



智能 科/学/技/术/著/作/丛/书

# 人工鱼群算法及其应用

江铭炎 袁东风 著



科学出版社

智能科学技术著作丛书

# 人工鱼群算法及其应用

江铭炎 袁东风 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书系统地描述了鱼群算法的理论、流程结构、发展改进、参数设置和实现技术及其应用实例,着重强调算法的改进及应用,各种混合算法的性能及与其他群智能优化算法性能的比较,并给出了实现有关应用实例的Matlab程序设计完整源代码,为读者进一步深入学习、理解和掌握鱼群算法提供了方便。

本书适合作为智能优化相关专业的高年级本科生和研究生教材,特别适合作为鱼群算法入门教材以满足算法初学者了解和学习算法的基本要求,也可作为信息、通信、电气、控制、管理等工程专业的科技人员研究和学习的参考书和工具书。

---

### 图书在版编目(CIP)数据

---

人工鱼群算法及其应用/江铭炎,袁东风著. —北京:科学出版社,2012  
(智能科学技术著作丛书)  
ISBN 978-7-03-032433-7

I. 人… II. ①江… ②袁… III. 智能技术-算法理论 IV. ①TP18  
②TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 197116 号

---

责任编辑:张艳芬 / 责任校对:陈玉凤  
责任印制:赵博 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2012 年 1 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

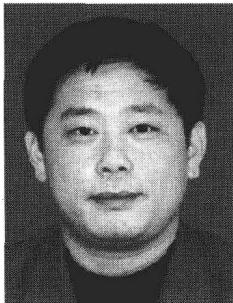
2012 年 1 月第一次印刷 印张:20 1/2

印数:1—2 500 字数:393 000

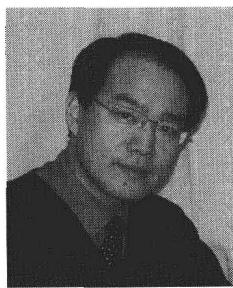
定价: 75.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 作 者 简 介



江铭炎(1964—),男,江苏苏州人,博士,山东大学教授,博士生导师,山东大学信息科学与工程学院副院长,山东省重点学科“信号与信息处理”学术带头人。在国内外核心期刊和重要国际学术会议上发表论文150余篇,出版著作四部。主持国家自然科学基金一项,山东省自然科学基金两项,参与国家、省部级及企业项目多项。主要研究方向:软计算、信号与图像处理、4G通信关键技术、计算机网络、生物信息与海量数据挖掘。



袁东风(1958—),男,山东济南人,博士,山东大学教授,博士生导师,山东大学信息科学与工程学院院长,山东大学“信息与通信工程”一级学科博士点学术带头人,山东省“通信与信息系统”省级强化建设重点学科学术带头人,山东省“宽带无线通信技术”省级重点实验室学术带头人。主持和完成国家自然科学基金三项,山东省自然科学重点项目两项,国家和省部级重点横向项目多项。山东省有突出贡献的中青年专家,享受国务院政府特殊津贴。在国内外著名期刊和IEEE组织的国际会议上发表学术论文260余篇,出版著作四部。主要研究方向:通信理论与抗干扰技术、跨层设计、认知无线电网络等。

## 《智能科学技术著作丛书》编委会

名誉主编：吴文俊

主 编：涂序彦

副 主 编：钟义信 史忠植 何华灿 何新贵 李德毅

蔡自兴 孙增圻 谭 民 韩力群 黄河燕

秘 书 长：黄河燕

编 委：(按姓氏汉语拼音排序)

蔡庆生（中国科学技术大学）

蔡自兴（中南大学）

杜军平（北京邮电大学）

韩力群（北京工商大学）

何华灿（西北工业大学）

何 清（中国科学院计算技术研究所）

何新贵（北京大学）

黄河燕（北京理工大学）

黄心汉（华中科技大学）

焦李成（西安电子科技大学）

李德毅（中国人民解放军总参谋部第六十一研究所）

李祖枢（重庆大学）

刘 宏（北京大学）

刘 清（南昌大学）

秦世引（北京航空航天大学）

邱玉辉（西南师范大学）

阮秋琦（北京交通大学）

史忠植（中国科学院计算技术研究所）

孙增圻（清华大学）

谭 民（中国科学院自动化研究所）

谭铁牛（中国科学院自动化研究所）

涂序彦（北京科技大学）

王国胤（重庆邮电学院）

王家钦（清华大学）

王万森（首都师范大学）

吴文俊（中国科学院数学与系统科学研究院）

杨义先（北京邮电大学）

于洪珍（中国矿业大学）

张琴珠（华东师范大学）

赵沁平（北京航空航天大学）

钟义信（北京邮电大学）

庄越挺（浙江大学）

## 《智能科学技术著作丛书》序

“智能”是“信息”的精彩结晶，“智能科学技术”是“信息科学技术”的辉煌篇章，“智能化”是“信息化”发展的新动向、新阶段。

“智能科学技术”(intelligence science&technology, IST)是关于“广义智能”的理论方法和应用技术的综合性科学技术领域，其研究对象包括：

- “自然智能”(natural intelligence, NI)，包括“人的智能”(human intelligence, HI)及其他“生物智能”(biological intelligence, BI)。
- “人工智能”(artificial intelligence, AI)，包括“机器智能”(machine intelligence, MI)与“智能机器”(intelligent machine, IM)。
- “集成智能”(integrated intelligence, II)，即“人的智能”与“机器智能”人机互补的集成智能。
- “协同智能”(cooperative intelligence, CI)，指“个体智能”相互协调共生的群体协同智能。
- “分布智能”(distributed intelligence, DI)，如广域信息网、分散大系统的分布式智能。

“人工智能”学科自 1956 年诞生的，五十余年来，在起伏、曲折的科学征途上不断前进、发展，从狭义人工智能走向广义人工智能，从个体人工智能到群体人工智能，从集中式人工智能到分布式人工智能，在理论方法研究和应用技术开发方面都取得了重大进展。如果说当年“人工智能”学科的诞生是生物科学技术与信息科学技术、系统科学技术的一次成功的结合，那么可以认为，现在“智能科学技术”领域的兴起是在信息化、网络化时代又一次新的多学科交融。

1981 年，“中国人工智能学会”(Chinese Association for Artificial Intelligence, CAAI)正式成立，25 年来，从艰苦创业到成长壮大，从学习跟踪到自主研发，团结我国广大学者，在“人工智能”的研究开发及应用方面取得了显著的进展，促进了“智能科学技术”的发展。在华夏文化与东方哲学影响下，我国智能科学技术的研究、开发及应用，在学术思想与科学方法上，具有综合性、整体性、协调性的特色，在理论方法研究与应用技术开发方面，取得了具有创新性、开拓性的成果。“智能化”已成为当前新技术、新产品的发展方向和显著标志。

为了适时总结、交流、宣传我国学者在“智能科学技术”领域的研究开发及应用成果，中国人工智能学会与科学出版社合作编辑出版《智能科学技术著作丛书》。需要强调的是，这套丛书将优先出版那些有助于将科学技术转化为生产力以及对

社会和国民经济建设有重大作用和应用前景的著作。

我们相信,有广大智能科学技术工作者的积极参与和大力支持,以及编委们的共同努力,《智能科学技术著作丛书》将为繁荣我国智能科学技术事业、增强自主创新能力、建设创新型国家做出应有的贡献。

祝《智能科学技术著作丛书》出版,特赋贺诗一首:

**智能科技领域广**

**人机集成智能强**

**群体智能协同好**

**智能创新更辉煌**

中国人工智能学会荣誉理事长

2005年12月18日

## 前　　言

群智能优化算法已成为优化计算的重要研究方向,国内外众多研究者都在不断地研究和探索,使其不断发展和完善。无论是有关群智能优化算法研究队伍的规模、发表的论文数量,还是网上的信息资源,应用广度和深度,近年来发展速度都很快,并在优化计算、模式识别、信号图像处理、自动控制、机械工程、电气工程、通信工程、生物医学工程、经济管理等多领域取得了成功应用。认识、了解和学习群智能优化算法已成为理工科学生、研究学者和工程技术人员的迫切需求;掌握其基本知识并运用群智能算法解决实际应用中遇到的问题,已成为科学工作者和工程技术人员的必备技能。人工鱼群算法由我国学者李晓磊博士 2002 年首次提出,是继粒子群算法、蚁群算法之后又一种新的基于动物群体智能的优化算法,目前已成为智能算法的一个重要分支。本书系统地介绍了人工鱼群算法的理论、方法、应用及程序设计。在总结和研究人工鱼群算法的文章和应用实例的基础上,作者撰写本书。

人工鱼群算法的提出已近 10 年,这期间其理论和应用不断地发展,但至今国内外尚无一部有关这一算法及其应用方面的专著出版。作者期望为智能优化算法的教师、学生、研究人员和工程技术人员提供一本系统地介绍人工鱼群算法的理论、方法和应用实例的入门图书。

本书的一个主要特色是人工鱼群优化算法和程序相结合。人工鱼群优化算法的理论研究需要用编程来验证优化结果的可行性和算法的有效性。书中提供相关章节应用实例的 Matlab 程序设计实现的完整源代码,利用计算机 Matlab 语言编程算出结果,有利于对理论的理解和对优化算法过程的深入了解,便于读者既能学习优化算法,了解算法中各个参数及性能的关系和对结果的影响,又能掌握基本优化程序设计。

目前人工鱼群算法的理论证明和应用方面还不是很多,本书尽可能通过一些有特色的实例给出算法的基本思想或解释算法的步骤与细节,使读者对这一算法功能细节有更深入的了解,也便于读者对算法进行验证,从而增加读者对这一算法研究和应用的兴趣。

本书是作者在对多年来人工鱼群算法及其应用所进行的一系列深入研究的基础上撰写而成的,同时吸收了国内外许多具有代表性的优化方法的最新研究成果。大量的研究实例和丰富的人工鱼群算法参考文献可使读者对这一算法研究和应用进展进行了解,有助于加深对人工鱼群算法和对优化知识的理解,扩展优化应用的

知识面,快速深刻地对该算法进行认识和掌握,并对今后人工鱼群算法的改进提出建议,使其能得到更进一步的理论研究进展和深入广泛的工程应用。

本书的实例着重研究了人工鱼群优化算法和有关优化方法及搜索技术的结合,并注意与其他群智能优化算法的比较,这有助于读者进一步深入了解各种优化算法的机制、差异及优缺点,使读者易于了解算法结合的优势互补。

全书取材新颖,深入浅出,注重理论联系实际,力图用直观形象的形式描述鱼群算法的原理、思想及实现,力图体现国内外在这一算法领域的最新研究成果和应用进展,力图使其成为日后研究和应用人工鱼群算法的学者和技术人员的必备参考手册,并能有助于推动人工鱼群算法得到更深入研究和广泛应用。

全书共 7 章,第 1 章为绪论,主要介绍优化问题、几种流行的智能优化算法,并介绍人工鱼群算法应用研究现状及进展。第 2 章主要介绍基本人工鱼群算法,包括基本概念、基本术语、基本行为及算法实现。第 3 章主要介绍人工鱼群算法的性能分析及改进、算法的收敛性和鲁棒性及改进性能。第 4 章主要介绍混合鱼群算法,并通过实例进行了验证,说明混合鱼群算法在算法及应用上的有效性。第 5 章主要介绍人工鱼群算法在函数优化方面的应用,通过多种函数的应用实例,使读者可广泛了解人工鱼群算法特性,了解各种工程优化应用环境中如何获得优化性能结果。第 6 章主要介绍人工鱼群算法在相关领域中 10 个典型优化应用。第 7 章介绍了人工鱼群算法在通信领域中的 NP 类问题应用。列举了有关实例的 Matlab 完整源代码和主要的测试函数,便于读者使用和对鱼群算法性能做进一步深入研究。

本书的许多研究内容得到了近年来国家自然科学基金(60672037)、山东省自然科学基金(Y2006G06,ZR2010FM040)、山东大学“985”学科建设经费的大力支持,作者在此表示衷心的感谢。清华大学心理学与认知科学研究中心江铭虎教授,山东大学计算机科学与技术学院朱大铭教授、控制科学与工程学院李晓磊教授认真阅读了书稿,并提出了很好的修改建议;书中有些应用实例来自作者指导的研究生程永明、刘彦君、朱孔村、庞路等同学的研究工作,谨此致谢。

由于作者水平有限,书中难免出现不妥及疏漏之处,敬请读者批评指正。

江铭炎 袁东风  
2011 年 4 月于山东大学

# 目 录

## 《智能科学技术著作丛书》序

### 前言

<b>第1章 绪论</b>	1
1.1 优化问题	1
1.1.1 优化的概念与数学模型	1
1.1.2 优化问题与方法的分类	3
1.1.3 优化问题的复杂性	3
1.2 优化算法发展状况	5
1.3 群智能优化算法概况	7
1.4 几种群智能优化算法简介	10
1.4.1 标准遗传算法	10
1.4.2 粒子群算法	13
1.4.3 蚁群算法	17
1.5 人工鱼群算法研究与应用概述	20
1.5.1 鱼群算法的提出与改进	20
1.5.2 鱼群算法与其他算法的融合	22
1.5.3 人工鱼群算法在多领域中的应用	24
1.5.4 人工鱼群算法总结	30
1.6 群智能优化算法的发展展望	31
1.7 本章小结	33
参考文献	33
<b>第2章 基本人工鱼群算法</b>	42
2.1 引言	42
2.2 鱼群模式概论	42
2.2.1 鱼群模式的提出	42
2.2.2 人工鱼的结构模型	43
2.3 人工鱼的四种基本行为算法描述	45
2.4 人工鱼群算法的寻优原理	48
2.5 仿真实验及参数设置性能	50
2.5.1 仿真实验	50

2.5.2 人工鱼群算法的收敛基础	53
2.5.3 各种参数对收敛性能的影响分析	53
2.6 拥挤度因子对优化的影响	54
2.6.1 拥挤度因子的定义	55
2.6.2 拥挤度因子的作用机理	55
2.6.3 仿真实验	57
2.6.4 分析和结论	59
2.7 距离对人工鱼群算法收敛性能的影响	59
2.7.1 人工鱼移动策略的改进	59
2.7.2 常用距离介绍	60
2.7.3 仿真实验	63
2.7.4 分析和结论	66
2.8 Matlab 程序设计	67
2.8.1 第 2.5 节实例程序设计	68
2.8.2 第 2.7 节实例程序设计	76
2.9 本章小结	84
参考文献	85
<b>第 3 章 人工鱼群算法的分析与改进</b>	<b>86</b>
3.1 人工鱼群算法全局收敛的基础	86
3.2 人工鱼群算法收敛性分析	87
3.2.1 简单随机搜索	87
3.2.2 全局收敛性	87
3.3 鱼群算法参数对优化结果的影响分析	88
3.4 需要改进鱼群算法的原因	91
3.4.1 自适应步长	92
3.4.2 公告牌的引入	92
3.4.3 生存竞争机制的提出	93
3.4.4 其他一些改进思路	94
3.5 自适应视野和步长的人工鱼群算法	97
3.5.1 人工鱼群算法的改进	97
3.5.2 自适应视野和步长的实现	101
3.5.3 改进后人工鱼群算法的特点	104
3.5.4 参数对优化的影响	105
3.6 仿真实验	107
3.7 全局人工鱼群算法	110

3.7.1 全局鱼群算法人工鱼的行为描述 .....	110
3.7.2 全局人工鱼群算法流程 .....	112
3.7.3 全局人工鱼群算法性能的验证 .....	114
3.8 并行人工鱼群算法 .....	118
3.8.1 鱼群算法并行化的目的 .....	118
3.8.2 并行鱼群算法的并行性分析 .....	118
3.8.3 并行鱼群算法实现方法的分类 .....	119
3.8.4 并行鱼群算法的实现方法 .....	119
3.9 Matlab 程序设计 .....	122
3.10 本章小结 .....	131
参考文献 .....	131
<b>第4章 混合鱼群算法 .....</b>	<b>133</b>
4.1 基于量子理论的人工鱼群算法 .....	133
4.1.1 量子计算 .....	133
4.1.2 量子人工鱼群算法 .....	134
4.1.3 仿真实验及其结果讨论 .....	136
4.2 基于量子理论的小生境人工鱼群算法 .....	139
4.2.1 小生境技术和控制竞争选择策略 .....	140
4.2.2 小生境量子人工鱼群算法 .....	141
4.2.3 实验结果 .....	142
4.2.4 分析和结论 .....	144
4.3 模拟退火——鱼群混合优化算法 .....	144
4.3.1 模拟退火算法 .....	145
4.3.2 全局鱼群算法和模拟退火算法的混合算法 .....	147
4.4 混沌人工鱼群算法 .....	149
4.4.1 混沌搜索 .....	149
4.4.2 反馈策略 .....	150
4.4.3 基于混沌搜索和反馈策略的改进人工鱼群算法 .....	151
4.4.4 分析和结论 .....	154
4.5 本章小结 .....	154
参考文献 .....	155
<b>第5章 人工鱼群算法在函数优化中的应用 .....</b>	<b>157</b>
5.1 无约束优化测试函数 .....	157
5.2 有约束优化测试函数 .....	158
5.3 多目标优化测试函数 .....	160

5.3.1 多目标优化问题 .....	160
5.3.2 多目标优化问题的求解方法 .....	161
5.3.3 多目标优化评价指标 .....	163
5.3.4 基于人工鱼群算法的多目标优化 .....	165
5.4 基于非劣排序和最大最小策略解决多目标优化问题 .....	172
5.4.1 多目标优化方法 .....	173
5.4.2 仿真分析和结论 .....	175
5.5 整数优化测试函数 .....	177
5.6 动态优化测试函数 .....	178
5.6.1 动态优化问题中鱼群算法的搜索策略 .....	178
5.6.2 鱼群算法的动态响应策略 .....	179
5.6.3 动态优化的性能评价与分析 .....	180
5.7 Matlab 程序设计 .....	180
5.8 本章小结 .....	193
参考文献 .....	193
<b>第6章 人工鱼群算法应用 .....</b>	<b>195</b>
6.1 组合优化问题求解 .....	195
6.1.1 组合优化问题 .....	195
6.1.2 鱼群算法的 TSP 求解 .....	197
6.2 神经网络优化 .....	203
6.2.1 前向神经网络模型 .....	204
6.2.2 鱼群算法结构及相关定义 .....	205
6.2.3 前向神经网络的训练过程 .....	207
6.2.4 实验结果 .....	207
6.3 数字滤波器的优化设计 .....	208
6.3.1 数字滤波器 .....	208
6.3.2 鱼群算法设计滤波器 .....	209
6.3.3 分析和结论 .....	211
6.4 信号处理 .....	211
6.4.1 小波阈值去噪 .....	211
6.4.2 鱼群算法优化 .....	213
6.5 波达方向估计 .....	214
6.5.1 波达方向估计问题 .....	214
6.5.2 鱼群算法的波达方向估计 .....	215
6.5.3 分析和结论 .....	217

---

6.6 波束成型技术 .....	217
6.6.1 问题的提出 .....	217
6.6.2 方法和步骤 .....	218
6.6.3 分析和结论 .....	222
6.7 车间作业调度 .....	223
6.7.1 车间作业调度问题 .....	223
6.7.2 加入禁忌策略的人工鱼群算法 .....	224
6.7.3 带禁忌策略的鱼群算法解决车间作业调度问题 .....	225
6.7.4 实验结果及分析 .....	227
6.8 数据模糊聚类 .....	228
6.8.1 聚类 .....	228
6.8.2 聚类方法分类 .....	230
6.8.3 几种聚类算法 .....	231
6.8.4 基于全局人工鱼群算法的聚类算法 .....	233
6.8.5 基于鱼群算法的模糊聚类分析 .....	235
6.9 数据挖掘 .....	236
6.9.1 预处理 .....	236
6.9.2 人工鱼群算法对文档矩阵进行聚类 .....	238
6.9.3 结果评价与总结 .....	239
6.10 多阈值图像分割 .....	241
6.10.1 人工鱼群算法中改进的自适应步长 .....	241
6.10.2 基于改进人工鱼群算法的图像分割 .....	242
6.11 Matlab 程序设计 .....	244
6.12 本章小结 .....	253
参考文献 .....	254
<b>第 7 章 人工鱼群算法在通信领域中的应用 .....</b>	<b>256</b>
7.1 路由选择与优化 .....	256
7.1.1 路由优化的数学模型 .....	256
7.1.2 实验仿真结果及分析 .....	259
7.2 无线传感器网络覆盖优化 .....	261
7.2.1 无线传感器网络 .....	261
7.2.2 无线传感器网络覆盖问题 .....	262
7.2.3 基于人工鱼群算法的无线传感器网络覆盖优化 .....	265
7.3 多用户 OFDM 系统资源分配 .....	270
7.3.1 OFDM 技术 .....	270

7.3.2 自适应资源分配的概念 .....	270
7.3.3 多用户 OFDM 系统资源自适应分配算法 .....	273
7.4 扩频码估计 .....	279
7.4.1 扩频技术 .....	279
7.4.2 人工鱼群算法中的跳跃行为 .....	280
7.4.3 使用鱼群算法估计扩频序列 .....	281
7.4.4 仿真结果与讨论 .....	282
7.5 多用户检测 .....	284
7.5.1 多用户检测问题 .....	284
7.5.2 多用户检测的实现 .....	284
7.5.3 使用鱼群算法的多用户检测 .....	287
7.5.4 分析和结论 .....	289
7.6 认知无线电频谱分配 .....	290
7.6.1 认知无线电技术 .....	290
7.6.2 认知无线电中的频谱分配问题 .....	292
7.6.3 基于人工鱼群算法的认知无线电频谱分配 .....	294
7.7 其他应用举例 .....	298
7.7.1 最佳路由选择问题 .....	298
7.7.2 链路容量与流量分配问题 .....	299
7.8 本章小结 .....	300
参考文献 .....	300
附录 .....	303
附录 A 常用术语英汉对照表 .....	303
附录 B 测试函数集 .....	304

# 第1章 绪论

## 1.1 优化问题

### 1.1.1 优化的概念与数学模型

人们做任何一件事,不论是分析问题,还是进行综合、做出决策,都要用一种标准来衡量一下是否达到了最优。在科学实验、生产技术改进、工程设计以及生产计划管理、社会经济问题中,人们总倾向于采取某种措施,以便在有限的资源条件下或规定的约束条件下得到最满意的效果,这就引出了优化问题。

优化是指在合理的时间范围内为一个优化问题寻找最优可行解的过程,其中优化问题的可行解之间是可以进行量化比较的。所谓优化问题,就是在满足一定的约束条件下,寻找一组参数值,以使系统(或函数)的某些最优性度量得到满足,使系统的某些性能指标达到最大或最小。优化问题的应用涉及工业、社会、经济、管理等各个领域,其重要性是不言而喻的。

寻求问题最优可行解过程的第一步是要对问题进行描述和建立问题的数学模型,即利用数学方程式和不等式来描述说明所求的优化问题,其中包括目标函数和约束条件,而识别目标、确定目标函数的数学表达形式尤为关键。优化问题根据目标函数、约束函数的性质以及优化变量的取值等可以分成多种类型,每一种类型的优化问题根据性质的不同都有其特定的求解方法。

解决优化问题的主要手段是建立数学模型,求解最优策略。不失一般性,设所考虑的优化问题为

$$\min \sigma = f(X) \quad (1.1)$$

$$\text{s. t. } X \in S = \{X \mid g_i(X) \leqslant 0, i = 1, \dots, m\}$$

式中,  $\sigma = f(X)$  为目标函数,  $g_i(X)$  为约束函数,  $S$  为约束域,  $X$  为  $n$  维优化变量。当  $X$  为连续变量时,最优化问题为函数优化问题;当  $X$  为离散变量时,最优化问题变为组合优化问题。通常,最小化问题很容易转换为最大化问题 [ $\sigma = -f(X)$ ],如  $g_i(X) \geqslant 0$  的约束也可以转换为  $-g_i(X) \leqslant 0$  的约束,所以式(1.1)所描述的优化问题不失一般性。

当  $f(X), g_i(X)$  为线性函数且  $X \geqslant 0$  时,上述优化问题即为线性规划问题,其求解方法有成熟的单纯形法和卡马卡(Karmarkar)方法。

当  $f(X)$ 、 $g_i(X)$  中至少有一个函数为非线性函数时, 上述问题即为非线性规划问题。非线性规划问题相当复杂, 其求解方法多种多样, 但到目前为止仍然没有一种有效的适合所有问题的方法。

当优化变量  $X$  仅取整数值时, 上述问题即为整数规划问题, 特别是当  $X$  仅能取 0 或 1 时, 上述问题即为 0-1 规划问题。由于整数规划问题属于组合优化范畴, 其计算量随变量维数的增长而呈指数增长, 因此存在着维数灾难问题。

当  $g_i(X) \leq 0 (i=1, \dots, m)$  所限制的约束空间为整个  $n$  维欧氏空间, 即  $\mathbf{R}^n$  时, 上述优化问题为无约束优化问题, 即

$$\min \sigma = f(X) \quad (1.2)$$

式中,  $X \in S \subset \mathbf{R}^n$ 。

对于非线性规划问题, 函数的非线性使得问题的求解变得十分困难, 特别是当目标函数在约束域内存在多峰值时, 常见的求解非线性问题的优化方法其求解结果与初值的选择关系很大。也就是说, 一般的约束或无约束非线性优化方法均是求目标函数在约束域内的近似极值点, 而非真正的极值点。

优化问题的解包括全局最优解和局部最优解, 有些优化问题, 如 NP 问题 (non-polynomial problem) 只能取得局部最优解或次优解。

自然科学和社会科学中的大量问题可归结为求一个全局优化问题的解, 其数学模型如下:

给定一个函数  $f: S \subseteq \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}, S \neq \emptyset$ , 对于  $x^* \in S$ , 函数值  $f^* := f(x^*) > -\infty$  称为全局最小, 当且仅当

$$\forall x \in S: f(x^*) \leq f(x) \quad (1.3)$$

则  $x^*$  是一个全局最小点,  $f$  是目标函数, 集合  $S$  是可行区域。确定一个全局最小点的问题称为全局最小优化问题; 反之, 若是求一个全局最大点, 则称为全局最大优化问题。

若当  $f: B \subseteq \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}, B \neq \emptyset$  时, 有  $\forall x \in B: f(x^*) \leq f(x)$ , 则  $x^*$  是一个局部极小点。

所谓优化算法, 其实就是一种搜索过程或规则, 它是基于某种思想和机制, 通过一定的途径或规则来得到满足用户要求的问题的解, 目标是找出优化问题的一个解, 使得一个给定的量得到最优化。

由式(1.3)可见, 每一个优化问题都包含以下基本要素<sup>[1]</sup>。

(1) 一个目标函数: 代表那个需要优化的量, 即需要被最大化或最小化的量, 令  $f$  代表目标函数。

(2) 一组未知数或者变量: 它们影响目标函数的值, 若  $x$  代表未知数, 则  $f(x)$  度量了候选解  $x$  的质量。

(3) 一组约束条件: 它们约束着那些可以被赋予未知数的值。