應用光學与光學設計

下　册

甘曉天　袁昌　許全等編

內部教材

北京工业学院

1962.12

目　　录

第三部分　光学系統設計

第十章　光路計算

第十一章　望远系統

第十二章　望远物鏡和目鏡的設計

第十三章　反射和折反射望远鏡

第十四章 放大鏡和显微鏡

第十五章 照相物鏡

第十六章 光譜仪器

第十七章 非球面及其在光学系統中的应用

第十八章　光学零件的技术条件

附录Ⅰ　双胶物鏡設計图表

附录Ⅱ　玻璃目录表

第十章　光路計算

§84　光路計算的目的和方法

实际光学系統的成象不可能合乎理想，也就是說有象差存在。为鉴定光学系統的成象质量，必須知道实际光綫通过光学系統后的分布情况。光路計算的目的就是利用計算的方法，确定实际光綫在光学系統中，和通过光学系統后的位置，实际光綫通过光学系統之后和理想象点間的差异就是象差，根据象差的大小即能鉴定光学系統的成象质量好坏。

光路計算目前在光学設計中占有重要的地位，光学設計中絕大部分工作量是进行光路計算。因为目前在光学設計中尙无法根据代数求解的方法确定出光学系統最后的結构参数（曲率半径、間隔和折射率）。必須依靠光路計算才能确定出实际光学系統的成象质量，然后利用逐次修改的方法，达到完善的結果。但是任何一个参数改变以后，都必須重新进行光路計算。

光路計算目前多数应用对数表或計算机进行，在大多数情况下使用五位对数就能滿足要求，但是当計算无焦距光学系統（高倍率望远鏡物鏡，天文物鏡）或大口径的光学系統（高倍率的显微鏡物鏡），最好使用六位对数表，当焦距在一米以上时，应該使用七位对数表。为了及时发现計算中的錯誤，避免大量返工，在計算的同时往往用驗算公式进行驗算，或由二人同时計算进行校对。近年来由于計算技术的发展，各国均开始采用电子計算机进行光学設計，这样不仅可以节省很多的工作量，而且能加快光学設計的速度。

光路的三角計算公式，各国所采用的虽說有一些不同，但是从計算速度上来讲，并沒有很大的差别。无論是計算公式或計算工具都还有可以改进的地方。下面我們介紹苏联計算常用的一些計算公式。

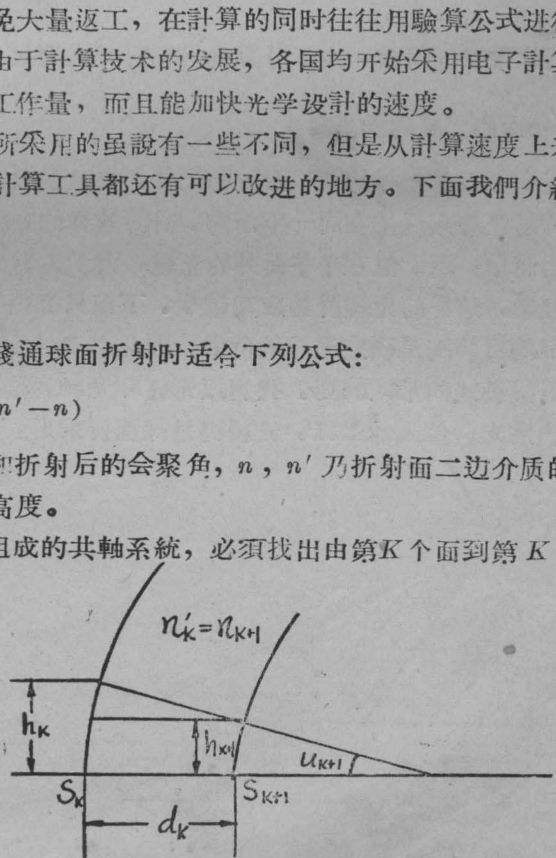
§85　近軸光綫的計算公式

近軸光学中曾經談到近軸光綫通球面折射时适合下列公式：

$$n'u'-nu=\frac{h}{R}(n'-n)$$

式中 u，u' 乃光綫在折射前和折射后的会聚角，n，n' 乃折射面二边介质的折射率，R 为球面半径，h 乃光綫投射点的高度。

为了計算由任意个折射球面組成的共軸系統，必須找出由第K个面到第 $K+1$ 个面的过渡公式，显然下面的关系成立：



图（136）

$$n'_K u'_K = n_{K+1} u_{K+1}, \qquad n'_K = n_{K+1}$$

对于第K个折射面可以写出:

$$n_{K+1} u_{K+1} - n_K u_K = \frac{h_K}{R_K}(n_{K+1} - n_K) \qquad (1)$$

由图(136)得到:

$$h_{K+1} = h_K - d_K \cdot u_{K+1} \qquad (2)$$

重复应用上面公式可由給定的h_1、u_1求得最后折射面的h_K；$u'_K = u_{K+1}$。为了求出光綫和光軸的交点到球面頂点的距离可应用下列公式:

$$S'_{OK} = \frac{h_K}{u_{K+1}}$$

当光綫平行光軸入射时$u_1 = 0$，至于入射高h_1，根据近軸光綫成象的性质，无論h采取任何值，不会影响到出射光綫和光軸交点的位置，因此，可以任意选定，为了便于和实际边緣光綫进行比較，一般采用边緣光綫的入射高。平行光綫通过系統后和光軸相交，交点即为系統的象方焦点，对应的焦距由下式計算:

$$f'_0 = \frac{h_1}{u_{K+1}}$$

設光綫通过光軸上一点A，A点和第一个折射球面的頂点距离为S_1，光綫和光軸間的夹角为u_1，則入射高h_1，显然可由下式計算:

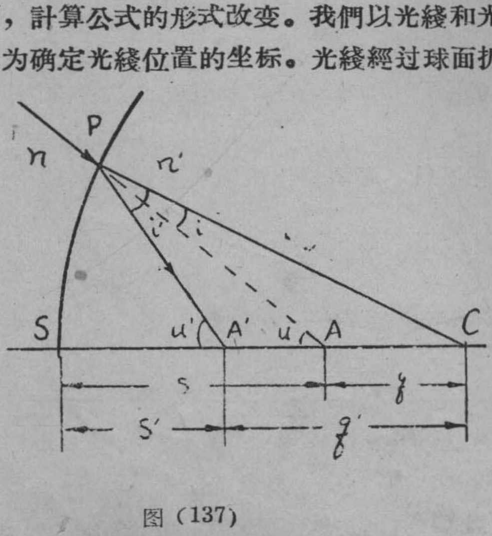
$$h_1 = S_1 \cdot u_1$$

u_1同样可以采取任何值，实际計算表格和計算实例如表(一)所示。

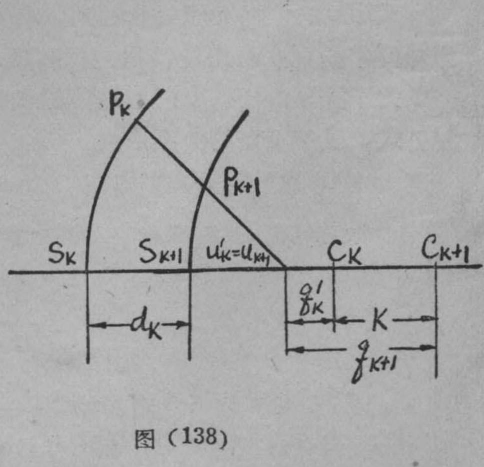
§86 子午面內光綫的計算公式

位在通过共軸系統光軸的截平面內的光綫，也就是說子午面內的光綫，由于共軸系統的对称性，其折射光綫永远位在同一平面內。計算这样的光綫，只是一个平面几何和三角的問題，因而較为簡单，至于位在子午面外的光綫，由于入射和折射光綫不位在同一平面內，計算上便比較复杂，这样的光綫計算应用較少。下面只介紹子午面內光路的計算公式。

光路計算的目的旣是确定光綫的位置，因此必須首先选择确定光綫位置的坐标，选择的坐标不同，計算公式的形式改变。我們以光綫和光軸的交点到球心的距离q及光綫和光軸的交角u作为确定光綫位置的坐标。光綫經过球面折射后，相应的折射光綫位置，系用q'和u'确定。



图(137)



图(138)

在图(137)中设OO_1为共軸系統的光軸，PA为入射光綫；C为折射球面的球心；球面半径$SC=R$；$AC=q$。

由△APC得到：

$$\sin i=\frac{AC}{PC}\sin u=\frac{q}{R}\sin u \qquad (1)$$

按照折射定律：

$$\sin i'=\frac{n}{n'}\sin i \qquad (2)$$

u'乃△$A'PA$的外角，故有：

$$u'=u+i'-i \qquad (3)$$

由△$A'PC$得到：

$$q'=\frac{R\sin i'}{\sin u'} \qquad (4)$$

依次应用以上四个公式，即可由入射光綫的q、u計算出折射光綫的q'、u'。

为計算光綫通过整个共軸系統的光路，尙須由第K个面的q'_K、u'_K，求出第$K+1$个面的q_{K+1}、u_{K+1}，由图(138)得到：

$$q_{K+1}=q'_K+K$$
$$K=R_{K+1}+d_K-R_K$$
$$u_{K+1}=u'_K$$

至于第一个折射面的q_1，如給出光綫和光軸交点到球面頂点的距离S_1，則由图(137)得到：

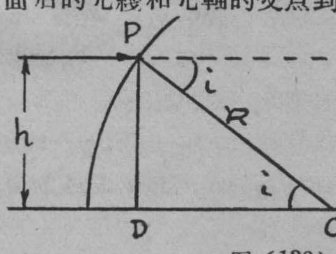
$$q_1=R_1-S_1$$

同理，如果求得了q'_K，則由下式即可求得經过第K面后的光綫和光軸的交点到球面頂点的距离S'_K，即：

$$S'_K=R_K-q'_K$$

如果光綫平行于光軸入射，則$q=\infty$，$u=0$，上面公式无法应用。假定平行光綫的入射高为h，由图(139)中△PCD得到：

$$\sin i=-\frac{h}{R}$$



图(139)

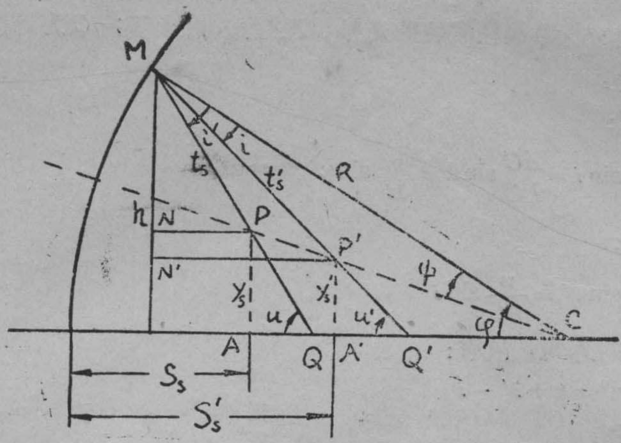
利用上面公式即可計算出任意給定的光綫通过共軸系統后的位置。适合于对数計算的上面公式的排列表格，及計算实例如表(二)所示。

§87 細光束象散的計算

在单色象差一章中我們已經导出了細光束象散的計算式，但是上述公式在应用时不太方便，下面我們导出另一种公式。

一) 弧矢光束

在图(140)中，設OM为折射球面，C为球心；MQ和MQ'乃入射和折射細光束的主光綫；P，P'乃細光束的弧矢光綫焦点，它們与C位在同一直綫上。P，P'点的位置由坐标S_S，Y_S；和S'_S，Y'_S确定。图中$MP=t_S$，$MP'=t'_S$；$\psi=\overset{\frown}{PCM}$；$M$至光軸的距离等于$h$。



图（140）

从图（140）得到:

$$t_s=\frac{PC\cdot\sin\psi}{\sin i};\qquad t'_s=\frac{P'C\cdot\sin\psi}{\sin i'}\tag{1}$$

由△APC，△$A'P'C$得到:

$$\left.\begin{array}{l}PC=y_s\operatorname{cosec}(\varphi-\psi)\\ P'C=y'_s\operatorname{cosec}(\varphi-\psi)\end{array}\right\}\tag{2}$$

由△MPN和△$MP'N'$得到:

$$\left.\begin{array}{l}h-y_s=t_s\cdot\sin u\\ h-y'_s=t'_s\cdot\sin u'\end{array}\right\}\tag{3}$$

应用前面两組公式求出 t_s 和 t'_s 代入上式，相除，则得:

$$\frac{h-y_s}{h-y'_s}=\frac{y_s\cdot\sin u\cdot\sin i'}{y'_s\cdot\sin u'\cdot\sin i}$$

按照折射定律将上式写作:

$$(h-y_s)n'y'_s\cdot\sin u'=(h-y'_s)ny_s\cdot\sin u$$

用乘积 $hnn'y_sy'_s\sin u\sin u'$ 除其两边得到:

$$\frac{1}{n'y'_s\sin u'}-\frac{1}{ny_s\sin u}=\frac{n'\sin u'-n\sin u}{hnn'\sin u\sin u'}$$

注意到 $u=\varphi+i$ 和 $u'=\varphi+i'$，则有:

$$\begin{aligned}&n'\sin u'-n\sin u\\&=n'\sin(\varphi+i')-n\sin(\varphi+i)\\&=n'\sin\varphi\cos i'+n'\cos\varphi\sin i'-n\sin\varphi\cos i-n\cos\varphi\sin i\\&=(n'\cos i'-n\cos i)\sin\varphi\end{aligned}$$

因为 $h=R\sin\varphi$，于是得到:

$$\frac{1}{n'y'_s\sin u'}-\frac{1}{ny_s\sin u}=-\frac{n'\cos i\ -n\cos i}{Rnn'\sin u\cdot\sin u'}$$

注意到 $$n'\cos i-n\cos i=\frac{n\sin(i-i')}{\sin i'}=-\frac{n\sin(i'-i)}{\sin i'}$$

则上式变为:

$$\frac{1}{n' y'_S \sin u'} - \frac{1}{n y_S \sin u} = \frac{\sin(i' - i)}{R n' \sin i' \sin u \sin u'}$$

设 $$\frac{\sin(i' - i)}{R n' \sin i' \cdot \sin u \cdot \sin u'} = P$$

则对于第 k 个折射面有:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{n'_K y'_{SK} \sin u'_K} - \frac{1}{n_K y_{SK} \sin u_K} = P_K \\ &P_K = \frac{\sin(i'_K - i_K)}{R_K n'_K \sin i'_K \cdot \sin u_K \cdot \sin u'_K} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

如果系統中包括 p 个折射面时，则从第一个面到第 p 个面可依次写出:

$$\frac{1}{n'_1 y'_{S1} \sin u'_1} - \frac{1}{n_1 y_{S1} \sin u_1} = P_1$$

$$\frac{1}{n'_2 y'_{S2} \sin u'_2} - \frac{1}{n_2 y_{S2} \sin u_2} = P_2$$

…………

$$\frac{1}{n'_P y'_{SP} \sin u'_P} - \frac{1}{n_P y_{SP} \sin u_P} = P_P$$

对于任一个折射面均有:

$$n'_K = n_{K+1}; \quad y'_K = y_{K+1}; \quad u'_K = u_{K+1}$$

因而，将上列方程相加得到:

$$\frac{1}{n'_P y'_{SP} \sin u'_P} - \frac{1}{n_1 y_{S1} \sin u_1} = \sum_{h=1}^{h=p} P_K$$

$$P_K = \frac{\sin(i'_K - i_K)}{R_K n'_K \sin i'_K \sin u_K \sin u'_K}$$

$$= \frac{(n_K - n'_K) \cos \frac{1}{2}(i'_K - i_K)}{n_K \cdot n'_K R_K \cos \frac{1}{2}(i'_K + i_K) \sin u_K \sin u'_K}$$

设 $$P_0 = \frac{1}{n_1 y_{S1} \sin u_1}$$

从第一式得到:

$$\frac{1}{n'_P y'_{SP} \sin u'_P} = P_0 + \sum_{h=1}^{h=p} P_K$$

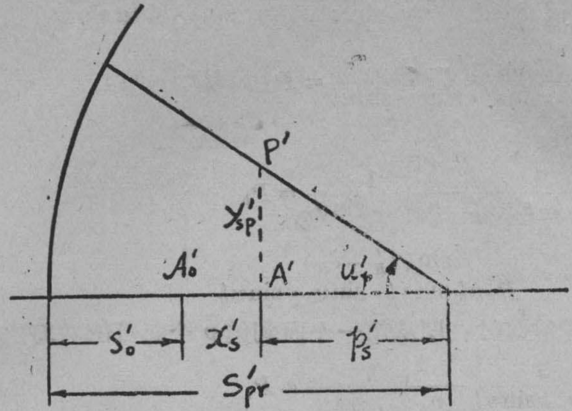
$$y'_{SP} = \frac{1}{\left(P_0 + \sum_{h=1}^{h=p} P_K\right) \sin u'_P}; \qquad n'_P = 1$$

由图(141)，有:

$$p'_S = \frac{y'_{SP}}{\tan u'_P}$$

$$x'_S = (S'_{Pr} - S'_0) - p'_S =$$

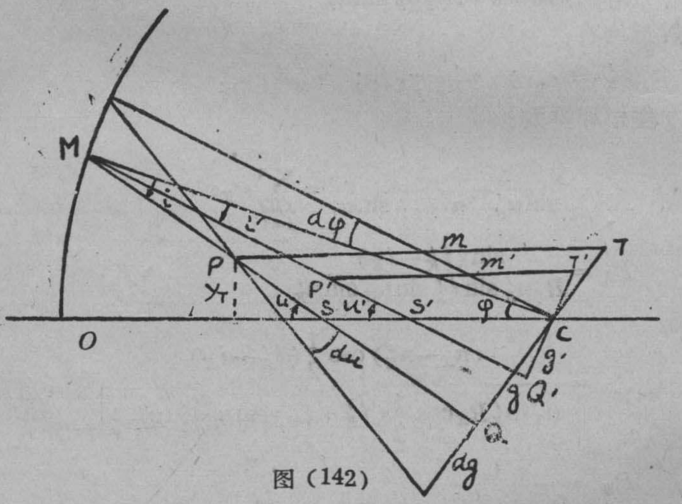
$$=(S'_{Pr}-S'_0)-\frac{y'_{sP}}{\tan u'_P}$$



图（141）

二）子午光束

在图(142)中：MS、MS' 乃入射和折射細光束的主光綫，C 为球面中心。从C点做細主光綫的垂綫CQ和CQ'；并从折射前和折射后的子午光綫的焦点P、P'直綫PT和$P'T'$平行于光軸。



图（142）

设 $PT=m$，$P'T'=m'$，$CQ=g$，$CQ'=g'$。同时用R表示折射面的半径，i 和 i' 表示入射和折射角，则得到：

$$g=R\sin i;\qquad g'=R\cdot\sin i'$$

用n乘第一式，n'乘第二式，然后应用折射定律得到：

$$ng=n'g'$$

因而：
$$ndg=n'dg'$$

从上面两式得到：

$$\frac{g}{dg}=\frac{g'}{dg'}$$

用$d\varphi$乘上式两边，并利用关系式：

$$d\varphi=du-di=du'-di'$$

得到:

$$\frac{gdu}{dg}-\frac{gdi}{dg}=\frac{g'du'}{dg'}-\frac{g'di'}{dg'} \qquad (1)$$

如果用S和S'表示綫段OS和OS'的长度，则从图（142）得到:

$$CQ=g=(R-S)\sin u=q\sin u$$

$$CQ'=g'=(R-S')\sin u'=q'\sin u'$$

此外:

$$\frac{dg}{du}=PQ=m\cdot\cos u$$

$$\frac{dg'}{du'}=P'Q'=m'\cos u'$$

将上面关系代入公式(1)得到:

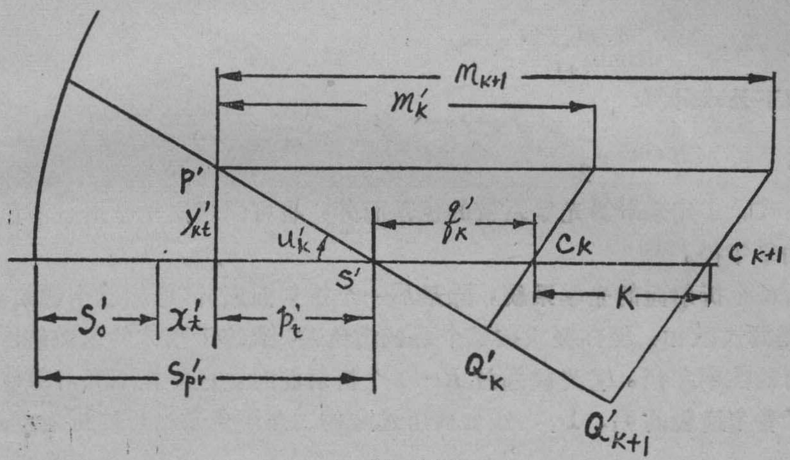
$$\frac{q\sin u}{m\cos u}-\tan i=\frac{q'\sin u'}{m'\cos u'}-\tan i'$$

如果m已知，则可利用上式計算m'，对于第k个折射面可以写出:

$$m'_K=\frac{q'_K\cdot\tan u'_K}{\frac{q_K\cdot\tan u_K}{m_K}+\frac{\sin(i'_K-i_K)}{\cos i_K\cdot\cos i'_K}}$$

从第k个表面过渡到第$k+1$个表面时:

$$m_{K+1}=m'_K+K$$



图（143）

另外，从图形得到:

$$P'S'=m'_K\cos u'_K-q'_K\cos u'_K$$
$$=(m'_K-q'_K)\cos u'_K$$

$$y'_{Kt}=P'S'\cdot\sin u'_K$$
$$=(m'_K-q'_K)\cos u'_K\cdot\sin u'_K$$

$$p'_t=\frac{y'_t}{\tan u'_K}$$

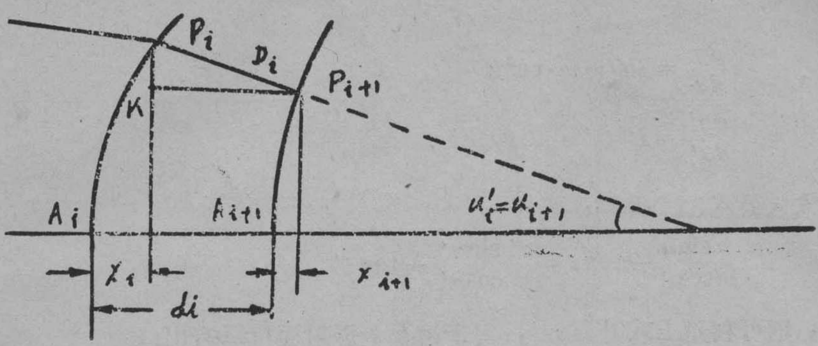
$$x'_t=(S'_{pr}-S'_0)-q'_t$$

§88 波色差計算

在色差中我們得出利用光程差表示的色差公式:

$$W_{FC}=\Sigma(d-D)\delta n$$

为計算以上色差値,只須求出光綫在各个透鏡中的傾斜厚度D,則很容易就能求得W_{FC}。以下我們导出計算D的公式。



图(144)

由图(144):

$$D_i=\frac{KP_{i+1}}{\cos u_{i+1}}$$

式中$KP_{i+1}=d_i+x_{i+1}-x_i$，代入上式得到:

$$D_i=\frac{d_i+x_{i+1}-x_i}{\cos u_{i+1}}$$

其中x按以下公式計算:

$$x=2R\sin\frac{u'-i'}{2}$$

以上色差公式除了用来計算光学系統的色差而外，也可以根据光学系統消色差的要求，找出最后一个曲率半径。

设一个包括K个折射面的光学系統，除最后一个折射面以外,已經逐个透鏡計算了$(d_i-D_i)\delta n_i$，并求得其代数和，现在要求按整个系統消色差，或等于預定的色差値W_{FC}，来求出最后一个折射面的曲率半径。若光綫通过$K-1$个折射面时，已經用三角計算确定了光綫的位置。并知道了各个透鏡的d_i、D_i，然后利用选定的二条消色差譜綫的折射率差δn_i代入公式:

$$W_{FC}=\Sigma(d_i-D_i)\delta n_i+(d_{K-1}-D_{K-1})\delta n_{K-1}{}^{\#}$$

如图(145),式中$(d_{K-1}-D_{K-1})\delta n_{K-1}$为系統最后一个透鏡的色差,在上式中除$D_{K-1}$外，均为已知，求解得:

$$D_{K-1}=d_{K-1}+\frac{\Sigma(d_i-D_i)\delta n_i-W_{FC}}{\delta n_{K-1}}$$

由上式求得D_{K-1}后，根据图(145)存在下列公式:

$$X_K=D_{K-1}\cdot\cos u'_{K-1}+X_{K-1}-d$$

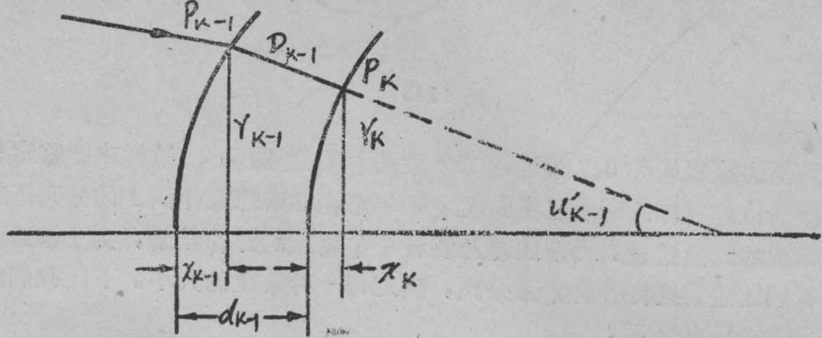
$$Y_{K-1}=R_{K-1}\sin(u'-i')_{K-1}$$

$$Y_K = Y_{K-1} - D\sin u'_{K-1}$$

根据以上公式求得X_K和Y_K即可按下式求出最后折射面的半径

$$R_K = \frac{X_K^2}{2X_K} + \frac{1}{2}X_K$$

求得R_K以后，可以将光綫继續算过第K个面，求得全系統的W'_{FC}，和原来要求的W_{FC}相比較，可以检驗計算結果的正确性。



图（145）

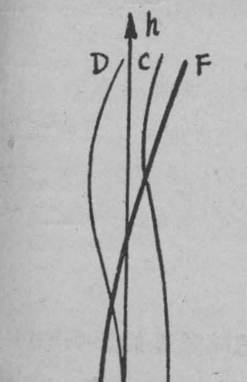
§89 象差的曲綫表示：

为了鉴定光学系統的成象质量，通常把由光路計算得到的結果作成象差曲綫，計算的光綫愈多对于系統的成象质量我們就了解得愈清楚，下面我們就把通常所作的象差曲綫分别介紹如下。

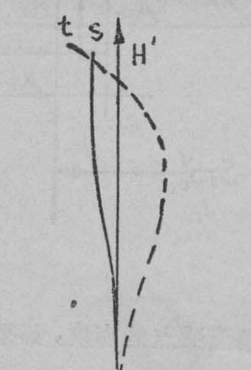
一、軸上点的象差曲綫：为了确定軸上点的成象质量，[illegible]算C、D、F三种顔色光綫的纵向球差，如图（146）所示。

二、細光束的象散曲綫：代表軸外物点細光束的成象质量，如图（147）所示。

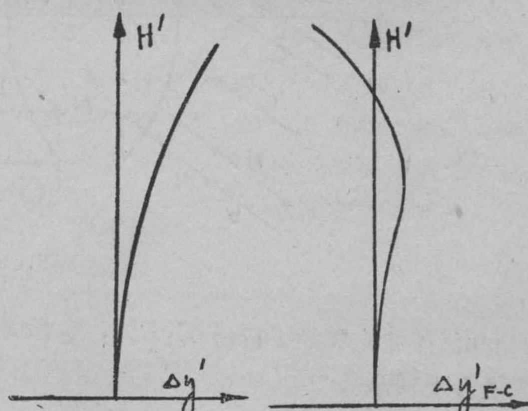
三、畸变和放大率色差曲綫，如图（148）所示。



图（146）



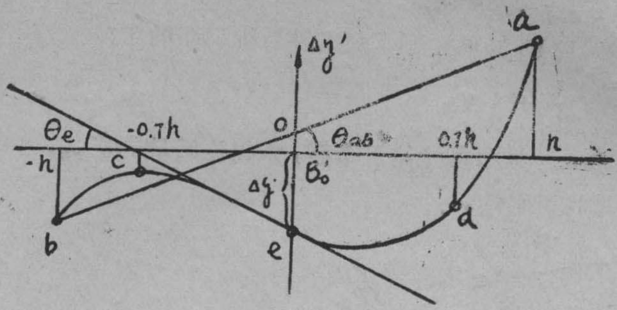
图（147）



a)　　b)

图（148）

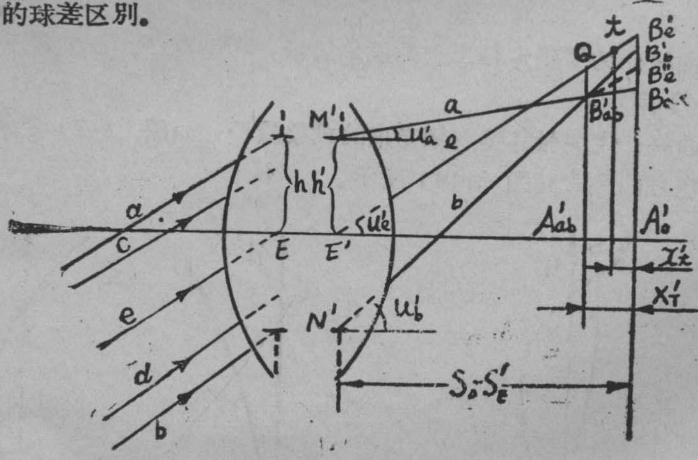
四、斜光束横向球差曲綫：它全面的代表了軸外物点，子午面内光束的成象质量，如图（149）所示。



图（149）

通常需要計算边緣視场和0.7視场这二个象高的象差曲綫，这样才能鉴定整个視场的成象质量，曲綫对应的纵标的所在区間卽代表子午光綫在理想象平面上的分布范围。根据它的大小可确定系統的成象质量。上面曲綫乃各种子午象差的綜合結果，为了校正象差，和分析象差的性质我們往往需要将各种象差分离，确定每一种象差的大小。下面我們来証明各种象差和曲綫形状和位置的关系。

为作出横向象差曲綫通常至少計算五条光綫：主光綫e；二条全口径斜光綫a、b和二条0.7口径的光綫c、d，如图（150）中右半部分所示。在图（150）中，左边作出了a、b、e三条光綫的出射光綫，假定a、b光綫的交点为B'_{ab}。B'_{ab}和主光綫的距离$B'_{ab}Q$为子午彗差K'_T。B'_{ab}和理想象面的距离X'_T称为宽光束的子午象面弯曲。主光綫上t点为細光束的子午象面弯曲。球差为細光束和宽光束象点間的距离，因此（$x'_T-x'_t$）称为軸外球差或斜光束球差，以便和軸上点的球差区别。



图（150）

由B'_{ab}作主光綫的平行綫$B'_{ab}B''_{ab}$，它和理想象面交点的高度，如果忽略象差的影响則可視为适合下列关系：

$$A'_0B''_{ab}=\frac{1}{2}(A'_0B'_a+A'_0B'_b)=\frac{1}{2}(y'_a+y'_b)$$

从图知：

$$K'_T=B'_{ab}Q=A'_0B''_{ab}-A'_0B'_e=\frac{1}{2}(y'_a+y'_b)-y'_e$$

或:

$$K'_T = \frac{1}{2}(\Delta y'_a + \Delta y'_b) - \Delta y'_e$$

在象差曲綫上作直綫联接a、b二点，假定它和纵坐标交于一点O，显然$OB'_0 = \frac{1}{2}(\Delta y'_a + \Delta y'_b)$，由此得到:

$$K'_T = \overline{oe}$$

由 $\Delta M'B'_{ab}N' \sim \Delta B'_a B'_{ab} B'_b$，得到:

$$\frac{M'N'}{B'_a B'_b} = \frac{EA'_{ab}}{A'_{ab}A'_0}$$

由图知，$EA'_{ab} = S'_0 - S'_e$；$M'N' = 2h'_1$；$B'_a B'_b = (y'_a - y'_b) = \Delta y'_a - \Delta y'_b$；

$A'_{ab}A'_0 = x'_T$，将这些关系代入上式并解出x'_T，得到:

$$x'_T = \frac{S'_0 - S'_e}{2h'_1} \cdot (\Delta y'_a - \Delta y'_b)$$

假定入射光瞳平面上的横向放大率为My_e，则$h'_1 = M_{ye}h_1$代入上式得到:

$$x'_T = \frac{S'_0 - S'_e}{M_{ye}} \cdot \frac{\Delta y'_a - \Delta y'_b}{2h}$$

由图（12）知 $\frac{\Delta y'_a - \Delta y'_b}{2h}$ 等于ab直綫的斜率$\mathrm{tg}\theta_{ab}$。

所以

$$x'_T = K\mathrm{tg}\theta_{ab}，式中 K = \frac{S'_0 - S'_e}{M_{ye}}$$

由此可知子午象面弯曲和ab直綫的斜率成正比。

当$h \to 0$时，ab直綫变成了象差曲綫上e点的切綫，同时x'_T趋近于x'_t 由此得到

$$x'_t = K \cdot \mathrm{tg}\theta_e；\ K = \frac{S'_0 - S'_e}{M_{ye}}$$

由上式求解K得到:

$$K = \frac{x'_t}{\mathrm{tg}\theta_e}$$

代入x'_T公式，则得:

$$x'_T = x'_t \cdot \frac{\mathrm{tg}\theta_{ab}}{\mathrm{tg}\theta_e}$$

这样我們得到寬光束子午象面弯曲的另一表示式，当我們已知x'_t，并且由象差曲綫求得$\mathrm{tg}\theta_{ab}$和$\mathrm{tg}\theta_e$，同样可以計算x'_T。对于軸外球差同样能以找到:

$$x'_T - x'_t = K(\mathrm{tg}\theta_{ab} - \mathrm{tg}\theta_e) = x'_t \cdot \frac{\mathrm{tg}\theta_{ab} - \mathrm{tg}\theta_e}{\mathrm{tg}\theta_e}$$

显然当e点的切綫平行于横軸时，$x'_t = 0$。当ab直綫通过e点时彗差为零，也就是說曲綫对于e点的切綫来讲，上下对称。当ab直綫和e点的切綫平行时，軸外球差为零。这就是說曲綫对于e点近似左右对称。根据上面說到曲綫的性质，我們可以直接由曲綫形状斷定各种象差的比重。

在横向象差曲綫图上，考察光栏位置移动时对于象差的影响，特别明显，移动光栏位置就相当于在曲綫上选取不同的部分。

显然当所有光綫聚交于一点时，象差曲綫变成一条平行于横标的直綫。

$R_1 = 63.1$	$d_1 = 5.0$	$n_1 = 1.0$	$u_1 = 0$
$R_2 = -23.9$	$d_2 = 2.0$	$n_2 = 1.5181$	$h_1 = 10$
$R_3 = -98.7$		$n_3 = 1.6259$	
		$n_4 = 1.0$	

表(1) 近軸光綫計算:

第一面		第二面		第三面		总結	
$\log h_1$	1.0	$\log h_2$	0.98809	$\log h_3$	0.98599	$\log h_3$	0.98599
$\log(n_2-n_1)$	9.71441	$\log(n_3-n_2)$	9.03262	$\log(n_4-n_3)$	9.79650-	$\operatorname{colog}\gamma_4$	1.00164
$\operatorname{colog} R_1$	8.19997	$\operatorname{colog} R_2$	8.62160-	$\operatorname{colog} R_3$	8.00568-	$\log n_4$	0.0
$\log N_1$	8.91438	$\log N_2$	8.64231	$\log N_3$	8.78817	$\log S'_0$	1.98763
N_1		N_2	−0.043884	N_3	0.06140		
n_1u_1	$\gamma_1=0$	γ_2	0.082106	γ_3	0.038222	$S'_0=$	$S'_0=97.192$
γ_2	$\gamma_2=N_1$	γ_3	0.038222	γ_4	0.099622		
$\log\gamma_2$	8.91438	$\log\gamma_3$	8.58232			$\log h_1$	1.0
$\operatorname{colog} n_2$		$\operatorname{colog} n_3$	9.78891			$\operatorname{colog}\gamma_4$	1.00164
$\log d_1$		$\log d_2$	0.30103			$\log n_4$	0.0
$\log M_1$	9.43205	$\log M_2$	8.67226			$\log f'_0$	2.00164
h_1	10	h_2	9.7296				
$-M_1$	−0.2704	$-M_2$	−0.0470				
h_2	9.7296	h_3	9.6826			$f'_0=$	$f'_0=100.379$

表(二) 边緣光綫計算: $h_1 = 10$, $u_1 = 0$

第一面		第二面		第三面		总結	
		K_2	−82	K_3	−72.8	R_3	− 98.7
		$+q'_1$	−120.78	$+q'_2$	−509.722	$-q'_3$	+200.068
		q_2	−202.78	q_3	−582.522	S'_3	101.268
		$\log q_2$	2.30703-	$\log q_3$	2.76532-		
$\log h_1-$	1.0 -	$\log\sin u_2$	8.73670	$\log\sin u_3$	8.30661		
$\operatorname{colog} R_1$	8.19997	$\operatorname{colog} R_2$	8.62160-	$\operatorname{colog} R_3$	8.00568-	$-S'_0$	− 97.192
$\log\sin i_1$	9.19997-	$\log\sin i'_2$	9.66533	$\log\sin i_3$	9.07761	$\delta S'$	$\delta S'=4.076$
$\log n_1/n_2$	9.81870	$\log n_2/n_3$	9.97021	$\log n_3/n_4$	0.21109		
$\log\sin q'_1$	9.01867-	$\log\sin i'_2$	9.63554	$\log\sin i'_3$	9.28870		
						$\log h_1$	
$\log R_1$	1.80003	$\log R_2$	1.37840	$\log R_3$	1.99432-	colog	1.0
$\operatorname{colog}\sin u_2$	1.26330	colog $\operatorname{in} u_3$	1.69339	$\operatorname{colog}\sin u_4$	1.01816	$\sin u_4$	1.01816
$\log q'_1$	2.08200-	$\log q'_2$	2.70733	$\log q'_3$	2.30118-	$\log f'$	2.01816
$-i_1$	9.1185	$-i_2$	−27.5636	$-i_3$	−6.8671	f'	104.271
i'_1	−5.9922	i'_2	25.5981	i'_3	11.2097	$-f'_0$	−100.379
i'_1-i_1	3.1263	i'_2-i_2	−1.9655	i'_3-i_3	4.3426	$\Delta f'$	$\Delta f'=3.892$
$+\ u_1$	0.0	$+\ u_2$	3.1263	$+\ u_3$	1.1608		
u_2	3.1263	u_3	1.1608	u_4	5.5034		

表(三) 主光綫畸变計算 $S_1=-30$，$u_1=\omega_1=-10°$

第一面		第二面		第三面		总結	
R_1	63.1	K_2	−82	K_3	−72.8	R_3	−[illegible]8.7
$-S_1$	30.0	q_1'	125.417	q_2'	36.1525	$-q_3'$	48.389
q_1	93.1	q_2	43.417	q_3	−36.6475	$S'_{P\gamma}$	−50.311
$\log q_1$	1.96895	$\log q_2$	1.63766	$\log q_3$	1.56404	$-S_0'$	−97.192
$\log\sin u_1$	9.23967−	$\log\sin u_2$	8.92896−	$\log\sin u_3$	8.9786 −	$S'_{P\gamma}-S_0'$	−147.503
$\mathrm{colog}\ R_1$	8.19997	$\mathrm{colog}\ R_2$	8.62160−	$\mathrm{colog}\ R_3$	8.00568−		
$\log\sin i_1$	9.40859−	$\log\sin i_2$	9.18822	$\log\sin i_3$	8.54841−		
$\log n_1/n_2$	9.81870	$\log n_2/n_3$	9.97021	$\log n_3/n_4$	0.21109	$\log S'_{P\gamma}-S_0'$	2.16880
$\log\sin i_1'$	9.22729−	$\log\sin i_2'$	9.15843	$\log\sin i_3'$	8.75950−	$\log\mathrm{tg}\,u_4$	9.07208
						$\log y_1$	1.24088
$\log R_1$	1.80003	$\log R_2$	1.37840−	$\log R_3$	1.99432−		
$\mathrm{colog}\sin u_2$	1.07104−	$\mathrm{colog}\sin u_3$	1.02131−	$\mathrm{colog}\sin u_4$	0.93093−		
$\log q_1'$	2.09836	$\log q_2'$	1.55814	$\log q_3'$	1.68475−		
						$\log f_0'-$	2.00164−
i_1	14.8452	$-i_2$	−8.8733	$-i_3$	2.0259	$\log\mathrm{tg}\,\omega_1$	9.24632−
$+i_1'$	−9.7161	i_2'	8.2806	i_3'	−3.2951	$\log y_0'$	1.24796
$i_1'-i_1$	5.1291	$i_2'-i_2$	−0.5927	$i_3'-i_3$	−1.2692		
						y'	17.4132
$+u_1$	−10.0	$+u_2$	−4.8709	$+u_3$	−5.4636	$-y_0'$	−17.6996
u_2	−4.8709	u_3	−5.4636	u_4	−6.7328	$\Delta y'$	$\Delta y'=-0.2864$

表(四) 細光束子午场曲計算: $S_1=-30$; $u_1=\omega_1=-10°$; $m_1=\infty$

第一面		第二面		第三面		总結	
		K_2	−82	K_3	−72.8	m_3'	48.389
		$+m_1'$	−113.905	m_2'	−416.282	$-q_3'$	−194.518
		m_2	−195.905	m_3	−489.082	$m_3'-q_3'$	−146.129
$\log q_1$		$\log q_2$	1.63766	$\log q_3$	1.56404−	$\log(m_3'-q_3')$	2.16474−
$\log\mathrm{tg}\,u_1$		$\log\mathrm{tg}\,u_2$	8.93053−	$\log\mathrm{tg}\,u_3$	8.98068−	$\log\sin u_4$	9.06907−
$\mathrm{colog}\ m_1$		$\mathrm{colog}\ m_2$	7.70796−	$\mathrm{colog}\ m_3$	7.31062−	$\log\cos u_4$	9.99700
$\log a_1$		$\log\ _2$	8.27615	$\log a_3$	7.85534−	$\log y_t'$	1.23081
$\log\sin(i_1'-i_1)$	8.95133	$\log\sin(i_2'-i_2)$	8.01470−	$\log\sin(i_3'-i_3)$	8.34537−		
$\mathrm{colog}\cos i_1$	0.01474	$\mathrm{colog}\cos i_2$	0.00523	$\mathrm{colog}\cos i_3$	0.00027		
$\mathrm{colog}\cos i_1'$	0.00628	$\mathrm{colog}\cos i_2'$	0.00455	$\mathrm{colog}\cos i_3'$	0.00072	$\mathrm{colog}\ \mathrm{tg}\,u_4$	0.92792−
$\log b_1$	8.97235	$\log b_2$	8.02448−	$\log b_3$	8.34636−	$\log p_t'$	2.15873−
a_1	$a_1=0$	a_2	0.0188865	a_3	−0.007167	$-p_t'$	144.123
$+b_1$		$+b_2$	−0.0105798	$+b_3$	−0.0222005	$S'_{P\gamma}-S_0'$	−147.503
c_1	$c_1=b_1$	c_2	0.0083067	c_3	−0.0293675	x_t'	$x_t'=3.380$
$\log q_1'$	2.09836	$\log q_2'$	1.55814	$\log q_3'$	1.68475−		
$\log\mathrm{tg}\,u_2$	8.93053	$\log\mathrm{tg}\,u_3$	8.98068	$\log\mathrm{tg}\,u_4$	9.07208−		
$\mathrm{colog}\ c_1$	1.02765	$\mathrm{colog}\ c_2$	2.08057	$\mathrm{colog}\ c_3$	1.53213−		
$\log m_1'$	2.05654	$\log m_2'$	2.61939	$\log m_3'$	2.28896−		