



高等学校土建类专业“十二五”规划教材

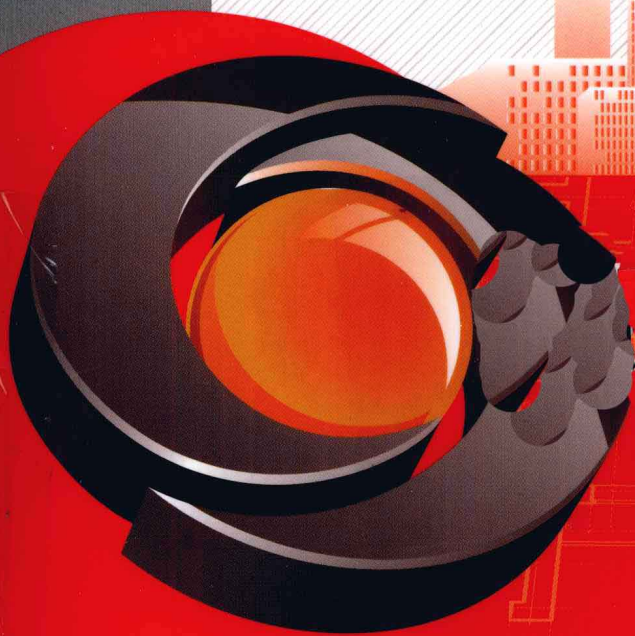
画法几何 与建筑工程制图

(上册)

尼姝丽
李慧宇
张俊杰

主 编
张旭宏
主 审

副主编



化学工业出版社

高等学校土建类专业“十二五”规划教材

画法几何与建筑工程制图

(上册)

尼姝丽 主 编
李慧宇 张旭宏 副主编
张俊杰 主 审



化学工业出版社

· 北京 ·

本书是高等学校土建类专业“十二五”规划教材。全套书分两册《画法几何》、《建筑工程制图》。本书是《画法几何》分册。本书包括以下内容：绪论、投影的基本知识、点的投影、直线的投影、平面的投影、换面法、工程曲面、平面立体、曲面立体、两立体相贯、立体表面展开。本书配套有《画法几何习题集》。

本书可作为普通高等学校土木工程专业、交通土建专业、建筑工程管理专业本科教材，也可供其他类型学校如职工大学、函授大学、电视大学等有关专业选用。

图书在版编目 (CIP) 数据

画法几何与建筑工程制图 (上册)/尼姝丽主编. —北京: 化学工业出版社, 2011.7

高等学校土建类专业“十二五”规划教材

ISBN 978-7-122-11255-2

I. 画… II. 尼… III. ①画法几何-高等学校-教材
②建筑制图-高等学校-教材 IV. TU204

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 085622 号

责任编辑: 陶艳玲
责任校对: 吴 静

文字编辑: 项 激
装帧设计: 杨 北

出版发行: 化学工业出版社 (北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印 刷: 北京永鑫印刷有限责任公司

装 订: 三河市万龙印装有限公司

787mm×1092mm 1/16 印张 12 字数 171 千字 2011 年 8 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 26.00 元

版权所有 违者必究

前 言

本套书是高等学校土建类专业规划教材。全书分上下两册，上册《画法几何》，下册《建筑工程制图》。

本套书着眼于新时期对应用型、创新型人才培养的需要，以加强对学生综合素质及创新能力的培养为出发点，结合编者多年来的教学改革成果编写而成。

本套书按国家建筑制图标准、规范进行编写，如图纸幅面和格式、比例、字体、投影法等。而对于不同专业的专业图，则有的有国家标准，有的选用部颁标准，例如，建筑施工图、结构施工图。

工程图样是设计文件的重要组成部分，也是指导施工和制造的主要依据。因此绘制工程图样时，一定要做到图形正确，表达清晰，图面整洁，能确切地表明建筑物或结构物的形状、大小和技术要求。如有错误，不但会给施工或制造带来困难，而且还会造成财产的损失。因此，在学习过程中一定要严肃认真，耐心细致，具有刻苦钻研、一丝不苟的学习态度和工作作风。

本套书在编写中力求把基本内容与工程实践和教学实践结合起来。书中所采用的大量插图，特别是专业图，大多来自工程实际，其结构和复杂程度均以满足教学要求为主。本书附配套习题单独成册，用以巩固所学内容。

参加本套书上册《画法几何》编写的有东北林业大学尼姝丽（第八章）、鸡西大学李慧宇（绪论、第一、六、十章），佳木斯大学夏春艳（第二章）、华东交通大学林新峰（第三、五章）、河北大学王桂香（第四章）、黑龙江工程大学张旭宏（第七章）、黑龙江工程大学牛海珍（第九章）；参加下册《建筑工程制图》编写的有黑龙江科技大学张俊杰（第一、四、五章）、山东科技大学赵景伟（第六、七章）、东北林业大学马大国（第八、九、十章）、哈尔滨商业大学金焕（第二、三、十一章）等。

本套书可作为普通高等教育土木工程专业、交通土建专业、建筑工程管理专业本科的教材或参考书，也可供其他类型学校如职业技术学院、成人教育学院、电视大学等相关专业选用。

由于编者水平有限，本书难免存在不妥之处，恳请广大同仁及读者不吝赐教，在此谨表谢意。

编者

2011年3月

目 录

绪论	1	第四节 直线上的点	21
一、课程的性质和教学目的	1	第五节 两直线的相对位置	23
二、课程的内容与任务	1	一、两直线平行	23
三、本课程的学习方法	1	二、两直线相交	24
第一章 投影的基本知识	2	三、两直线交错	24
第一节 投影的概念	2	四、重影点的判别	24
一、投影的形成和投影法	2	五、两直线垂直的投影特性	25
二、投影的分类	2	第四章 平面的投影	28
三、工程上常用的几种投影图	3	一、平面的投影表示法	28
第二节 正投影的特性	4	二、平面的迹线表示法	28
一、正投影的特性	4	第一节 各种位置平面的投影	29
二、物体的三面投影图	5	一、一般位置平面	29
三、正投影的投影对应规律	7	二、投影面垂直面	30
第二章 点的投影	8	三、投影面平行面	31
第一节 一般点的三面投影	8	四、特殊位置平面的迹线表示	32
一、三投影面体系的建立	8	第二节 平面内的点和直线	32
二、点在三投影面体系中的投影	8	一、直线在平面上的几何条件	32
三、点的三面投影图	9	二、平面上的一般位置直线	33
四、点的三面投影规律	9	三、平面上的投影面的平行线	33
第二节 点的直角坐标及两点的相对位置	10	四、平面上的最大斜度线	35
一、点的三面投影与直角坐标的关系	10	五、平面上的点	35
二、两点的相对位置	12	第三节 直线和平面的相对位置	36
三、重影点	13	一、直线与平面平行	36
第三节 特殊点的三面投影	14	二、直线与平面相交	37
一、投影面上的点	14	三、直线与平面垂直	40
二、投影轴上的点	14	第四节 平面和平面的相对位置	42
三、原点上的空间点	14	一、平面与平面平行	42
第三章 直线的投影	15	二、平面与平面相交	43
第一节 一般位置直线的投影	15	三、平面与平面垂直	45
一、直线的投影	15	第五章 换面法	47
二、直线的投影特性	15	第一节 换面法概述	47
三、一般位置直线的空间特性	16	一、换面法	47
四、求作直线的第三面投影	16	二、基本原理	48
第二节 一般位置线段的实长与对投影面的 倾角	17	第二节 换面法解决的基本作图问题	50
第三节 特殊位置直线	19	一、一次换面	50
一、投影面的平行线	19	二、二次换面	52
二、投影面的垂直线	20	第三节 换面法的应用	53
		一、解决度量问题	53

二、解决定位问题	55	一、圆柱	75
第六章 工程曲面	57	二、圆锥	76
第一节 工程曲面概述	57	三、球	78
一、曲面的形成	57	第二节 平面截曲面立体	80
二、曲面的分类	57	一、平面截圆柱	80
第二节 直纹曲面	57	二、平面截圆锥	82
一、锥面	58	三、平面截球	83
二、柱面	59	第九章 两立体相贯	86
三、锥状面	60	第一节 两平面立体相贯	86
四、柱状面	61	第二节 平面立体与曲面立体相贯	90
第三节 平螺旋面	61	第三节 两曲面立体相贯	95
一、平螺旋面的形成	61	一、表面取点法	95
二、平螺旋面的投影图	61	二、辅助截平面法	97
第四节 螺旋楼梯的画法	62	第四节 两曲面立体相贯的特殊情况	99
第七章 平面立体	65	一、两轴线平行的圆柱体的相贯线	99
第一节 基本平面立体的投影	65	二、两共轴回转体的相贯线	100
一、棱柱	65	三、两公切于球的回转体的相贯线	100
二、棱锥	68	第十章 立体表面展开	101
三、棱台	69	第一节 概述	101
第二节 平面截平面立体	69	第二节 平面立体的表面展开	101
一、截交线	70	第三节 曲面立体的表面展开	103
二、求作截交线的方法	70	一、可展曲面的展开	103
第三节 同坡屋面的画法	71	二、不可展曲面的近似展开	105
第八章 曲面立体	75	参考文献	107
第一节 基本曲面立体的投影	75		

绪 论

一、课程的性质和教学目的

在现代工程建设中，无论是建设住宅还是修建道路桥梁，都离不开工程图样，工程图样在工程界被称为“工程技术的语言”，设计师们通过工程图纸来表达自己的设计意图、交流设计思想、沟通设计方案等。作为一名工程技术人员，必须要具备绘制和阅读工程图样的能力。为使工程图样在工程技术界成为一种共通的语言，在绘制图样时就必须遵循统一的规则。这些规则，一是投影理论，二是国家标准。

本课程是土木工程专业、给排水工程专业和建筑管理类各专业的一门必修专业技术基础课。主要研究用投影法来表达空间形体和图解空间几何问题的基本理论和方法，为后续专业基础课和专业课中的工程图样表示方法打下基础。

本课程的教学目的是：

- ① 学习投影法（主要是正投影法）的基本理论及其应用；
- ② 培养对三维形体及其相对位置关系的空间分析能力和形象思维能力；
- ③ 培养空间几何问题的图示、图解能力。

二、课程的内容与任务

本课程的主要内容包括投影的基本知识：点、直线、面的投影；换面法；工程曲面；平面立体、曲面立体；两立体相贯；立体表面展开等。

本课程的主要任务是：

- ① 研究用投影法表示空间形体的图示法。
- ② 研究解决空间几何问题的图解法。
- ③ 培养空间想象力。画法几何除了它的图示法和图解法服务于工程技术以外，也是人们认识物质空间形式的一种工具。它利用物体在平面上的图形来研究物体的形状、大小和位置等几何性质。因此，画法几何还有一个显著的作用，就是促进人们空间概念和空间想象力的发展。
- ④ 培养耐心细致的工作作风和严肃认真的工作态度。

三、本课程的学习方法

- ① 充分理解基本概念，掌握基本理论；
- ② 努力培养空间想象能力，即培养由二维的平面图形来想象出三维形体的空间形状的能力，养成空间思维的习惯；
- ③ 要提高自学能力，尤其是培养空间几何问题的图解能力。

第一章 投影的基本知识

第一节 投影的概念

一、投影的形成和投影法

在日常生活中，物体在灯光或日光的照射下，在地面或墙面上留有阴影，称其为影子，如图 1-1 所示。通过影子能看出物体的外形轮廓形状，但由于仅是一个黑影，它不能表现清楚物体的完整形象。

为了改善这种情况，人们不再把影子画成全黑，而是假定光线能够穿透物体，并使构成物体的点、线、面每一要素在平面上都有所体现，并用清晰的图线表示，形成一个由图线组成的图形，这样绘出的图形称为物体在平面上的投影。

根据产生影子的这种自然现象，对其加以抽象，假设物体是透明的，如图 1-2 所示。光源 S （投影中心）的光线（投影线）将物体上的各顶点和各条棱线投射到某一平面 H （投影面）上，这些点和棱线的影子所构成的图形就称为投影。这种获得投影的方法称为投影法。

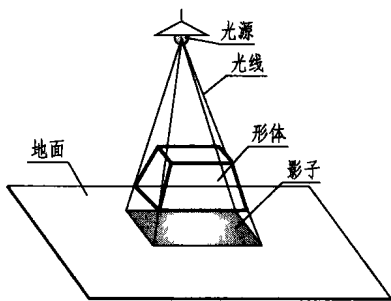


图 1-1 影子的形成

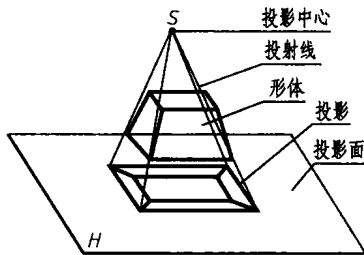


图 1-2 投影的形成

不难发现产生投影必须具备以下三个要素：物体（几何元素）；投影面；投射线。

二、投影的分类

投影可分为中心投影和平行投影两类。

1. 中心投影

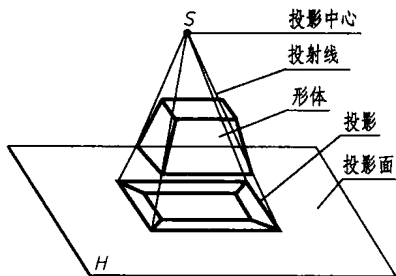


图 1-3 中心投影

如图 1-3 所示，投影中心 S 在有限距离内发出辐射状的投射线，用这些投射线作出的形体的投影，称为中心投影。这种作出中心投影的方法，称为中心投影法。

2. 平行投影

投影中心 S 在无限远处，投射线按一定的方向投射下来，用这些互相平行的投射线作出形体的投影，称为平行投影。这种作出平行投影的方法，称为平行投影法。平行投影又分为正投影和斜投影两类。

- ① 投射方向倾斜于投影面，所得到的投影称为斜投影，如图 1-4 (a) 所示。
 ② 投射方向垂直于投影面，所得到的投影称为正投影，如图 1-4 (b) 所示。

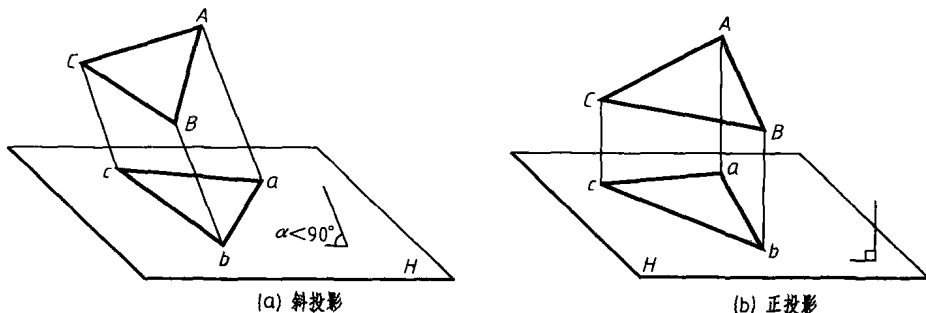


图 1-4 平行投影

三、工程上常用的几种投影图

在工程实际中，常用的投影图有以下几种：

- (1) 透视投影图 用中心投影法绘制的单面投影图称为透视投影图，其特点是：立体感强，作图手法复杂，度量性差。一般作为工程图的辅助图样，如图 1-5 (a) 所示。
 (2) 轴测投影图 单面平行投影，其特点是：较强的立体感，作图手法复杂，度量性差，也是作为工程图的辅助图样，如图 1-5 (b) 所示。
 (3) 标高投影图 是一种带有高程数字标记的水平正投影图，是一种单面投影，常用来表达地面的形状，用在地形图中，如图 1-5 (c) 所示。
 (4) 正投影图 通常采用的是多面正投影图。在空间建立一个投影体系，用正投影的方

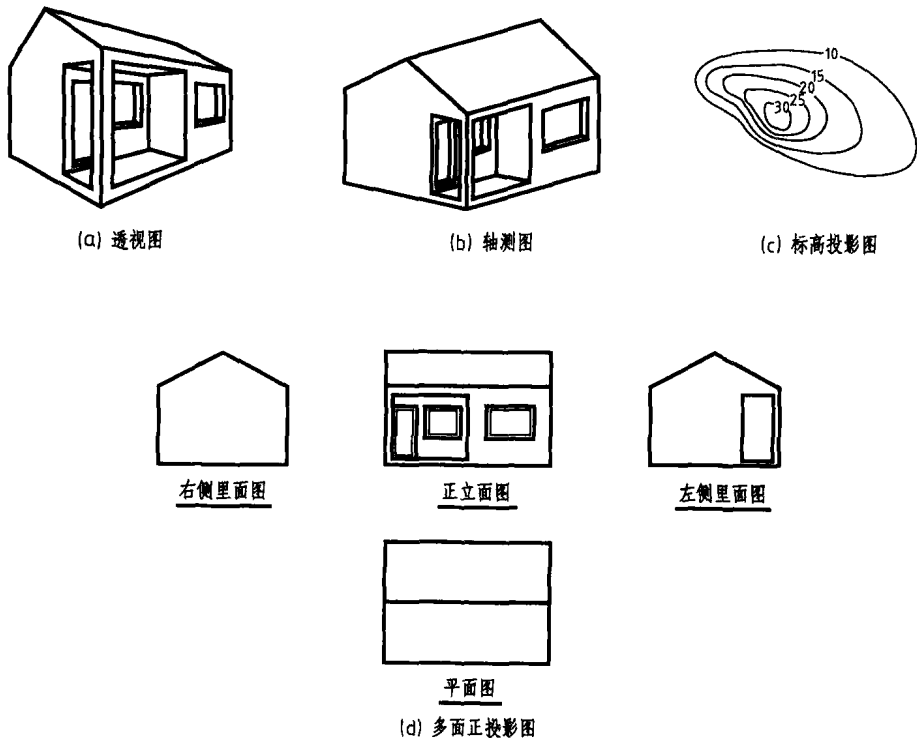


图 1-5 工程上常用的几种投影图

法把物体在各个投影面上的正投影绘制出来, 这样的投影图称为多面正投影图, 如图 1-5 (d) 所示。其特点是: 直观性差, 没有立体感, 但是作图方法简便, 能很好地反映空间形体的形状、大小, 而且度量性好, 是工程图中主要的图示方法。

正投影图是工程图的主要表示方法, 下面的投影理论学习中主要以学习正投影为主。

第二节 正投影的特性

一、正投影的特性

由于最常用的投影法是平行投影法中的正投影法, 因此, 了解正投影的基本性质, 对分析和绘制物体的正投影图至关重要。而点、直线、平面是构成物体的最基本的几何元素, 所以在学习投影方法时, 应该首先了解点、直线和平面的正投影的特性。点、直线和平面在正投影中具有以下基本特性。

1. 同素性 (类似性)

一般情况下, 点的正投影仍然是点, 直线的正投影仍为直线, 平面的正投影仍为原空间几何形状的平面, 这种性质称为正投影的同素性 (类似性)。如图 1-6 (a) 所示, 自点 A 向投影面 H (H 表示该投影面为水平面) 引一条铅垂线 (投影线), 所得垂足 a 即为点 A 在 H 面上的投影, 很明显点的投影仍然是点; 在图 1-6 (b) 中, 过直线 BC 向投影面 H 作垂面, 所得交线 bc 即为直线 BC 在 H 面上的投影, bc 仍然为直线, 但 bc 的长度小于直线的原长; 在图 1-6 (c) 中, 过平面 $KLMN$ 向投影面 H 作垂直体, 所得交面 $klmn$ 即为平面 $KLMN$ 在 H 面上的投影, 显然 $klmn$ 仍然为四边形平面, 但 $klmn$ 图形的面积小于空间平面的面积。

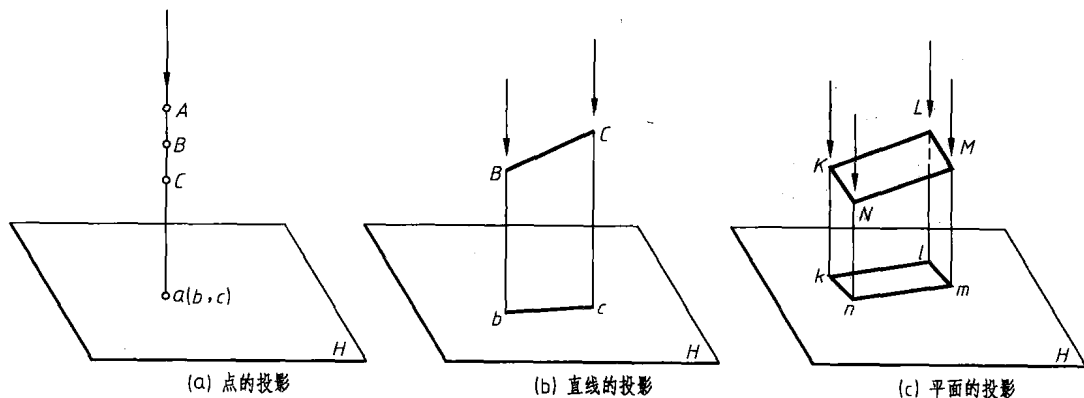


图 1-6 正投影的同素性 (类似性)

2. 从属性

点在直线上, 点的正投影一定在该直线的正投影上。点、直线在平面上, 点和直线的正投影一定在该平面的正投影上, 这种性质称为正投影的从属性。如图 1-7 (a) 所示, 点 K 在直线 BC 上, 点 K 的投影 k 在直线 BC 的投影 bc 上; 在图 1-7 (b) 中, 点 D 和直线 EF 在 $KLMN$ 平面内, 点 D 和直线 EF 的投影 d 和 ef 在平面的投影 $klmn$ 上。

3. 定比性

线段上的点将该线段分成的比例, 等于点的正投影分线段的正投影所成的比例, 这种性质称为正投影的定比性。如图 1-7 (a) 所示, 点 K 将线段 BC 分成的比例, 等于点 K 的投影 k 将线段 BC 的投影 bc 分成的比例, 即 $BK : KC = bk : kc$ 。

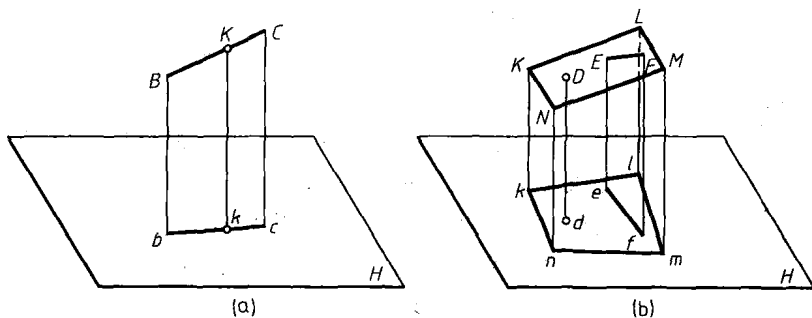


图 1-7 正投影的从属性

4. 平行性

两直线平行，它们的正投影也平行，且空间线段的长度之比等于它们正投影的长度之比，这种性质称为正投影的平行性。如图 1-8 所示，空间直线 $AB \parallel CD$ ，则直线 AB 、 CD 的正投影 ab 、 cd 相互平行，即 $ab \parallel cd$ ；且 $AB : CD = ab : cd$ 。

5. 全等性（显实性）

当线段或平面平行于投影面时，其线段的投影长度反映线段的实长；平面的投影与原平面图形全等，这种性质称为正投影的全等性。如图 1-9 所示，线段 AB 平行于 H 面，则 AB 的正投影 $ab = AB$ ；平面 $EFGH$ 平行于 H 面，则平面 $EFGH$ 的正投影 $efgh \cong EFGH$ 。

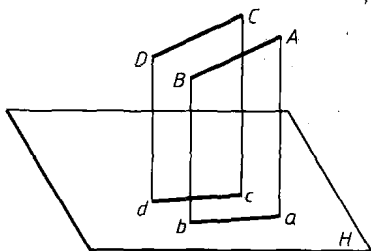


图 1-8 正投影的平行性

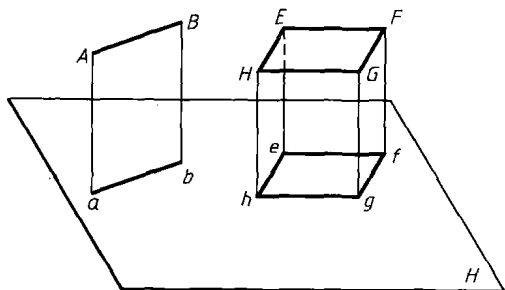


图 1-9 正投影的全等性

6. 积聚性

当直线或平面垂直于投影面时，其直线的正投影积聚为一个点；平面的正投影积聚为一条直线，这种性质称为正投影的积聚性。如图 1-10 所示，直线 AB 垂直于 H 面，则 AB 的正投影 $a(b)$ 积聚为一点；平面 $EFGH$ 垂直于 H 面，则平面 $EFGH$ 的正投影 $efgh$ 积聚为一条直线。

上述正投影的基本性质中，要特别注意正投影中的不变性（如同素性、点和直线的从属性、两直线的平行性等）和定比性。这些不变性和定比性，对图示、图解空间几何的各种问题起到重要的作用。

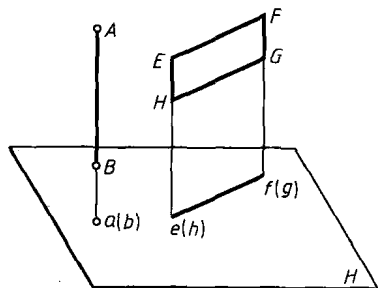


图 1-10 正投影的积聚性

二、物体的三面投影图

由于空间物体是具有长、宽、高的三维形体，显然用一个正投影是无法准确表达其空间形状的。例如图 1-11 中有四个不同形状的物体，它们在同一个投影面上的正投影是相同的。由此可见，为了确定物体的形状需要画出物体的三面投影图。

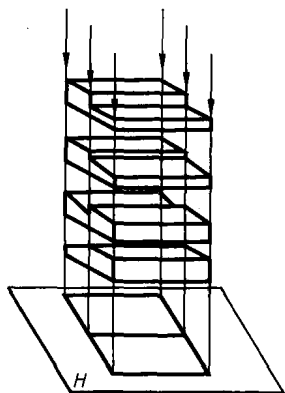


图 1-11 物体的单面投影

1. 投影面体系的建立

我们采用三个相互垂直的平面作为投影面，建立一个三投影面体系，如图 1-12 (a) 所示，水平位置的平面称为水平投影面，用字母 H 表示；与水平投影面垂直相交呈正立位置的平面称为正立投影面，用字母 V 表示；位于右侧与 H 、 V 面均垂直相交的平面称为侧立投影面，用字母 W 表示。三个投影面的交线 OX 、 OY 、 OZ 称为投影轴，三个投影轴也相互垂直。

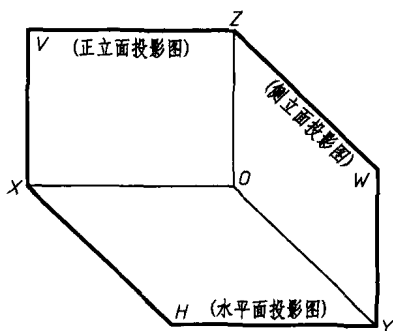
2. 投影图的形成

将物体置于 H 面之上， V 面之前， W 面之左的空间，如图 1-12 (b) 所示，按箭头所指的投影方向分别向三个投影面作正投影。

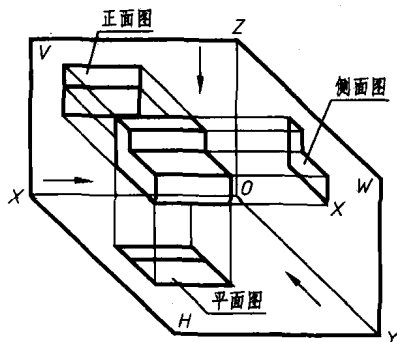
由上往下在 H 面上得到的投影称为水平投影图（简称平面图）。

由前往后在 V 面上得到的投影称为正面投影图（简称正面图）。

由左往右在 W 面上得到的投影称为侧面投影图（简称侧面图）。



(a) 投影面的建立



(b) 投影图的形成

图 1-12 物体的三面投影

3. 投影图的展开

为了把空间三个投影面上的投影画在同一个平面上，把三个相互垂直投影面展开形成一个平面：保持 V 面不动，将 H 面沿 OX 轴向下旋转 90° ， W 面沿 OZ 轴向右旋转 90° ，让它们与 V 面处在同一平面上，如图 1-13 所示。

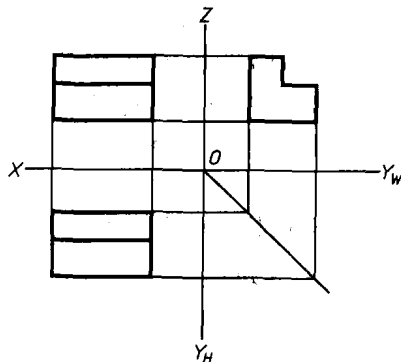
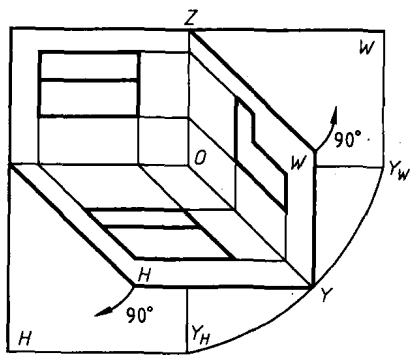


图 1-13 投影面的展开

三、正投影的投影对应规律

空间形体具有长、宽、高三个方向的尺度。如一个四方体，当它的正面确定之后，其左、右两个侧面之间的垂直距离称为长度；前、后两个侧面之间的垂直距离称为宽度；上、下两个平面之间的垂直距离称为高度，如图 1-14 所示。

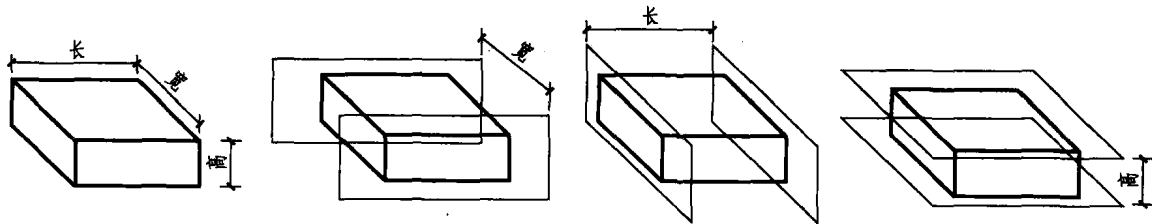


图 1-14 形体的长、宽、高

由此可知，三面正投影图具有下述投影规律（各投影图之间在量度方向上的相互对应）：

平面、正面长对正（等长）；

正面、侧面高平齐（等高）；

平面、侧面宽相等（等宽）。

从图 1-15 可以看出，三面投影图之间具有下述规律：投影面展开之后，正平面 V 、水平面 H 两个投影左右对齐，这种关系称为“长对正”；正平面 V 、侧平面 W 两个投影上下对齐，这种关系称为“高平齐”；水平面 H 、侧平面 W 投影都反映形体的宽度，这种关系称为“宽相等”。这三个重要的关系称为正投影的投影对应规律。

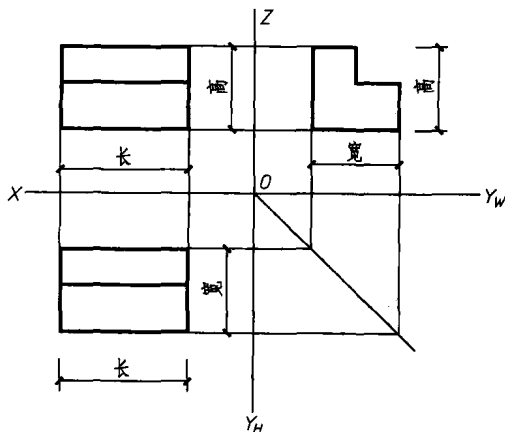


图 1-15 形体长、宽、高的关系

【本章要点】 本章主要讲述的内容有：投影的分类、工程上常用的几种投影图、正投影的特性、正投影的投影对应规律，其中正投影的基本特性和正投影的投影对应规律是图解空间几何各种问题的关键所在。

第二章 点的投影

任何空间几何体都是由点、线、面等几何元素所构成，面可视为由许多线所构成，线则由连续的点所构成，因此，点是空间几何体的最基本元素，点的投影是线、面、体投影的基础。

第一节 一般点的三面投影

一、三投影面体系的建立

由三个相互垂直的投影面构成的投影面体系称为三投影面体系。三个投影面分别称为正立投影面 V 、水平投影面 H 、侧立投影面 W 。正立投影面简称正面或 V 面、水平投影面简称水平面或 H 面、侧立投影面简称侧面或 W 面。三个投影面两两垂直相交，其交线称为投影轴，其中， OX 轴——正面与水平面的交线，代表长度方向； OY 轴——水平面与侧面的交线，代表宽度方向； OZ 轴——正面与侧面的交线，代表高度方向。三个投影面将空间分为八个部分，每个部分为一个分角，其顺序如图 2-1 (a) 所示。以下点在三投影面体系中的投影均指在第一分角中的投影，因此，将三投影面体系画为如图 2-1 (b) 所示。三个投影轴的交点 O 称为原点。

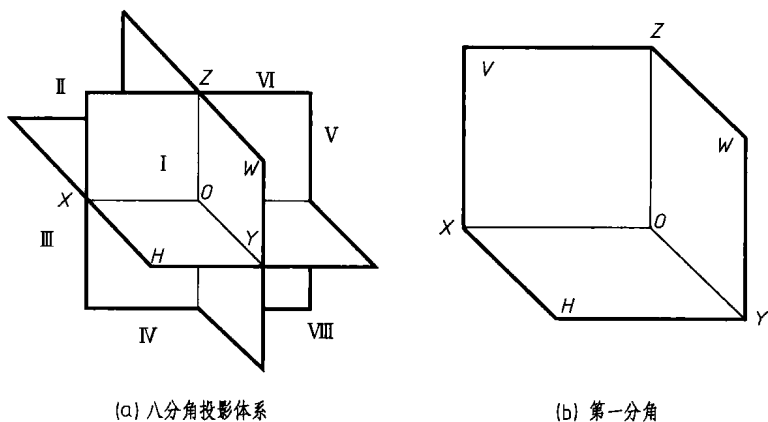


图 2-1 三投影面体系

二、点在三投影面体系中的投影

将空间点 A 置于三投影面体系中，过空间点 A 分别向三个投影面作垂线（即投射射线），得垂足 a 、 a' 、 a'' ，即为点 A 在三个投影面上的投影，如图 2-2 所示。点 A 在 H 面上的投影 a ，称为点 A 的水平投影；点 A 在 V 面上的投影 a' ，称为点 A 的正面投影；点 A 在 W 面上的投影 a'' ，称为点 A 的侧面投影。

通常情况下，空间点用大写字母表示，例如 A 、 B 、 C ；投影用相应的小写字母表示，例如水平投影 a 、 b 、 c ；正面投影用相应的小写字母带撇表示，如 a' 、 b' 、 c' ；侧面投影用

相应的小写字母加两撇表示, 如 a'' 、 b'' 、 c'' 。

三、点的三面投影图

将图 2-2 中的三个投影面展开, V 面不动, 将水平面 H 和水平投影一起绕 OX 轴向下旋转 90° , 侧面 W 和侧面投影一起绕 OZ 轴向右旋转 90° , 使 H 面、 V 面、 W 面共面, 如图 2-3 (a) 所示。简化后即可得到点的三面投影图, 如图 2-3 (b) 所示。通常在投影图上只画出其投影轴, 而不画出投影面的边框, 也不必标出投影面的名称。

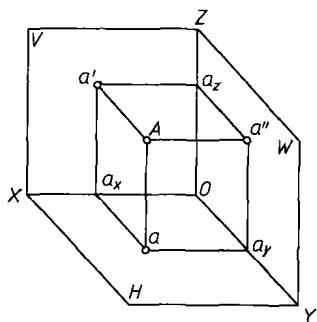
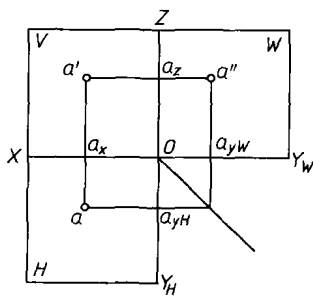
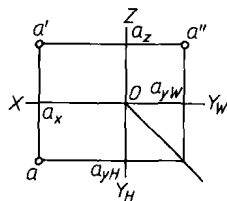


图 2-2 点在三投影面体系中的投影图



(a) 点的三面投影展开图



(b) 点的三面投影图

图 2-3 点的三面投影图

四、点的三面投影规律

由图 2-2 可以看出, 投影线 Aa' 和 Aa 所决定的平面, 与 V 面和 H 面垂直相交, 交线分别为 $a'a_x$ 和 aa_x , 而 V 面和 H 面相交于 OX 轴, 因此 OX 轴必垂直于平面 $Aa'a_xa$, 同时也垂直于该平面上的 $a'a_x$ 和 aa_x 。当 H 面绕 OX 轴旋转至与 V 面共面时, 在投影图上 a' 、 a_x 、 a 点共线, 即 $a'a \perp OX$ 。同理, $a'a'' \perp OZ$, $aa_x = aa_z = Aa''$ 。

由以上分析可归纳出, 点的三面投影规律如下:

① 点的正面投影和水平投影的连线垂直于 OX 轴; 这两个投影各自到 OZ 轴和 OY 轴的距离相等, 都反映该点到 W 面的距离, 即 $a'a \perp OX$ 轴, $a'a_z = a''a_y = Aa$;

② 点的正面投影和侧面投影的连线垂直于 OZ 轴; 这两个投影各自到 OX 轴和 OY 轴的距离相等, 都反映该点到 H 面的距离, 即 $a'a'' \perp OZ$ 轴, $a'a_x = a''a_y = Aa$;

③ 点的水平投影到 OX 轴的距离和点的侧面投影到 OZ 轴的距离相等, 都反映该点到 V 面的距离, 即 $aa_x = a''a_z = Aa'$ 。

由于在点的三面投影图中, 每两个投影都有一定的联系性, 所以, 只要给出一点的任意两个投影, 就可以求出第三个投影。

【例 2-1】 已知空间点 A 的正面投影 a' 和侧面投影 a'' [图 2-4 (a)], 求作该点的水平投影 a 。

【分析】 由点的三面投影规律可知: $a'a \perp OX$ 轴, 所以 a 一定在过 a' 且垂直于 OX 轴的直线上; 又因为点的水平投影到 OX 轴的距离和点的侧面投影到 OZ 轴的距离相等, 利用上述关系, 便可求得 a 。

【作图】

① 首先过 a' 作 OX 轴的垂线, 与 OX 轴交于 a_x , 如图 2-4 (b) 所示, 所求的水平投影 a 必在这条直线上;

② 直接截取 $aa_x = a''a_z$, 确定出 a 。或者过点 O 作直角 $Y_H O Y_W$ 的角平分线, 从 a'' 引 W

面投影中的 OY_W 轴的垂线与角平分线相交于一点, 再从该点作 H 面投影中的 OY_H 轴的垂线, 并延长, 使其与从 a' 引出的 OX 轴的垂线相交, 其交点即为 a 。

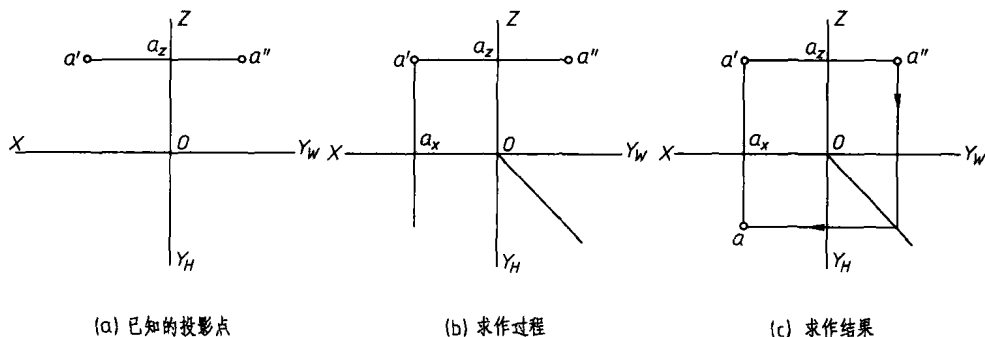


图 2-4 求一点的第三个投影

第二节 点的直角坐标及两点的相对位置

一、点的三面投影与直角坐标的关系

若把三投影面体系看成空间直角坐标系, 则三个投影面 H 、 V 、 W 面即为三个坐标面, 投影轴 OX 、 OY 、 OZ 相当于 X 、 Y 、 Z 坐标轴, 投影面的原点 O 相当于坐标原点 O 。这样空间点到投影面的距离可以用坐标来表示。由图 2-2 可知, 点 A 的三个直角坐标 x 、 y 、 z 即为点 A 到三个坐标面的距离, 点 A 的三面投影与坐标之间的关系如下。

① 空间点的每一个坐标值, 反映了该点到某投影面的距离, 即:

点 A 到 W 面的距离 $= Aa'' = aa_y = a'a_z = a_x O =$ 点 A 的 x 坐标;

点 A 到 V 面的距离 $= Aa' = aa_x = a''a_z = a_y O =$ 点 A 的 y 坐标;

点 A 到 H 面的距离 $= Aa = a'a_x = a''a_y = a_z O =$ 点 A 的 z 坐标。

② 空间点的任一投影, 均反映了该点的某两个坐标值, 即: a 由 x 、 y 坐标确定, a' 由 x 、 z 坐标确定, a'' 由 y 、 z 坐标确定。

空间一点的位置可以由它的坐标 (x, y, z) 确定, 在三投影面体系中有唯一的一组投影 a 、 a' 、 a'' , 点 A 的三个投影的坐标分别为 $a(x, y)$ 、 $a'(x, z)$ 和 $a''(y, z)$ 。

根据上述关系, 若已知点的空间位置, 就可以作出点的投影; 反之, 若已知点的两面或三面投影, 就可以完全确定点在空间的位置。

【例 2-2】 已知点 $A(10, 12, 14)$, 求点 A 的三面投影。

【分析】 由点 $A(10, 12, 14)$ 可知, 点 A 与三个投影面 H 面、 V 面、 W 面的距离分别为 14、12、10。根据点的三个坐标值和点的三面投影规律, 便可画出点的三面投影图。

【作图】

① 作出投影轴, 并在三个投影轴上分别量取 $Oa_x = 10$; $Oa_{yH} = 12$; $Oa_z = 14$, 得到点 a_x 、 a_{yH} 、 a_z , 如图 2-5 (a) 所示。

② 根据点的投影规律分别过 a_x 作 OX 轴的垂线、过 a_z 作 OZ 轴的垂线, 两垂线的交点为 A 的 V 面投影 a' ; 过 a_{yH} 作 OY_H 轴的垂线与 $a'a_x$ 的延长线相交得点 A 的 H 面投影 a , 如图 2-5 (b) 所示。

- ③ 过原点 O 作 $\angle Y_H O Y_W$ 的角平分线, 如图 2-5 (b) 所示。
- ④ 延长过点 a_{yH} 的 OY_H 轴的垂线, 使其与角平分线相交, 再过交点作 OY_W 的垂线。
- ⑤ 延长 a'_x 与垂直于 OY_W 的直线相交于 a'' , 即为 A 的 W 面投影, 如图 2-5 (c) 所示。

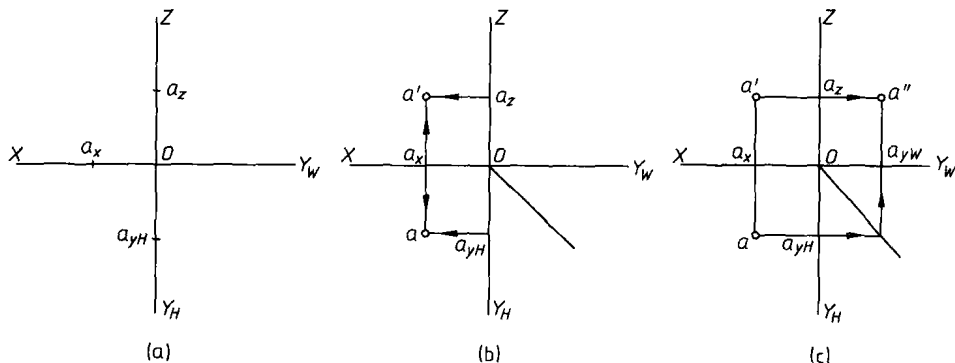


图 2-5 已知点的坐标求作三面投影图

【例 2-3】 已知一点 A 的三面投影图, 如图 2-6 (a) 所示, 试用坐标法确定该点在空间的位置。

【分析】 根据点的投影与坐标的关系, 即: 空间点的每个坐标值, 反映了该点到某投影面的距离。由点 A 的三面投影图可量得点的三个坐标值, 利用其坐标值大小, 可确定点的空间位置。

【作图】

① 分别度量 a' 到 OZ 、 a 到 OX 、 a' 到 OX 的距离, 得到点 A 的 x , y , z 坐标分别为 10、15 和 13, 即点 A 到 W 面、 V 面、 H 面的距离分别为 10、15 和 13。

② 为直观地表示点 A 的空间位置, 作 X 、 Y 、 Z 轴的直观图, 如图 2-6 (b) 所示, 其中 OX 轴为水平位置, OZ 轴与 OX 轴垂直, OY 轴与 OX 轴成 135° 角。

③ 在 X 轴上截取 $OA_x = 10$, 自 A_x 作 Y 轴的平行线 $A_x A_Y$, 使 $A_x A_Y = 15$, 然后再从 A_Y 作 Z 轴的平行线 $A_Y A$, 使得 $A_Y A = 13$, 如图 2-6 (c) 所示, 于是得到点 A 的空间位置。

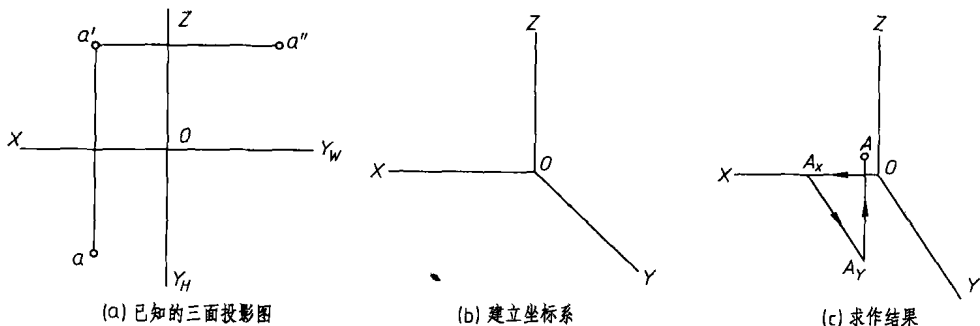


图 2-6 坐标法确定点的空间位置

【例 2-4】 已知点 B 的投影图, 如图 2-7 (a) 所示, 利用逆投影线法作其直观图。

【分析】 根据点的投影与坐标的关系, 由投影图可知点的 x , y , z 坐标, 在此基础上, 根据投影规律, 可以利用逆投影线法画出直观图, 确定点的空间位置。