钟书金牌

XUEKEYOUXIAOXUEFA ZHIDAO

学科有效学法指导

初中数学

丛书主编：沈龙明

最有效的学教方法
于思维之全面

最实用的内容设计
于思维之细致

最创新的体例形式
于思维之发散

十年创新专业教辅品牌

时代出版传媒股份有限公司
安徽教育出版社

钟书金牌

初中数学

XUEKEYOUXIAOXUEFA ZHIDAO

学科有效学法指导

丛书主编 沈龙明
丛书副主编 汪佳敏
本册主编 邱栋 曹建华 沈龙明
编委 王国江 赵积慧 张依武
王莉影 赵阳 文琼
方敏慧 郭鸣凤 姚懿
诸岚 隋爱静 陆黎慧
商森 何伟倩

最有效的学教方法
于思维之全面
最实用的内容设计
于思维之细致
最创新的体例形式
于思维之发散

十年创新专业教辅品牌

时代出版传媒股份有限公司
安徽教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

学科有效学法指导丛书. 初中数学 / 沈龙明主编.
—合肥 : 安徽教育出版社，2011.4

ISBN 978-7-5336-5913-4

Ⅰ. ①学… Ⅱ. ①沈… Ⅲ. ①中学数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 051931 号

书名:学科有效学法指导·初中数学　　沈龙明　主编

出 版 人:朱智润　　责任编辑:王志丹　王盛晨　　装帧设计:林　栋

出版发行:时代出版传媒股份有限公司 http://www.press-mart.com
安徽教育出版社 http://www.ahep.com.cn
(合肥市繁华大道西路 398 号，邮编:230601)
营销部电话:(0551)3683010,3683011,3683015

排　　版:安徽创艺彩色制版有限责任公司

印　　刷:广水市新闻印务有限公司　　电话:0722-6899858

(如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂商联系调换)

开本:710×1000　1/16　　印张:21　　字 数:248 千字

版次:2011 年 4 月第 1 版　　2011 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5336-5913-4　　定价:36.00 元

前　言

2009年1月，本人主编的《学科有效教学实用课堂教学艺术》系列丛书问世，涉及小学语文、数学、英语，初中和高中语文、数学、英语、物理、化学等学科共13种。丛书编写的目的是给已在中小学教育岗位上的教师和即将踏上这一岗位的“准教师”提供一套有关如何确立课堂教学新理念，如何提高自己课堂教学艺术水平，进而提高教学效率，以收到理想的教学效果的教学参考书。

现在出版的这套《学科有效学法指导》系列丛书是《学科有效教学实用课堂教学艺术》系列丛书的“姐妹篇”。前一套丛书的读者对象主要是教师，而现在这一套丛书的读者对象除教师外，扩展到广大中小学学生。大家知道，要真正实施“有效教学”，收到“花时少，收益高”的效果，教师除了要摆脱传统教学思想中落后因素的束缚，确立适应时代发展需要的教学新理念外，还必须牢固地掌握并娴熟地运用课堂教学艺术。但是，是否教师掌握和运用了课堂教学艺术，教学就一定高效了呢？答案是：不一定。因为课堂教学是一种“教”与“学”双方的互动活动，如果只有“教”的高水平而没有“学”的高水平，那么要想收到理想的效果，显然是不可能的。而要提高学生“学”的水平，教师除了想方设法激发学生浓厚的学习兴趣和强烈的求知欲外，还应当根据不同学科的特点，教给他们一些具体实用的学习方法。不言而喻，学习方法与学习效果之间有着十分密切的联系：方法不当，便会“事倍功半”；而方法得当，便会“事半功倍”。学生掌握了“因科而异”、具体实用的学习方法后，他们“学”的水平自然而然就会迅速提高。因此，我现在主编的这套系列丛书把重点放在了“有效学法指导”上。

本套系列丛书最大的特色是实用性强。丛书编写的目的是“为广大中小学生和各科教师提供实用性强的半工具式的学习方法辅导书”，所以编写时有意淡化理论色彩，尽量介绍得通俗、具体。我们期望这套丛书能成为各学科教师“教”的“好帮手”，中小学生“学”的“好伙伴”。在这一总体特色的统摄下，具体说来，在写作方面还有以下两个特点。一是体例新颖。介绍每种方法时，一般从“简述”、“适用”、“操作”和“注意”四个方面加以叙说，针对性强，因而对读者

富有吸引力。二是叙说平实并能紧密联系实际。每种方法介绍过程中都配有具体的教学实例，叙说注重自然、平实，这样写无疑会增强书中介绍的各种方法的实用性，以收到“要让读者愿意阅读，读来有用”的预期效果。

本套系列丛书共13种，即《学科有效学法指导·小学语文》、《学科有效学法指导·小学数学》、《学科有效学法指导·小学英语》、《学科有效学法指导·初中语文》、《学科有效学法指导·初中数学》、《学科有效学法指导·初中英语》、《学科有效学法指导·初中物理》、《学科有效学法指导·初中化学》、《学科有效学法指导·高中语文》、《学科有效学法指导·高中数学》、《学科有效学法指导·高中英语》、《学科有效学法指导·高中物理》、《学科有效学法指导·高中化学》，可供广大中小学学生、中小学各学科教师以及师范院校相关专业的学生选读。

由于编写者水平有限，加上撰写时间较为仓促，书中疏漏、不妥之处在所难免，恳请广大读者不吝批评指正，以便日后再版时加以修正。

丛书主编　沈龙明

2011年4月

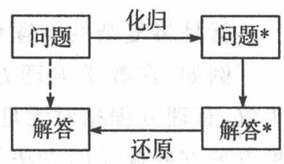
目　　录

1 化归法

简 述

在解决各种数学问题时，化归方法是一种具有普遍适用性的方法. 假设有一个数学问题甲，一下子不能直接求解，于是人们将甲问题的求解化为乙问题的求解，然后通过乙问题的求解返回去得出甲问题的求解，这就是化归的基本想法.

所谓化归法，是指通过数学内部的联系和矛盾运动，在转化中实现问题的规范化，即将待解问题转化为规范问题，从而使原问题得到解决的一种方法. 这里的规范问题是指已经具有确定的解决方法和程序的问题，即运用原有知识已能解决的问题. 而将一个问题化为规范问题的过程叫做问题的规范化. 因此，简而言之，所谓化归就是问题的规范化、模式化.



化归的根本特征是：在解决一个问题时，人们不是直接寻求问题的答案，而是去寻觅一些熟悉的结果，设法将面临的问题转化为某一规范化的问题，以便运用已知的理论、方法和技术使问题得到解决. 例如，学生学习了一元二次方程，已经掌握了求根公式和韦达定理等，因此，一元二次方程是一个数学模式，而将双二次方程 $ax^4+bx^2+c=0(a\neq 0)$ 通过换元化归为一元二次方程，就是将该问题模式化、规范化.

化归方法包含三个基本要素：①化归对象，即把什么东西进行化归；②化归目标，即化归到何处去；③化归途径或化归的方法，即如何进行化归. 上面所举的例子中，双二次方程是化归的对象，一元二次方程是化归的目标，换元是实施化归的方法. 实现化归的关键是实现问题的规范化、模式化，化未知为已知是化归的方向. 化归方法的内涵相当丰富，教学中显然不可能将化归的这一套东西一下子全部灌输给学生，只能采取多次孕育的方式，结合新知识的学习，让学生逐步体会化归的基本思想，了解化归的解题步骤，直至掌握这一方法.

化归方法的基本原则有：

1.熟悉化原则

就是将不熟悉的问题化归为比较熟悉的问题，从而充分调动已有的知识和经验用于解决新问题.

例如，在学习有理数的四则运算时，我们知道有理数经过“＋”、“－”、“×”、“÷”运算后，所得结果仍是一个有理数，要确定一个有理数，只要确定它的绝对值和性质符号(即＋、－号).因此，有理数的四则运算都包含两个部分，即符号法则和绝对值.在确定了运算结果的符号以后，只要对绝对值进行运算，而有理数的绝对值就是小学里学习的算术数，这样就把有理数的运算化归为熟悉的算术数的运算.

2.简单化原则

就是将复杂的问题化归为比较简单的问题，从而使问题更加容易解决.

例如，在教学无理方程的解法时，由于无理方程的特征是根号里面含有未知数，有理方程相对无理方程来说比较简单，因此，解无理方程时，通常先通过两边平方或换元的方法使之化归为一个有理方程，然后通过解这个有理方程获得原方程的解.

3.和谐化原则

就是将问题的表现形式变形为更加符合数学内部固有的和谐统一的形式特点.这样做常常有利于揭示问题所涉及的各种数学对象之间的本质联系.

在化归方法的三条基本原则中，熟悉化原则是最重要的一条原则.

在明确了化归对象和化归目标以后，如何进行化归就是最重要的问题了.实现化归的常用方法有：分割法、典型化方法、数形转化法、映射法、逼近法、消元法、降次法、换元法、数学模型法等.事实上，化归的方法虽然很多，但是都具有一个共同特点：我们不应以静止的观点看待问题，而应以可变化的观点去看待问题，即善于将待解问题进行变形，通过适当的变形使之更容易解决，这乃是化归方法的核心思想.

适 用

化归方法在中学数学教学中的作用主要有：

(1)运用化归思想指导新知识学习

(2)利用化归方法指导解题

化归方法的熟悉化、简单化、和谐化原则在解数学题时具有思维导向作用.

例如,在实数集内分解 x^4+1. 这个式子不能直接用公式进行分解,但是只要加上一项 $2x^2$,就可以通过配方将它化为熟悉的完全平方形式,使分解能够顺利进行.

(3)利用化归方法梳理知识结构

运用化归方法对逐章逐节学的知识进行消化、提炼、整理,就可得到系统的知识结构,将零星的知识编织成一张有序的、主次分明的知识网络,收到化厚为薄,纲举目张,易懂、易记、易用的效果.例如,在复习初中代数知识的时候,利用化归方法,借助于绝对值概念,可将有理数运算化归为算术数运算.这样,有理数内容学生就很容易掌握.

又如,用字母代替数则产生代数式.由于字母在代数式中的位置不同,从而可得到不同的代数式,根号内含字母的为无理式,根号内不含字母的为有理式,分母中不含字母的有理式为整式,分母中含字母的有理式为分式.整式、分式、无理式都可以应用化归方法通过已学过的简单知识去掌握.利用同类项概念,整式运算可化归为有理数运算;分式经过通分、约分可化为整式运算;无理式在化为最简根式后,则可化归为有理式运算.

再如,用等号联结两个代数式就得到方程,若用不等号联结两个代数式就是不等式.而方程、不等式的求解过程,乃是通过移项法则和运用等式、不等式性质,将它们化归为式的运算.由于用等号联结的代数式有整式、分式、无理式,所以也就得到了整式方程、分式方程、无理方程.

操 作

我们首先在教"有理数"时孕育化归思想.大家知道有理数是在小学算术数的基础上扩充产生的.通过教师的启发诱导,让学生懂得,借助绝对值的概念,可将有理数大小比较转化为算术数大小比较,有理数四则运算转化为算术数四则运算.这样,有理数一章内容学生就很容易掌握.在教"整式加减法"时继续孕育化归思想,使学生认识到:所谓整式加减法其实就是合并同类项,而合并同类项就是把这些同类项的系数进行加减运算.因此,整式加减法的实质是通过同类项概念转化为有理数加减.通过这两次孕育,学生能初步体会到化归的基本思想:将新问题转化为旧知识.

在教"一元一次方程和它的解法"时进一步孕育化归思想.指出 $x=a$ 既可

以看作是方程的解,也可以看作是一个最简形式的方程,使学生明确最简方程是解一元一次方程的化归目标,解方程的过程是,首先寻找所给方程与目标的差异,然后设法消去差异,直至达到化归目标,即化为最简方程.化归的具体方法是去分母、去括号、移项、合并同类项等等.

【例 1】 解方程:$3x+2=8x-1$.

分析:(1)确定目标:$3x+2=8x-1\Rightarrow ?$

(2)寻找差异:右边多"$8x$"项,左边多"2"项.

(3)消除差异:两边同时减去"$8x+2$"后得$-5x=-3$.

因为所得方程不是最简方程,于是将上面的过程再进行一次:

(1)确定目标:$-5x=-3\Rightarrow ?$

(2)寻找差异:x项的系数是"-5".

(3)消除差异:两边同时除以"-5"得$x=\frac{3}{5}$.

在上面的解题过程中,虽然化归这个词并未直接出现,但是却具体地体现在解题的每一个步骤中.这样学习,思路自然,学生也容易理解,不但知其然,而且知其所以然.

课本中归纳出解一元一次方程的步骤:去分母、去括号、移项、合并同类项,系数化成1以后,有这样一段叙述:"解一元一次方程通常可按照一般步骤去解,熟练后有些步骤可以简化.有时候也可以根据方程的具体形式灵活安排求解步骤."很多学生都觉得这段话抽象、难懂、不好掌握.如果按上述那样,用化归思路指导方程教学,那么其中的道理学生就自然明白了.更重要的是,学生掌握了化归思想,还可以用来指导解决更为复杂的问题.这个收获,要比掌握解一元一次方程的具体方法更为重要.因此,用化归思想指导方程教学更好.但是,化归方法的教学并未结束,我们发现化归方法还渗透在几何学习中,初中几何研究的是平面几何图形的性质(形状、位置、大小关系等),而这些变化无穷的平面图形则是由一些最简单、最基本的图形组合而成的.要解决一个几何问题,只要在复杂图形中,构造出基本图形,并且应用基本图形的性质,就可使问题得以解决,即把待解决的几何问题作为化归对象,把基本图形作为化归目标,将复杂图形化归为基本图形,这就是我们解几何问题的化归思想.

在解"一元二次方程"和"可化为一元二次方程的有关方程"时,按照"明确化归目标——寻找与目标的差异——消除差异"等程序,探索解题思路,从而比

较顺利地完成这些内容的学习. 通过这样的方法,就很容易自己归纳出解代数方程的基本思路,无理方程有理化,分式方程整式化,高次方程低次化.

在学习解斜三角形时,我们也能理解:把斜三角形问题转化为直角三角形来解,其实也是化归方法的应用.

通过不断在新情境下应用化归方法,可以进一步巩固和发展对化归方法的理解,丰富实现化归的方法和技巧. 到初中毕业时,就能比较自觉地运用化归方法的熟悉化、简单化、和谐化原则指导解综合题.

【例 2】 如图 1－1,已知 PA、PB 是圆 O 的切线,$\angle APB=60°$,$AP=5\sqrt{3}$,C 为弦 AB 上的任一点,作射线 OC,过点 P 作 OC 的垂线 PH,H 为垂足,求 $OC\cdot OH$ 的值.

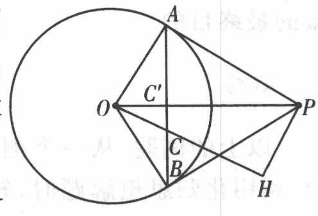


图 1－1

分析:因为 C 为弦 AB 上的任一点,情况比较复杂. 于是有些学生就根据化归方法中的简单化原则将问题简化,取 AB 的中点 C',对这个特殊情况先进行研究. 这时 H 与 P 重合,联结 OA,于是得到一个非常熟悉的基本图形,直角三角形斜边上的高线. 由射影定理可得到 $OC'\cdot OP$ 等于半径的平方,而半径容易由已知求得,这样就得到要求的结论. 当 C 在弦 AB 的一般位置上时,只要证明 $OC\cdot OH=OC'\cdot OP$. 由割线定理可知,只要证得 C、C'、P、H 四点共圆即可,因为 $\angle CC'P=\angle CHP=90°$,于是问题得以解决.

【例 3】 求证:对任意矩形 A,总存在一个矩形 B,使得矩形 A 与 B 的周长比与面积比都等于常数 $k(k\geqslant1)$.

分析:对这一较为复杂的问题,如果仅从问题本身出发,无疑要用几何方法来证明. 如果这样做结果会让人大失所望,现改用代数方法证明. 假如设矩形 A、B 的长、宽分别是 a、b 及 x、y,为证明满足要求的矩形 B 存在,只要证明方程组 $\begin{cases}x+y=k(a+b),\\xy=kab\end{cases}$ 有正实数解即可,这样从方法的转换到目标的转换,使原问题变得简单多了.

证明:设矩形 A、B 的长、宽分别是 a、b 及 x、y,则根据题意可得 $\begin{cases}x+y=k(a+b),\\xy=kab.\end{cases}$ 由韦达定理的逆定理知,x、y 是方程 $t^2-k(a+b)t+kab=0$ 的两个正实根.

∵$k\geqslant 1$，且 $a>0,b>0$，

∴$k^2(a+b)^2-4kab\geqslant k^2(a+b)^2-4k^2ab=k^2(a-b)^2\geqslant 0$.

从而上述二次方程有两个实根.

由韦达定理 $t_1+t_2=k(a+b)>0,t_1t_2=kab>0$.

故 $t_1>0,t_2>0$，即证得了原命题.

说明：这个例子说明设计合理转化方案的重要性，目标的转换与方法转换是相辅相成又互相制约的，但其目的却是一致的，那就是通过化归达到以简驭繁的最终目的.

注 意

以上的例题，从一个侧面体现化归思想方法在中学数学解题中的重要地位. 利用化归思想解题时，转化的途径和方法不一定相同，但有一个共同的规律，就是在待解决的问题和已解问题之间架起一个联系的桥梁，这就是知识之间的"关系链"，这就要求我们在学习数学的过程中，要不断地构建知识结构，形成知识网络，要领悟蕴含在数学内容之中的数学思想方法，这些都是提高数学解题能力的条件和基础.

最后，还必须说明，化归思想是中学数学解题的重要思想方法，但并非万能的方法，即并不是所有的问题都可以通过化归而得到解决的. 化归思想的成功应用是以"数学发现"为前提的. 因此，我们不能只停留在化归的分析上，而必须有创新的精神，不断地进行新的研究，在研究中获得新方法、新理论.

附：教学案例

一、引入方法

在教"二元一次方程组"时继续用化归思想指导解方程. 可以引导学生回忆起以前解一元一次方程的具体例子，通过课堂讨论进一步明确，解一元一次方程的每一个步骤的实质是，把一个复杂的方程化归为一个更为简单的方程，从而激起学生应用化归方法解决面临的新课题的强烈愿望.

在二元一次方程组的教学中，应着重让学生理解二元一次方程组解法的指导思想，是将它化归为解一元一次方程，而代入消元、加减消元则是实现化归的手段.

【例】 解方程组：

$$\begin{cases}2x+3y=-5, & ①\\ 4x-9y=2. & ②\end{cases}$$

分析：(1)在方程①中，暂时将某一个未知数(比如 y)看成已知数，于是原来的二元一次方程就转化为一元一次方程，从而得到：

$x=\dfrac{-5-3y}{2}$. ③

(2)这个解应该同时满足方程②，于是将③代入②，可求得 y 的值.

(3)将求得的 y 值代入③，就可以得到 x 的值.

因此解二元一次方程组的思路是，将它化归为一元一次方程.

在掌握了代入消元法的基础上，可以进一步思考：用代入法解二元一次方程组的关键在于消元，而“代入法”只是使其化归为一元一次方程的手段. 那么能否用其他方法同样能达到消元的目的呢？从而引出解二元一次方程组的另一种方法，即加减消元法.

在学习“二元一次方程组的解法”时，除了明确化归对象、化归目标、化归的方法外，还应理解一元一次方程在解一元一次方程时是化归对象，而在讨论解方程组时却成了化归目标，初步认识到化归目标是根据问题的要求而设定的，具有相对性.

经过用化归方法指导解一元一次方程和二元一次方程组的学习，学生对化归方法的理解和掌握已有所突破，一般都能比较正确地得出解三元一次方程组的基本思路. 通过用化归方法解方程和方程组的习题，巩固强化化归方法，初步明确：

(1)化归方法包含化归对象、化归目标和化归的方法三个要素.

(2)新课题往往可以通过一定方法转化为旧知识，从而得以解决，并由此生长出新知识.

(3)化归目标具有相对性和层次性，应根据具体问题的要求确定.

二、典型例题

【例 1】 如图 1－2，反比例函数 $y=-\dfrac{8}{x}$ 与一次函数 $y=-x+2$ 的图像交于 A、B 两点.

(1)求 A、B 两点的坐标；

(2)求△AOB 的面积.

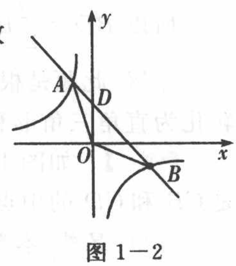


图 1－2

解：(1)解方程组 $\begin{cases} y=-\dfrac{8}{x}, \\ y=-x+2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1=4, \\ y_1=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-2, \\ y_2=4. \end{cases}$

所以 A、B 两点的坐标分别为 $A(-2,4)$，$B(4,-2)$.

(2)因为直线 $y=-x+2$ 与 y 轴交点 D 的坐标是 $(0,2)$，

所以 $S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$，$S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times2\times4=4$. 所以 $S_{\triangle AOB}=2+4=6$.

点拨：两个函数的图象相交，说明交点处的横坐标和纵坐标，既适合于第一个函数，又适合于第二个函数，所以根据题意可以将函数问题转化为方程组的问题，从而求出交点坐标.

【例 2】 解方程：$2(x-1)^2-5(x-1)+2=0$.

解：令 $y=x-1$，则 $2y^2-5y+2=0$.

解得 $y_1=2$ 或 $y_2=\frac{1}{2}$，即 $x-1=2$ 或 $x-1=\frac{1}{2}$.

所以 $x=3$ 或 $x=\frac{3}{2}$. 故原方程的解为 $x=3$ 或 $x=\frac{3}{2}$.

点拨：很显然，此为解关于 $x-1$ 的一元二次方程. 如果把方程展开化简后再求解会非常麻烦，所以可根据方程的特点，把 $x-1$ 设为 y，这样原方程就可以利用换元法转化为含有 y 的一元二次方程，问题就简单化了.

【例 3】 如图 1－3，梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=CD$，对角线 AC、BD 相交于 O 点，且 $AC\perp BD$，$AD=3$，$BC=5$，求 AC 的长.

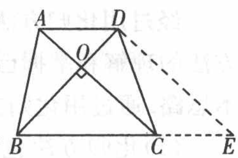


图 1－3

解：过 D 作 $DE\parallel AC$ 交 BC 的延长线于 E，则得 $AD=CE$，$AC=DE$. 所以 $BE=BC+CE=8$.

因为 $AC\perp BD$，所以 $BD\perp DE$.

因为 $AB=CD$，所以 $AC=BD$. 所以 $BD=DE$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BDE$ 中，$BD^2+DE^2=BE^2$.

所以 $BD=\frac{\sqrt{2}}{2}BE=4\sqrt{2}$，即 $AC=BD=4\sqrt{2}$.

点拨：此题是根据梯形对角线互相垂直的特点通过平移对角线将等腰梯形转化为直角三角形和平行四边形，使问题得以解决.

【例 4】 如图 1－4，正方形 $ABCD$，边长 8 厘米，E、F 分别是 CB 和 CD 的中点，求阴影部分的面积.

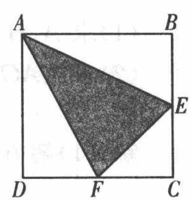


图 1－4

分析：显然，本题应对“所求问题”进行化归，因为阴影部分是三角形，其底和高都不知道，不容易直接求出其面积. 那么，怎样化归使问题最简单呢？同学们一定会想到，将求阴影部分

的面积化归为求正方形的面积和三个三角形的面积，即阴影部分面积$=8\times8-\left(\frac{1}{2}\times4\times8\times2+\frac{1}{2}\times4\times4\right)=24$(平方厘米).

想一想，有没有更好的化归方法呢？你只要注意分析，利用题中"中点"条件，化归便水到渠成了.根据已知条件，三角形ABE和三角形ADF的面积相等，而且都等于正方形的面积的$\frac{1}{4}$，三角形CEF是正方形面积的$\frac{1}{8}$.所以阴影部分的面积是正方形面积的$1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$.这样，我们把较复杂的问题"求阴影部分的面积"化归为较简单的问题"求正方形面积的$\frac{3}{8}$".同学们会很快列出算式:$8\times8\times\left(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right)=24$(平方厘米).

点拨:在转化过程中，转化目标的达到，往往可能采取多种转化途径和方法.因此研究设计合理、简捷的转化途径是十分必要的，必须避免什么问题都死搬硬套，造成繁难不堪.

【例5】 已知$\triangle ABC$的三边分别为a、b、c，且$a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$，试判断$\triangle ABC$的形状.

解:因为$a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$，

所以$2a^2+2b^2+2c^2=2ab+2ac+2bc$，

即$(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2=0$.

所以$a=b,a=c,b=c$.

所以$\triangle ABC$为等边三角形.

点拨:此题将几何问题转化为代数问题，利用凑完全平方式解决问题.

【例6】 $\triangle ABC$中，$BC=a$，$AC=b$，$AB=c$.若$\angle C=90°$，如图1—5①，根据勾股定理，则$a^2+b^2=c^2$.若$\triangle ABC$不是直角三角形，如图1—5②和图1—5③，请你类比勾股定理，试猜想a^2+b^2与c^2的关系，并证明你的结论.

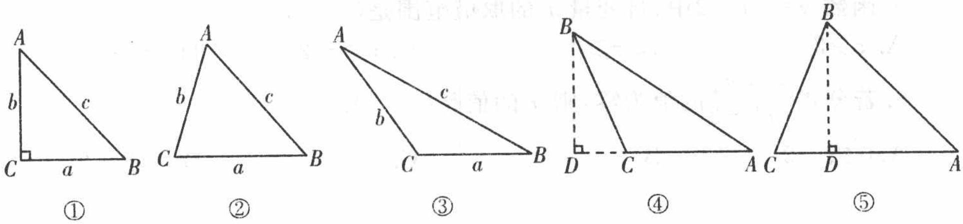


图1—5

证明：如图 1－5④，过 B 作 $BD\perp AC$，交 AC 的延长线于 D.

设 CD 为 x，则有 $BD^2=a^2-x^2$.

根据勾股定理，得 $(b+x)^2+a^2-x^2=c^2$.

即 $a^2+b^2+2bx=c^2$. ∵ $b>0$，$x>0$，

∴ $2bx>0$，∴ $a^2+b^2<c^2$.

如图 1－5⑤可以自己去完成.

点拨：勾股定理是我们非常熟悉的几何知识，对于直角三角形三边具有 $a^2+b^2=c^2$ 的关系，那么锐角三角形、钝角三角形的三边又是怎样的关系呢？我们可以通过作高，将一般三角形转化为直角三角形来确定三边的关系.

三、配套练习题

1. 若 $y^2+4y+4+\sqrt{x+y-1}=0$，则 xy 的值等于（　　）.

A. -6　　B. -2　　C. 2　　D. 6

2. 二元一次方程组 $\begin{cases}2x-y=2,\\x+y=4\end{cases}$ 的解是（　　）.

A. $\begin{cases}x=1,\\y=6\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=2,\\y=2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=-3,\\y=2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$

3. 已知 $x^{2m-1}+3y^{4-2n}=-7$ 是关于 x 的二元一次方程，则 m、n 的值分别是（　　）.

A. $\begin{cases}m=2,\\n=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}m=1,\\n=-\dfrac{3}{2}\end{cases}$　　C. $\begin{cases}m=1,\\n=\dfrac{3}{2}\end{cases}$　　D. $\begin{cases}m=1,\\n=\dfrac{5}{2}\end{cases}$

4. 下列各组数中既是方程 $x-2y=-4$ 的解，又是方程 $2x+2y=1$ 的解的是（　　）.

A. $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1,\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=0,\\y=-2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-1,\\y=\dfrac{3}{2}\end{cases}$

5. 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是（　　）.

A. $x\geqslant 2$　　B. $x\geqslant 0$　　C. $x\geqslant -2$　　D. $x\leqslant 2$

6. 若分式 $\dfrac{x^2+2x}{|x|-2}$ 的值为零，则 x 的值是（　　）.

A. 0 或 -2　　B. -2　　C. 0　　D. 2 或 -2