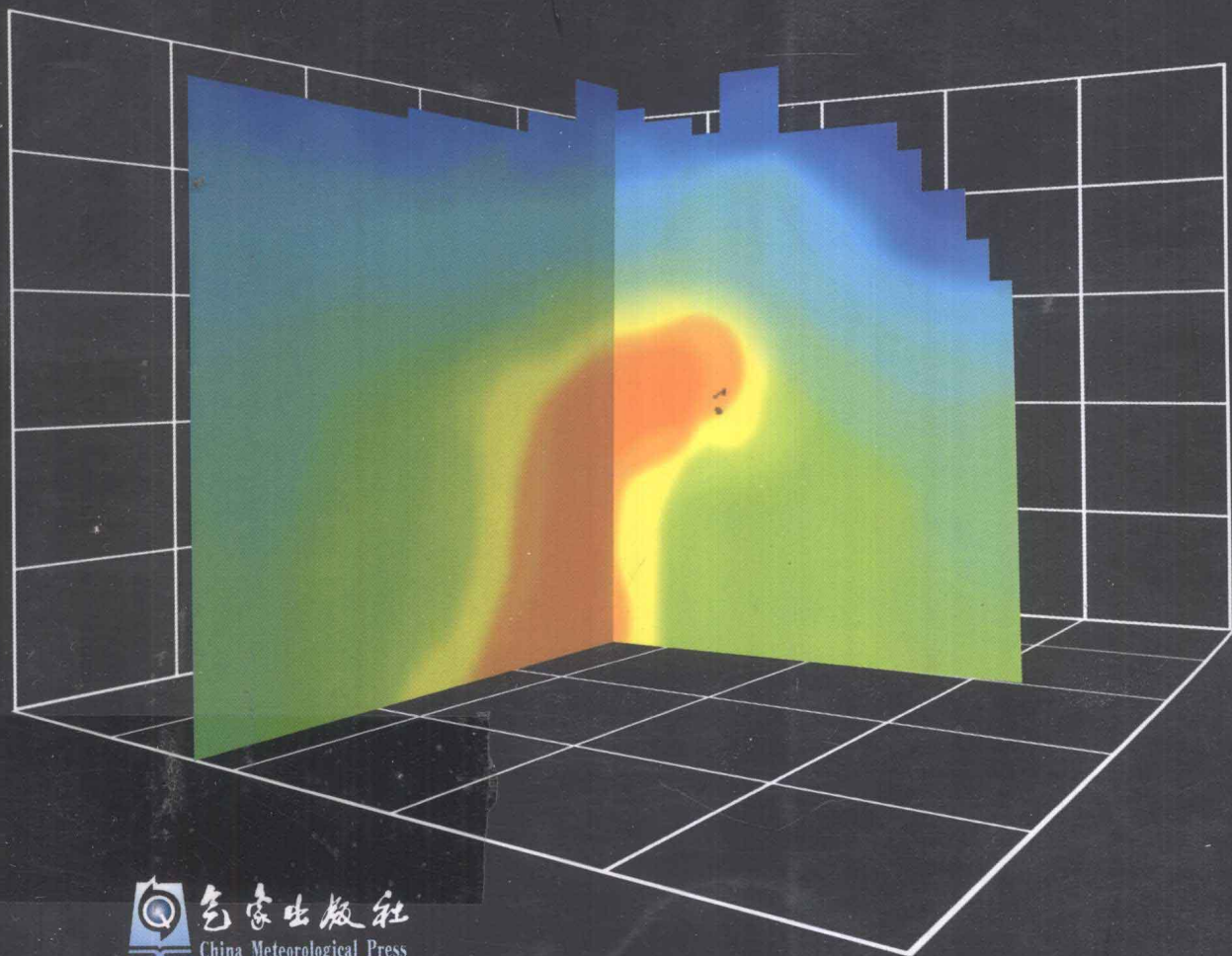



偏振多普勒天气雷达 原理和应用

V.N.Bringi V.Chandrasekar 著

李忱 张越 译 张培昌 校




 气象出版社
China Meteorological Press

CAMBRIDGE

偏振多普勒天气雷达原理和应用

V. N. Bringi V. Chandrasekar 著

李 忱 张 越 译
张培昌 校

 气象出版社
China Meteorological Press

Polarimetric Doppler Weather Radar: Principles and applications, 1st edition (ISBN 0 521 62384 7) by V. N. Bringi and V. Chandrasekar first published by Cambridge University Press 2001

All rights reserved.

This simplified Chinese edition for the People's Republic of China is published by arrangement with the Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, United Kingdom.

© China Meteorological Press & Cambridge University Press 2009

This book is in copyright. No reproduction of any part may take place without the written permission of China Meteorological Press and Cambridge University Press.

This edition is for sale in the People's Republic of China (excluding Hong Kong SAR, Macau SAR and Taiwan Province) only. 此版本仅限在中华人民共和国境内(不包括香港、澳门特别行政区及台湾省)销售。

图书在版编目(CIP)数据

偏振多普勒天气雷达原理和应用/李忱,张越译.

北京:气象出版社,2010.5

ISBN 978-7-5029-4972-3

I. ①偏… II. ①李… ②张… III. ①偏振-多普勒雷达:
气象雷达 IV. ①TN959.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 080355 号

北京市版权局著作权合同登记:图字 01—2010—5883 号

出版发行:气象出版社

地 址:北京市海淀区中关村南大街 46 号

总 编 室:010-68407112

网 址:<http://www.cmp.cma.gov.cn>

责任编辑:申乐琳 李太宇 俞卫平

封面设计:翟劲松

责任校对:赵 璠

印 刷:北京中新伟业印刷有限公司

开 本:787 mm×1092 mm 1/16

字 数:742 千字

版 次:2010 年 4 月第 1 版

定 价:78.00 元

邮政编码:100081

发 行 部:010-68409198

E-mail: qxchs@263.net

终 审:章澄昌

责任技编:吴庭芳

印 张:29

印 数:1—2000

印 次:2010 年 4 月第 1 次印刷

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等,请与本社发行部联系调换

序

我国是世界上遭受气象灾害影响最严重的国家之一。随着经济和社会的快速发展,突发性、灾害性天气对社会经济和人民生活的影响日益加剧。特别是在全球气候变暖背景下频发的极端天气气候事件对农业、水资源、交通、能源和国防安全等带来的影响也越来越显著。因此,如何有效地监测、预警突发性、灾害性天气已成为广大气象工作者的重大责任。

天气雷达是灾害性天气监测预警的一种重要工具。自 20 世纪 90 年代中期以来,我国引进、消化和应用新一代天气雷达技术,逐步建成了基本覆盖全国主要降水区域的新一代天气雷达监测网,并实现了天气雷达的科学布局、信息共享和有效应用,在监测预警诸如冰雹、雷雨大风、龙卷风、飑线、下击暴流等强对流天气以及台风、梅雨锋暴雨、暴雪过程等主要降水系统方面发挥了十分重要的作用。由于广泛采用了先进的雷达技术、多普勒技术、信号处理技术、计算机技术、微电子技术等高新科技成果,新一代天气雷达技术获得了许多进步,例如:雷达系统灵敏度显著提高,使得对大气中弱回波探测能力有了明显增强;采用多普勒技术,不仅获得了宝贵的径向风场信息,也提高了对地物杂波的抑制能力;采用实时定标检测技术,提高了雷达数据稳定性和可靠性,数据质量显著提高;采用科学合理算法,形成应用产品,实现了实时定量化。

然而,由于目前新一代天气雷达在定量估测降水中因降水粒子相态、降水粒子大小、形状等诸多因素带来比较大的误差,在新一代天气雷达上增加偏振功能成为进一步发挥天气雷达作用和效益的突破口,开展双线偏振多普勒天气雷达理论研究和设计应用十分必要。V. N. Bringi和 V. Chandrasekar 所著的《偏振多普勒天气雷达原理和应用》一书,正是为解决这一关键问题奠定理论基础的重要文献。

Bringi 和 Chandrasekar 长期从事雷达气象学方面的研究与教学,在收集大量研究资料和研究成果的基础上,编著了《偏振多普勒天气雷达原理和应用》一书。该书对偏振雷达的基础知识、偏振电磁波探测降水粒子的基本理论、回波信息中获取偏振特征参数的信号处理算法及其在气象学上的应用等作了全面、深入的论述;对电磁波、雷达天线的极化和降水粒子散射的理论分析与数学推导严谨、详尽,使读者能建立起正确的物理概念。该书紧密联系偏振多普勒天气雷达各分系统以及气象目标的实际进行理论分析,这将有助于偏振天气雷达的设计、定标和信号处理。该书对从回波信号中提取偏振参数过程的理论表述清晰,读者从中能够较好地掌握这些参数的物理意义。书中也对偏振参数在不同降水情况下的数学表述以及在定量估测降水率方面的应用作了较全面、仔细的介绍,提高与扩展了雷达信息在气象领域中的应用。

为了能使更多的气象雷达研究与设计人员、应用、分析和研究人员以及高等学校有关专业的师生更好地了解双线偏振多普勒天气雷达,中国气象局与中国电子科技集团公司第十四研究所组织雷达专家、气象学家合作翻译了本书。译校者对原书进行了翻译和审校,保证了译文

的准确性和通俗性。

参加本书翻译工作的有：李忱、张越、姚琪、刘一峰、何康、严勇、张虹、傅丽娜等。全书的翻译由李忱研究员统稿，张培昌教授等校对。

本书的出版，为偏振雷达信息的开发应用提供了很好的参考和借鉴，将促进我国双偏振多普勒天气雷达更好的应用，发挥更大的效益。为此，我向参加翻译、校对、出版本书的专家表示深深的谢意！

郑国光

2010年5月

* 郑国光，中国气象局局长，研究员，博士生导师。

前 言

多普勒雷达现在被认为是大气现象测量和预报不可或缺的工具。WSR-88D 雷达、用在主要机场上的终端多普勒气象雷达(TDWR)和美国境内风廓线雷达的部署及使用都可被看成是多普勒原理得到实际应用的重要里程碑。另一个里程碑是在热带降水测量任务(TRMM)中扮演重要角色之一的第一台降水测量雷达在空间的成功部署。降水粒子的反射率和速度的测量基本上都要使用到散射电磁波中包含的幅度和相位信息。在最近的 20~30 年中,人们越来越清楚地认识到散射波的偏振状态中也包含有重要信息。本书的主题是介绍用于降水研究的雷达偏振测量技术应用的物理和实验基础。

是否要在实际使用的 WSR-88D 雷达上增加偏振测量功能的评估正在强力推进,如果该功能得以实现,将会导致由众多的气象部门广泛应用偏振测量技术。偏振测量雷达气象学的基本理论和应用研究在全世界都一直在加强,在欧洲和日本更是如此。我们相信,对作为面向气象应用的相参偏振测量雷达基础的物理原理进行详细分析的时代已经来临。

本书部分采用作者自 20 世纪 80 年代中期起在科罗拉多(Colorado)州立大学教授的研究生课程。我们的目的是以独立自主的方式从最基础的原理开始来表述这个科目。在材料的选择和组织上花了大量的心血,这是为了能在严密的理论和实际应用之间达到良好的平衡。为了阐明理论和激发读者的思考,本书频繁地给出雷达测量的实例。对数学和物理知识背景的要求一般可通过相应的本科阶段课程获得,这些课程为物理学、大气科学或电子工程学。

本书共有 8 章和附录(5 项)。每章的最后都有注释,它提供深入阅读的建议、介绍描述专用设备的网站和常常找不到的早期刊物中的数据。本书相应的网站网址为 www.engr.colostate.edu/ece/radar_education,那里提供专业软件和家庭作业等服务。

第 1~4 章介绍用于雷达偏振测量技术的微波散射和传播的基础理论。第 1 章从介绍一些重要的电磁场概念及麦克斯韦方程组开始,直至推导出瑞利(Rayleigh)散射和混合电介质时的公式。通过研究一个由平面波照射的移动中线圈的例子导出双基多普勒频率公式,定义了运动粒子时间相关的双基横截面,并自然地导出多普勒频谱。本章还对脉冲多普勒雷达的结构框图进行了阐述。

第 2 章介绍 Rayleigh-Gans 条件下椭球体的振幅散射矩阵。事实上,偏振雷达对降水观测的重要性在很大程度上都能使用椭球形模型来阐明。为了完整性,也给出作为边值问题的 Mie 散射解的表达式,并在附录 2 中提供球面谐函数的内容综述。

第 3 章详细地描述波、天线和雷达偏振。本章导出线偏振和圆偏振条件下的双偏振雷达距离方程,推广了通常的雷达截面概念,包括共偏振和交叉偏振综合的概念以及最佳偏振的概念。用 Mueller 矩阵计算随机分布降水粒子的散射,由此引出诸如差分反射率和线性退偏振比等一般偏振观测量的定义。本章定义了表达双偏振雷达全部测量值的偏振测量协方差矩

阵,大量涉及线偏振和圆偏振条件下的协方差矩阵的构成,其中包含由于角对称性使矩阵获得的简化。

第4章介绍双偏振波在降水媒质中的传播问题,并给出如何在两个“特征”波之间测定差分衰减和差分相位的方法,详细讨论了线偏振和圆偏振条件下经过传播修正后的协方差矩阵的构成。本章使用线偏振和圆偏振条件下的雷达测量值来阐明这些理论,同时介绍当前将用于WSR-88D雷达系统中的一种混合测量方式。

多普勒雷达理论、信号统计学和信号处理技术构成了第5章的主题,并且这些内容按相当严谨的方式进行阐述。虽然仅对信号与系统理论进行了相当简明的回顾,但该章内容的分析要求对线性系统理论有前期准备并且相当地熟悉。多普勒雷达在风反演和风暴动力学研究方面的应用未被涉及,因为这些课题在某些著作中已有详细的论述(Sauvageot 1992; Doviak and Zrníc 1993)。

第6~8章约占本书50%的篇幅,涉及双偏振雷达系统及其在气象学上的应用,大部分内容与该领域的专业人士有关。第6章描述了在不同的雷达系统中实现偏振分集和捷变的配置方案。天线性能和系统偏振误差这两个问题得到了详细的研究。该章相当大的部分是关于在三种不同的脉冲模式下信号样本的协方差矩阵元素的估值。由差分传播相位的距离分布推导出比差分相位值的实际问题,在此也有详细讨论。

第7章涉及表征降水的偏振测量的基础,并且描述了用来推断水凝物种类和数量的方法。与该章的重要性相当,该章几乎占了全书近1/3的篇幅。大量的例子用来阐明不同的方法,还详细论述了反射率和差分反射率测量值受衰减时的修正,以及沿着传输路径的降雨所引起的差分衰减。该章末阐述用于解决水凝物分类问题的模糊逻辑算法,并提供几个实例。由于这些算法已在一些实验雷达上得到实时运用,因此这些主题对实际使用而言是及时且关系重大的。

第8章从物理和统计学/工程这两个方面论述雷达测量降水的方法问题。以偏振测量为基础的降水率算法的误差结构是通过模拟仿真的方法来进行分析的。将面积时间积分(ATI)的理论基础和概率匹配法(PMM)推广到偏振测量上也论述到了。还有单独的一节阐述神经网络和它们在降水测量上的应用,其中包括关于性能的实例。

书中有五个附录,其中有三个是复习回顾(静电学、球面谐函数和T矩阵法)。附录4导出了传输矩阵,而附录5则详细地叙述了计算相关函数的幅度和相位方差的步骤。有关偏振测量多普勒雷达发展史的叙述已超出了本书的范围,这个问题我们请读者参阅《雷达在气象学中的应用》(Radar in Meteorology)(美国气象协会1990, Ed. D. Atlas)这本书。由于本书的重点主要是脉冲双偏振多普勒雷达,其他雷达技术:诸如调频一连续波(FM-CW)、脉冲压缩和合成孔径雷达均未涉及,机载和星载雷达也同样未涉及。但是,本书讨论的原理对那些想从事这些课题研究的读者是有帮助的。

最后应说明,我们有机会从事跨学科研究,在本领域内从事教学以及与电子工程和大气科学专业研究生进行交流,这些都对本书的写作起了重要作用。确实,我们希望学生们能从这本书学到东西。同时,我们也希望本领域内的研究人员能够从本书中找到对他们工作有益的内容。

V. N. Bringi
V. Chandrasekar

致 谢

非常高兴能够得到我们的同事们和同学们的帮助,对此我们表示感谢。对我们的学生们和博士后们(Ji Ran, Yoong-Goog Cho, Gwo-Jong Huang, Hongping Liu, Li Liu, John Hubbert, John Beaver, Steve Bolen, Gang Xu, Konrad Gojara, Max Seminario, A. Al-Zaben, 和 L. Ramaswamy)以许多方式给予的帮助表示我们衷心的感谢。我们的一些同事仔细阅读了多数章节的草稿并且提出了有价值的反馈意见,对此我们非常感谢(Archibald Hendry, Richard Doviak, Eugene Mueller, Anthony Holt, John Hubbert, Richard Strauch, Eugenio Gorgucci, J. Vivekanandan, 和 David Brunkow)。许多同事给我们提供了本书中用到的许多图表原件,对其中每一个图表我们都表示感谢。澳大利亚墨尔本气象研究中心提供了 C-POL 雷达数据和雨滴谱仪数据,这些数据在第 7 章中使用。二维视频的雨滴测量器数据由奥地利格拉茨 Joanneum 研究所提供。在很大程度上激发我们写作此书的重大推动力是 1990 年将 CHILL 雷达搬到了科罗拉多州立大学,该雷达现在通过与国家科学基金的合作协议称作 CSU-CHILL,雷达设备装置一直在使用。作者与该设备(Eugene Mueller 和 David Brunkow)和大气科学系(Steve Rutledge)的紧密关系毫无疑问地使得本书的主题得到了较好的表达。另一个重要的因素来自于国家科学基金(Ron Taylor, 物理气象学项目主管,现已退休)和美国陆军研究室(Walter“Bud” Flood, 已退休,和 Walter Bach)对我们偏振测量雷达研究项目的持续性支持,特别是从 20 世纪 80 年代早期至 90 年代中期这一段时间更是如此。我们感谢这一段时间中持续的支持,这使得我们能在使用 NCAR CP-2 雷达时获得大量令人鼓舞的早期研究结果(与 Thomas Seliga 和 Kultegin Aydin 合作)。作者之一(V. Chandrasekar)还要感谢和 Eugenio Gorgucci 及 Gianfranco Scarchilli 的亲密合作,特别是第 8 章中关于偏振测量降水率算法的部分。最后,两位作者都特别地感谢他们各自的配偶(Sreedevi Bringi 和 Nrimala Chandra)在本书写作期间的支持,同时也特别地感谢他们的父母,因为他们是创作灵感持续的源泉。

目 录

序	
前言	
致谢	
符号	
第 1 章 雷达应用中有用的电磁场概念	(1)
1.1 麦克斯韦方程与电位的回顾	(1)
1.2 介质粒子散射的积分表达式	(4)
1.3 介质球的瑞利散射	(7)
1.4 散射、双基和雷达横截面	(10)
1.5 吸收和衰减截面	(13)
1.6 Clausius-Mosotti 方程和 Maxwell-Garnet 混合公式	(13)
1.7 法拉第定律和非相对论的多普勒频移	(16)
1.8 运动中的介质球:相干和非相干积累	(21)
1.9 平面波入射条件下运动的介质球	(23)
1.10 介质球构成的平板的相干前向散射	(28)
第 2 章 散射矩阵	(32)
2.1 前向散射和后向散射的校正规范	(32)
2.2 互易定理	(35)
2.3 Rayleigh-Gans 近似条件下球和椭球体的散射矩阵	(37)
2.4 Mie 解	(52)
2.5 $k_0 a$ 的幂表示的 Mie 系数:低频近似	(58)
2.6 非球形粒子的数值散射方法	(60)
第 3 章 波、天线和雷达偏振	(62)
3.1 平面波的偏振状态	(62)
3.2 天线辐射和接收的基本概念	(68)
3.3 双偏振天线:线偏振基本理论	(72)
3.4 单个粒子的雷达距离方程:线偏振基本理论	(74)
3.5 变偏振基本理论:线偏振到圆偏振基本理论	(75)
3.6 雷达距离方程:圆偏振状态	(79)
3.7 电压方程的双线性形式	(81)

3.8	偏振综合与偏振特征	(83)
3.9	部分偏振波:相干矩阵和 Stokes 矢量	(88)
3.10	总体平均的 Mueller 矩阵	(91)
3.11	时间平均 Mueller 矩阵和协方差矩阵	(94)
3.12	散射中对称性的含义	(97)
3.13	圆偏振的协方差矩阵	(100)
3.14	线偏振雷达和圆偏振雷达观测之间的关系	(107)
第 4 章	降水媒质中双偏振波的传播	(114)
4.1	相干波传播	(114)
4.2	Oguchi 解	(122)
4.3	含传输矩阵的雷达距离方程:线偏振态	(125)
4.4	含传输矩阵的雷达距离方程:圆偏振态	(131)
4.5	传输修正协方差矩阵	(137)
4.6	考虑传输影响的线偏振与圆偏振雷达观测值之间的关系	(141)
4.7	“混合”偏振条件下的测量	(145)
第 5 章	多普勒雷达信号理论和谱估计	(150)
5.1	信号与系统的回顾	(150)
5.2	来自降水的回波信号	(154)
5.3	回波信号的平均功率	(158)
5.4	相干矩阵测量	(165)
5.5	回波信号的自相关	(167)
5.6	时间间隔、频率间隔相干函数	(173)
5.7	回波信号的采样	(175)
5.8	雷达系统中的噪声	(182)
5.9	回波信号的统计特征	(186)
5.10	平均功率估计	(191)
5.11	多普勒频谱(或功率谱密度)和平均速度的估计	(193)
5.12	回波信号的统计特征和谱估计举例	(202)
第 6 章	双偏振雷达系统和信号处理算法	(206)
6.1	系统概况	(206)
6.2	天线性能特征	(222)
6.3	雷达标定	(233)
6.4	协方差矩阵估计	(240)
6.5	协方差矩阵元素估计的方差	(248)
6.6	比差分相位(K_{dp})的估计	(257)
第 7 章	表征降水的偏振基本理论	(263)
7.1	雨	(264)
7.2	对流性降水	(296)
7.3	层状降水	(324)

7.4	根据 Φ_{dp} 估计雨的衰减和差分衰减	(334)
7.5	水凝物分类	(349)
第 8 章	雷达降水估计	(363)
8.1	基于物理参数降水率估计算法	(363)
8.2	基于物理参数的雨水含量估计算法	(369)
8.3	与利用 Z_h 、 Z_{dr} 和 K_{dp} 的降水率算法有关的误差结构和实际问题	(370)
8.4	降水量估计中的统计方法	(377)
8.5	基于神经网络的雷达降水估计	(382)
8.6	关于雷达降水估计的几点一般性评论	(386)
附录 1	静电学的回顾	(389)
附录 2	电磁场的矢量球谐函数及多极展开式的回顾	(400)
附录 3	T 矩阵法	(404)
附录 4	传输矩阵的解	(407)
附录 5	自相关函数、它们的幅度和相位的方差计算公式及用周期组脉冲模式 估计的公式	(411)
参考文献	(417)

第 1 章 雷达应用中有用的电磁场概念

理解双偏振多普勒天气雷达的信号回波特性有两个基本点:降水粒子引起的电磁波散射和电磁波通过降水媒质的传播。本章从基本原理开始,介绍了许多有用概念给那些从未接触过这些资料的读者,以使他们从中获益。首先从麦克斯韦方程出发,推导出介质粒子散射的积分表达式,并由此引出球体的瑞利散射条件。又以静电学观点讨论麦克斯韦-加内特(MG)混合公式(附录 1 提供了静电学的回顾)。在一个简单的例子中使用法拉第定律来明确地说明双基多普勒频移的由来。本章通过两个或 N 个粒子的情况来阐明波的相干累加和非相干累加这两个重要概念。在定义单个运动球体回波信号的时间相关双基散射横截面后,就自然引出多普勒频谱。此后本章解读了一部简单的多普勒雷达系统的发射和接收特征。本章最后以穿过球形粒子构成的平板的相参波传播问题、降水媒质的有效传播常数的概念和衰减系数的定义结束。

1.1 麦克斯韦方程与电位的回顾

物质内的确定电矢量(\vec{E})和磁矢量(\vec{B})之间关系的麦克斯韦时变方程式可以通过自由空间的介电常数(ϵ_0)、自由空间的磁导率(μ_0)和体偏振密度(\vec{P})写出。这里假设在所考虑的物质内部,自由电荷的体密度为 0、导电率为 0(无欧姆电流),并且磁化体密度也为 0。于是,该物质内部的 \vec{E} 和 \vec{B} 满足:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = -\nabla \cdot \vec{P} \quad (1.1a)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.1b)$$

$\partial \vec{P} / \partial t$ 项称为偏振电流,可被认为像是由外部源维持的,同时 $\epsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t$ 为自由空间位移电流。该物质内的电场 \vec{E} 和 \vec{B} 都为宏观电场,而非“微观”或“局部”电场。物质和自由空间界面边界条件[参看图 1.1 并注意单位法向矢量($\hat{n}_{1,2}$)方向]给出如下:

$$\hat{n}_1 \times \vec{E}_1 + \hat{n}_2 \times \vec{E}_2 = 0; \quad \epsilon_0 (\hat{n}_1 \cdot \vec{E}_1 + \hat{n}_2 \cdot \vec{E}_2) = -\hat{n}_1 \cdot \vec{P}_1 \quad (1.2a)$$

$$\frac{1}{\mu_0} (\hat{n}_1 \times \vec{B}_1 + \hat{n}_2 \times \vec{B}_2) = 0; \quad \hat{n}_1 \cdot \vec{B}_1 + \hat{n}_2 \cdot \vec{B}_2 = 0 \quad (1.2b)$$

电场和磁场矢量的切向分量在界面上连续;磁场矢量的法向分量连续;而电场的法向分量不连续,不连续量等于 $-\hat{n}_1 \cdot \vec{P}_1 / \epsilon_0$ 或 $-\eta_b / \epsilon_0$, 这里 η_b 为束缚电荷的面密度。如果交界面是介

于两种物质之间,并且两侧分别为不同的 \vec{P}_1 和 \vec{P}_2 ,那么就有 $\epsilon_0(\hat{n}_1 \cdot \vec{E}_1 + \hat{n}_2 \cdot \vec{E}_2) = -(\hat{n}_1 \cdot \vec{P}_1 + \hat{n}_2 \cdot \vec{P}_2)$ 。注意:在图 1.1 中,自由空间的 \vec{P}_2 取作零值。

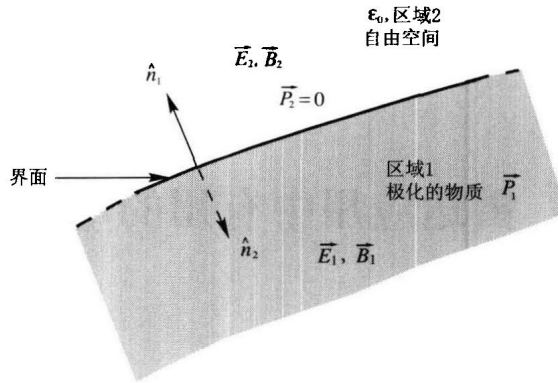


图 1.1 偏振物质(区域 1)和自由空间(区域 2)的边界, 相对于相应的区域而言单位法向量指向“外部”

当维持物质(或粒子)内部偏振电流的外部源(例如,天线辐射)的时间变化规律以一个固定的角频率(ω)按正弦恒稳态变化时,麦克斯韦方程式(1.1)可通过下列定义变换:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}[\vec{E}^c(\vec{r})e^{j\omega t}] \quad (1.3a)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \text{Re}[\vec{B}^c(\vec{r})e^{j\omega t}] \quad (1.3b)$$

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \text{Re}[\vec{P}^c(\vec{r})e^{j\omega t}] \quad (1.3c)$$

其中 $\vec{E}^c(\vec{r})$, $\vec{B}^c(\vec{r})$ 和 $\vec{P}^c(\vec{r})$ 为矢量向量或复矢量。将式(1.3)代入式(1.1)得到:

$$\nabla \times \vec{E}^c = -j\omega \vec{B}^c; \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}^c = -\nabla \cdot \vec{P}^c \quad (1.4a)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B}^c = j\omega \vec{P}^c + j\omega \epsilon_0 \vec{E}^c; \nabla \cdot \vec{B}^c = 0 \quad (1.4b)$$

式(1.2)中的边界条件不需要任何改变依然有效,要做的只是用复数矢量替换由实数表示的瞬时矢量值。注意:

$$\vec{E}^c(\vec{r}) = \vec{E}_{\text{real}}^c + j\vec{E}_{\text{im}}^c \quad (1.5a)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}[\vec{E}^c(\vec{r})e^{j\omega t}] \quad (1.5b)$$

今后,上标 c 当仅考虑正弦恒稳态时将略去。对线性物质而言,如同在附录 1 中讨论的一样,定义了复相对介电常数($\epsilon_r = \epsilon'_r - j\epsilon''_r$),这里在媒质中 $\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E}$ 。

1.1.1 矢量赫尔姆霍茨方程

通过对式(1.4a)中的 \vec{E} 求旋度导出 \vec{E} 的矢量赫尔姆霍茨方程为:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -j\omega \nabla \times \vec{B} \quad (1.6a)$$

$$= -j\omega \mu_0 (j\omega \vec{P} + j\omega \epsilon_0 \vec{E}) \quad (1.6b)$$

$$= \omega^2 \mu_0 \vec{P} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.6c)$$

$$= \omega^2 \mu_0 \vec{P} + k_0^2 \vec{E} \quad (1.6d)$$

因此, \vec{E} 的非齐次矢量赫尔姆霍茨方程为:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - k_0^2 \vec{E} = \omega^2 \mu_0 \vec{P} \quad (1.7a)$$

同样 \vec{B} 的类似方程为:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} - k_0^2 \vec{B} = j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{P} \quad (1.7b)$$

其中 $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 为自由空间的波数。这里, \vec{E} 和 \vec{B} 为物质内部总的电场和磁场, 并且 \vec{P} 由外部源维持。本文中的偏振体密度或偏振电流可以被看成式(1.7a, 1.7b)中的感应“源”。如果在物质内使用线性关系 $\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E}$, 那么 \vec{E} 和 \vec{B} 就满足更常见的齐次矢量赫尔姆霍茨方程:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - k^2 \vec{E} = 0 \quad (1.8a)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} - k^2 \vec{B} = 0 \quad (1.8b)$$

其中 $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0} = k_0 \sqrt{\epsilon_r}$ 为物质的复波数。

1.1.2 标量、矢量和赫兹电位

电磁(\vec{E} , \vec{B})场可以用更加简单的位函数(φ , \vec{A})表示, 这里 $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ 并且 $\vec{E} = -\nabla \varphi - j\omega \vec{A}$ 。这些都是从 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ 和 $\nabla \times \vec{E} + j\omega \vec{B} = 0$ 这两个麦克斯韦方程得到的。函数 φ 称为电位标量, 并且当 $\omega = 0$ 时就变成静电电位。函数 \vec{A} 称为磁位矢量。同时这两种电位必须满足以下两个麦克斯韦方程:

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = -\nabla \cdot \vec{P} \quad (1.9a)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B} = j\omega \vec{P} + j\omega \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.9b)$$

用电位 φ 和 \vec{A} 替代 \vec{B} 和 \vec{E} 得到:

$$\nabla^2 \varphi + j\omega \nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \cdot \vec{P} \quad (1.10a)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = j\omega \mu_0 \vec{P} - j\omega \mu_0 \epsilon_0 \nabla \varphi + k_0^2 \vec{A} \quad (1.10b)$$

由于 $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$,

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = j\omega \mu_0 \vec{P} - j\omega \epsilon_0 \mu_0 \nabla \varphi + k_0^2 \vec{A} \quad (1.11)$$

尽管仅仅定义磁位矢量的旋度等于 \vec{B} , 但是磁位矢量并不是唯一的。其散度可以被指定为任何适宜的值, 特别在使用洛伦兹规范条件下, 即 $\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega \epsilon_0 \mu_0 \varphi$, 则(1.10a, 1.10b)式变为:

$$(\nabla^2 + k_0^2) \varphi = \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \cdot \vec{P} \quad (1.12a)$$

$$(\nabla^2 + k_0^2) \vec{A} = -j\omega \mu_0 \vec{P} \quad (1.12b)$$

上式为位函数(φ , \vec{A})的(非齐次)赫尔姆霍茨方程, 从中可以导出 \vec{E} 和 \vec{B} 。实际上, \vec{E} 和 \vec{B} 可以利用洛伦兹规范关系式单独从 \vec{A} 中导出:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.13a)$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi - j\omega \vec{A} \quad (1.13b)$$

$$= \frac{-j}{\omega \epsilon_0 \mu_0} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - j\omega \vec{A} \quad (1.13c)$$

为方便起见, 定义电赫兹矢量 $\vec{\Pi} = \vec{A} / j\omega \mu_0 \epsilon_0$, 从而 $\vec{\Pi}$ 满足:

$$(\nabla^2 + k_0^2) \vec{\Pi} = \frac{-\vec{P}}{\epsilon_0} \quad (1.14)$$

(\vec{E} , \vec{B})也可从 $\vec{\Pi}$ 推导如下:

$$\vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{\Pi}) + k_0^2 \vec{\Pi} \quad (1.15a)$$

$$= \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi} + (\nabla^2 + k_0^2) \vec{\Pi} \quad (1.15b)$$

$$= \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} \quad (1.15c)$$

$$\vec{B} = j\omega\mu_0\epsilon_0 \nabla \times \vec{\Pi} \quad (1.15d)$$

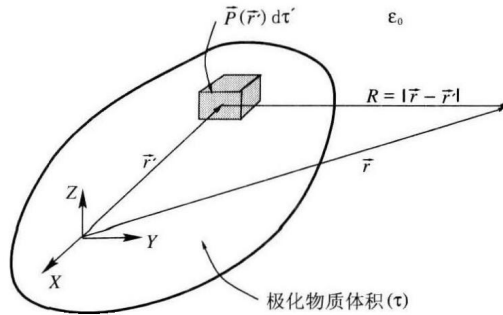


图 1.2 只在偏振物质体积(τ)内部定义的连续的体偏振密度 $\vec{P}(\vec{r}')$

参见图 1.2, 式(1.14)的特解(PI)为:

$$\vec{\Pi}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\tau} \vec{P}(\vec{r}') \frac{e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\tau' \quad (1.16)$$

其中

$$G_0(\vec{r}/\vec{r}') = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (1.17)$$

为自由空间标量赫尔姆霍茨方程的格林函数。请注意: $\vec{\Pi}$ 除了在无限大圆球面上须满足辐射条件外并不满足任何其他边界条件(因为它是一个特解)。该辐射条件意味着在远距离(R)上 $\vec{\Pi}$ 一定是呈现向外传播球面波的形式, 即为 $\exp(-jk_0R)/R$ (相应的时间关系项为 $\exp(j\omega t)$), 这里 $R = |\vec{r} - \vec{r}'|$ 。我们可以认为式(1.16)类似于(A1.5)中给出的静电位的静电场特解, 在此两种情况下 \vec{P} 仍然都由还未确定的外部源维持。当观测点 \vec{r} 在偏振物质体积(τ)之外并处于真空中时(图 1.2), 因为在自由空间中 \vec{P} 为 0, 式(1.15c)中的电场 $\vec{E}(\vec{r})$ 可给出为 $\nabla \times \nabla \times \vec{\Pi}(\vec{r})$ 。

1.2 介质粒子散射的积分表达式

现在考虑一个介质粒子被放置在已知的人射电场(\vec{E}^i)中的情形, 如图 1.3a 所示。如同在附录 1 中讨论的一样, \vec{E}^i 受到了介质粒子的扰动。附录 1 中用来描述静电场条件下的术语扰动电场(\vec{E}^p), 现在称为散射场(\vec{E}^s)。图 1.3b 表示出散射电场的“源”为未知时的粒子内部的体偏振密度(\vec{P})。在粒子内部, \vec{E}^s 满足 $\nabla \times \nabla \times \vec{E}^s - k_0^2 \vec{E}^s = \omega^2 \mu_0 \vec{P}$, 因此 \vec{E}^s 也可从电赫兹矢量 $\vec{\Pi}$ 导出。由于在粒子内部 $\vec{\Pi}$ 满足 $(\nabla^2 + k_0^2) \vec{\Pi} = -\vec{P}/\epsilon_0$, 其主积分解法由式(1.16)给出, 而粒子外部的 \vec{E}^s 给出如下:

$$\vec{E}^s(\vec{r}) = \nabla \times \nabla \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\tau} \frac{\vec{P}(\vec{r}') e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\tau' \quad (1.18a)$$

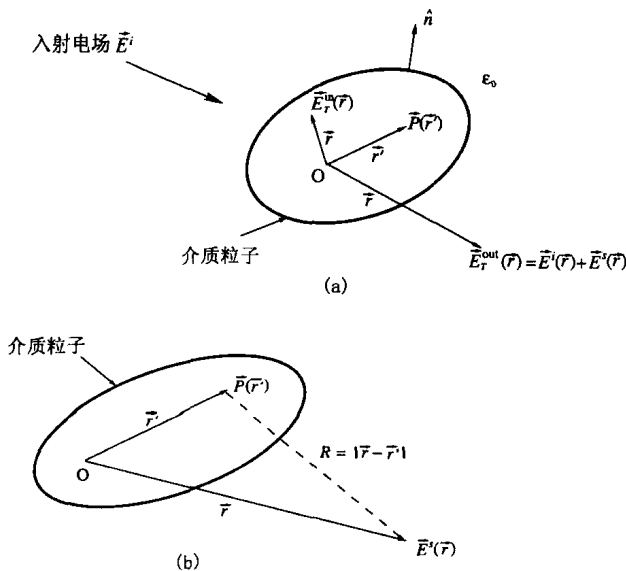


图 1.3 (a)入射电场 \vec{E}^i 中的介质粒子。粒子得到偏振 \vec{P} 并产生指向粒子外部的散射电场分量 \vec{E}^s ，粒子内部的总电场为 \vec{E}_T^{in} 。(b)图中显示出散射电场 \vec{E}^s 的“源”是粒子内部偏振 \vec{P} 的体密度

利用事实 $\vec{P}(\vec{r}') = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}')$ ，这里 \vec{E}_T^{in} 为粒子内的总电场，就可得到一个以体积分表示的粒子外部散射电场的积分表达式 $\vec{E}^s(\vec{r})$ ：

$$\vec{E}^s(\vec{r}) = \nabla \times \nabla \times \frac{1}{4\pi r} \int_V (\epsilon_r - 1) \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \frac{e^{-jk_0 R}}{R} d\tau' \quad (1.18b)$$

其中 $R = |\vec{r} - \vec{r}'|$ ，可以与式(A1.14b)中静电场表达式 \vec{E}^P 相比较。对均质粒子而言， $(\epsilon_r - 1)$ 项可以移到积分号的外面。

当 $r \gg r'$ 时，同时考虑到 \vec{r}' 确定了在粒子内部的微分体积元 $(d\tau')$ ， $\vec{E}^s(\vec{r})$ 的远场积分表达式可以按下述方法导出。首先，注意到双重旋度算子 $[\nabla \times \nabla \times (\dots)]$ 仅作用在 $\vec{r} \equiv (x, y, z)$ 上，于是可移到(1.18b)式中积分的内部，这样，

$$\nabla \times \left[\vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \right] = \nabla \left(\frac{-e^{-jk_0 R}}{R} \right) \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \quad (1.19a)$$

$$= \left[\frac{1}{R} \nabla(e^{-jk_0 R}) + e^{-jk_0 R} \nabla \left(\frac{1}{R} \right) \right] \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \quad (1.19b)$$

$$= \left[\frac{-jk_0 e^{-jk_0 R} \nabla(R)}{R} + \frac{e^{-jk_0 R} (-\hat{R})}{R^2} \right] \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \quad (1.19c)$$

$$= \frac{-jk_0 (e^{-jk_0 R}) \hat{R}}{R} \left(1 + \frac{1}{jk_0 R} \right) \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \quad (1.19d)$$

由于 $r \gg r'$ 并且 $R = |\vec{r} - \vec{r}'|$ ，因此与式(1.19d)中的 1 相比， $|1/jk_0 R|$ 项可以忽略，且当 \hat{R} 平行 \hat{r} 时(图 1.4)， $(1/R)$ 项可以近似为 $(1/r)$ 。因此，式(1.19d)简化为

$$\nabla \times \left[\vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \right] \approx \frac{(-jk_0)}{r} e^{-jk_0 R} \hat{r} \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \quad (1.20)$$

类似地，

$$\nabla \times \nabla \times \left[\vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \right] \approx \frac{(-jk_0)(-jk_0)}{r} e^{-jk_0 R} \hat{r} \times \hat{r} \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \quad (1.21a)$$

$$= \frac{-k_0^2}{r} e^{-jk_0 R} \hat{r} \times \hat{r}' \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') \quad (1.21b)$$

将式(1.21b)代入式(1.18b):

$$\vec{E}^S(\vec{r}) = \frac{-k_0^2(\epsilon_r - 1)}{4\pi} \left(\frac{1}{r}\right) \int_{\tau} e^{-jk_0 R} \hat{r} \times \hat{r}' \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') d\tau' \quad (1.22)$$

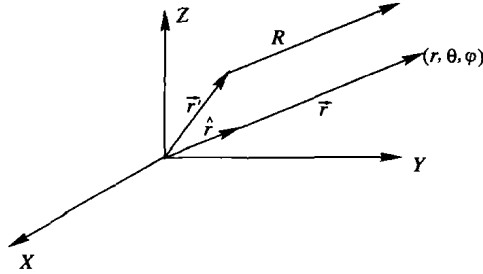


图 1.4 远场 R 的近似解, $R \approx r - \vec{r}' \cdot \hat{r}$

最终远场近似解是指数项 $\exp(-jk_0 R) = \cos(k_0 R) - j\sin(k_0 R)$, 其中 $R \approx r - \vec{r}' \cdot \hat{r}$ (图 1.4)。因为 $\theta = k_0 R \approx k_0 r - k_0 \vec{r}' \cdot \hat{r}$, 而该值介于 $0 \sim 2\pi$ 之间, 所以在指数项中不允许有 $R \approx r$ 这样的近似。由于 k_0 为自由空间的波数 ($k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$, 这里 λ 为波长而 c 为自由空间中的光速), 所以如果 \vec{r}' 的最大变化范围即使只相当于 λ 的一小部分, 修正项 $k_0 \vec{r}' \cdot \hat{r} = \vec{r}' \cdot \hat{r} (2\pi/\lambda)$ 也很重要。由于 \vec{r}' 为积分变量且覆盖粒子内所有微分体积元, 所以 \vec{r}' 的最大变化范围与粒子的最大尺度为同一量级。采用此最终近似, 式(1.22)简化为:

$$\vec{E}^S(\vec{r}) = \frac{k_0^2}{4\pi} (\epsilon_r - 1) \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \int_{\tau} [\vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') - \hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{E}_T^{\text{in}})] e^{jk_0 \vec{r}' \cdot \hat{r}} d\tau' \quad (1.23)$$

其中使用到矢量恒等式 $\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$, 且 $\vec{a} \equiv \hat{r}$, $\vec{b} \equiv \hat{r}'$ 和 $\vec{c} \equiv \vec{E}_T^{\text{in}}$ 。远场矢量散射幅度 (\vec{f}) 定义为

$$\vec{E}^S = \vec{f} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \quad (1.24a)$$

$$\vec{f} = \frac{k_0^2(\epsilon_r - 1)}{4\pi} \int_{\tau} [\vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') - \hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{E}_T^{\text{in}})] e^{jk_0 \vec{r}' \cdot \hat{r}} d\tau' \quad (1.24b)$$

其中 $\vec{f} \equiv \vec{f}(\theta, \varphi)$, 球坐标 (θ, φ) 为 \vec{r} 的方向(图 1.4), 即散射的方向。由式(1.15d)可得散射磁矢量 \vec{B}^S 为

$$\vec{B}^S = j\omega\epsilon_0\mu_0 \nabla \times \vec{\Pi} \quad (1.25a)$$

$$= j\omega\epsilon_0\mu_0 \nabla \times \frac{1}{4\pi} \int_{\tau} \frac{(\epsilon_r - 1)\vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') e^{-jk_0 R}}{R} d\tau' \quad (1.25b)$$

利用远场近似值得到:

$$\vec{H}^S = \frac{\vec{B}^S}{\mu_0} = j\omega\epsilon_0(-jk_0)(\epsilon_r - 1) \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \int_{\tau} \hat{r}' \times \vec{E}_T^{\text{in}}(\vec{r}') e^{jk_0 \vec{r}' \cdot \hat{r}} d\tau' \quad (1.26)$$

其中 \vec{H}^S 为远场磁场强度矢量。利用 $k_0 = \omega/c, c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$ 两个等式且定义自由空间的阻抗为 $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$, 则 \vec{E}^S 和 \vec{H}^S 之间的远场关系就简化为简单形式:

$$\vec{E}^S = Z_0(\vec{H}^S \times \hat{r}); \vec{H}^S = Z_0^{-1}(\hat{r} \times \vec{E}^S) \quad (1.27)$$

从式(1.23)和式(1.26)可以容易地看出有 $\hat{r} \cdot \vec{E}^S = \hat{r} \cdot \vec{H}^S = 0$; 因此远场电场和磁场矢量的径向分量为 0。由于 $\vec{E}^S = \vec{f}(\theta, \varphi) \exp(-jk_0 r)/r$, 得: