高等院校物理类规划教材

理论物理概论

上册

胡承正 周详 缪灵 编著

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

高等院校物理类规划教材

理论物理概论

上册

胡承正 周 详 缪 灵 编著

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

理论物理概论. 上/胡承正,周详,缪灵编著. —武汉：武汉大学出版社,2010.12

高等院校物理类规划教材

ISBN 978-7-307-08058-4

Ⅰ.理…　Ⅱ.①胡…　②周…　③缪…　Ⅲ.理论物理学—高等学校—教材　Ⅳ.O41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 150109 号

责任编辑:任仕元　史新奎　　责任校对:黄添生　　版式设计:马　佳

出版发行：武汉大学出版社　(430072　武昌　珞珈山)

(电子邮件：cbs22@whu.edu.cn　网址：www.wdp.com.cn)

印刷:湖北省京山德兴印务有限公司

开本：720×1000　1/16　印张:19.75　字数:341 千字　插页:1

版次:2010 年 12 月第 1 版　2010 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-08058-4/O·430　定价:30.00 元

序

理论物理包括理论力学、电动力学、热力学与统计物理学、量子力学，俗称“四大力学”。它是物理类本科生极为重要的专业基础课程，难度也比较大。对于非物理类理工科(特别是应用物理专业)学生，由于以后所从事的工作和在校学时的安排，他们既需要学习这方面的所有核心知识点和主要内容，又无须学得过深、过细，且难度上也应有所降低。因此，在高等院校的物理教学中通常都把它整合成一门课程，即理论物理予以讲授。不过，适合理论物理这门课程的教材却不多见。国内外已出版的同类著作虽然也有一些，但有的过于专深；有的虽简单，但大多是将传统的四大力学内容压缩后分开编写的。本教材的编写立足于将理论物理看做一个整体，注重将四大力学有机地结合，内容上包括四大力学的基本概念、理论和方法，程度上又便于非物理类理工科学生接受。

学生在学习新知识时往往会遇到要利用所学过的知识作基础的情况，然而以前学过的概念、定理却不一定能直接导出所涉及的内容。比如：热力学与统计物理学中双原子分子的转动能就要利用到理论力学中转动的知识。双原子分子的转动可以视为一个自由转子，属二维刚体(刚性杆)的定点转动，但理论力学中刚体的转动能是用三个欧拉角表示的，属三维刚体的定点转动，这就需要将后者化简成前者。另外，刚体的转动能在理论力学中通常写成角速度的函数，但双原子分子的转动能却要表示成广义动量的形式，这就需要利用理论力学中广义坐标和广义动量的定义式。经过以上两步才能得到恰当的双原子分子转动能的表示式。当然，这样的推导在将四大力学分开单独出版发行的教材中是难以找到的。这一来是它们的作者各不相同，二来是各不相同的作者追求的是自成体系，而非彼此间的联系。这样的推导在将四大力学整合成一门理论物理课程出版发行的教材中也是难以找到的。这是因为过于专深的教材不屑于此，而相对浅显的教材又未顾及此。本教材将尽可能弥补这些方面的不足或遗憾，借以让那些喜欢打破沙锅问到底的读者对此

类问题搜索的结果不再是空白。

本教材作者无意追求涵盖面之广博，论述点之高深，而力争做到使讲授者易教，学习者易学，阅读者易懂。

作者

2010 年 8 月

于武汉珞珈山

前　　言

理论力学、电动力学、热力学与统计物理学、量子力学是物理类本科生极为重要的四门专业基础课程，理论性强，难度大。为了使非物理类理工科学生既学习了这方面的理论和方法，又略去不必要的内容和适当降低难度，在高等院校的物理教学中通常都把它整合成一门课程，即理论物理予以讲授。本书的编写立足于把理论物理看做一个整体，注重将四大力学有机地结合，内容上包括四大力学的基本概念、理论和方法，程度上便于非物理类理工科学生接受。

(1)本书分上、下两册，以便于讲授者根据专业具体情况有选择地教学。上册介绍基本理论，内容包括牛顿力学、热现象的基本规律、电磁理论、狭义相对论、量子力学初步、近独立粒子体系。下册是这些理论的综合、提高与应用，内容包括分析力学、振动与转动、碰撞与散射、经典与量子理想气体、原子与原子核、万有引力与天体。

(2)本书无意追求内容之广博、论证之深奥，而力求将基本理论讲清楚，将实际应用讲明白，将计算推导讲细致；争取做到使讲授者易教，学习者易学，阅读者易懂。

(3)本书各章结尾处均配有相关的示范性例题和难易程度不等的习题，以帮助读者加深对所学知识的理解。

(4)本书还安排了一些对应的阅读材料来介绍对物理学的发展作出过重要贡献的人物以及物理学的进步对社会和人类生活的巨大影响。希望读者能从中得到启发，受到教益。

(5)为了配合讲授、学习和阅读，本套教材还有配套的包含各章重点、难点及全部习题题解的《理论物理概论学习指导》。

(6)随着教材的使用和推广，还将在广泛征求意见的基础上推出与本套教材配套的多媒体电子课件。真诚地欢迎使用本套教材的广大老师和读者与作者或出版社联系，多提宝贵意见，多谈教学心得体会，多提供课件素材。

本书的出版是与武汉大学出版社、武汉大学教务部、武汉大学物理科学与

技术学院的支持分不开的。在此，作者对为本书能够得以出版提供过帮助的领导和同仁致以衷心的谢意。作者特别感谢武汉大学出版社任仕元老师为本书出版所付出的辛劳。

由于水平有限，书中难免有不当或疏漏之处，恳请读者批评指正。

作者

2010 年 8 月

于武汉珞珈山

目　　录

上　　册

第1章 牛顿力学

本章内容包括质点(质点系)运动学、静力学与动力学。运动学介绍参考系与坐标系、速度与加速度、运动方程等。静力学介绍力的分析、力的合成与分解、力的平衡、力矩等。动力学介绍牛顿三定律、功与能、动量与冲量、动能定理与动量定理、机械能守恒等。

1.1 物体的运动

1.1.1 机械运动、质点和刚体

客观存在是由物质所构成的，而物质都在运动。力学是研究物体机械运动一般规律的科学。所谓**机械运动**是指物体在空间的位置随时间的变化。机械运动是一种最简单、最常见的运动。力学研究中，物体通常抽象为**质点**和**刚体**两种模型。如果物体运动的范围比物体本身尺度大很多，我们可以把它看做没有形状大小、只有一定质量的几何点，称其为**(质)点**。如果物体的形状大小不能忽略，但在所研究的问题中，它的形变可以忽略，则物体便可抽象为**刚体**。除非特别声明，下面所讨论的主要是指质点的机械运动。

1.1.2 参考系与坐标系、运动方程

实际中并不存在绝对静止的物体，因此物体的运动只能相对地描写。为了确定一个物体在空间的位置，必须先选择某一特定物体作参考物，这个被选作参考的标准物体叫做**参考系**。选择不同的参考系来描写同一个物体的运动可能有不同的结果。比如：坐在火车车厢里的乘客，以运动的火车为参考系，乘客是静止的；而以路面为参考系，则乘客随火车一道运动。又如：从高处自由落到地面的重物，站在地面上的人观察，它做直线运动；而坐在车厢里的人观察，它做曲线运动。这些事实说明运动具有相对性。所谓运动和静止都是相对

选定的参考系而言的。

参考物体确定后，为了定量描写任意物体相对这一参照物在空间的位置，还必须引入固连其上的**坐标系**。这个坐标系称为**参考坐标系**，也简称**参考系**。质点的运动可以很方便地利用参考坐标系来描写。例如：质点在时刻 t 的位置 P，可以用一个从原点 O 到 P 点的有向线段(矢量)$\boldsymbol{r}$ 来表示。$\boldsymbol{r}$ 称为**位置矢量**，或**位矢**，它是时间的函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1.1.1}$$

上述方程叫做**质点的运动方程**。随着时间的变化，$\boldsymbol{r}$ 的端点 P 在空间描绘出一条曲线，叫做**质点的运动轨迹(或轨道)**。方程(1.1.1)是运动方程的矢量形式，它也可以表示成分量形式。例如：在直角坐标系中，运动方程变成如下形式：

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

或

$$x=x(t),\quad y=y(t),\quad z=z(t) \tag{1.1.2}$$

式中：x，y，z 是 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴上的投影，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别是 x 轴、y 轴、z 轴上的单位矢量。

1.1.3 位移、速度和加速度

若质点在时刻 t 位于 P，位矢为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，经过 Δt 后位于 P'，位矢为 $\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$(见图 1.1)，则 Δt 时间内位矢的改变量叫做该段时间内质点的位移。它是一个矢量，记为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t) \tag{1.1.3}$$

质点在 Δt 时间内运动的快慢可以用 Δt 时间内的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与 Δt 之比来表示，记为

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.1.4}$$

叫做质点在 Δt 时间内的**平均速度**。平均速度也是一个矢量，它的方向与位移方向相同。平均速度不能反映质点在 t 时刻(又称瞬时)运动的快慢。为此，可逐渐减小 Δt 使之趋近于零，这时，平均速度将趋于一个极限值，它就是质点在瞬时 t 的速度，叫做**瞬时速度**，或**即时速度**，也简称**速度**，记为①

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dot{\boldsymbol{r}} \tag{1.1.5}$$

① 变量上方的点号表示该变量对时间的一次导数。

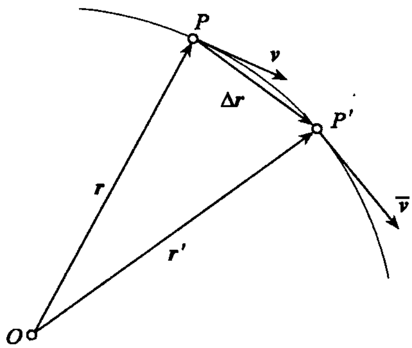

图 1.1　速度示意图

显然，速度为矢量，在国际(SI)单位制中，它的单位是米/秒(m/s)。由图可见，当$\Delta t\to 0$，P'点将越来越靠近 P 点，$\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向最终将与 P 点的切线方向一致，因此，速度方向即沿该时刻质点所在运动轨道对应点处的切线方向且指向运动的前方。速度的大小通常称**速率**，记为

$$v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t} \tag{1.1.6}$$

如果以 Δs 表示 Δt 时间内质点沿轨道所走过的路程，那么当 $\Delta t\to 0$ 时有 $|\Delta\boldsymbol{r}|\to\Delta s$，因此

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\dot{s} \tag{1.1.7}$$

质点运动时，不仅速度的大小可能改变，而且速度的方向也可能改变(见图 1.2)。在运动学中，用**加速度**来描写速度大小和方向的变化情况。设时刻 t，质点在 P 处的速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，时刻 $t+\Delta t$，质点在 P'处的速度为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，那么时间 Δt 内，质点的**平均加速度**定义为

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)}{\Delta t} \tag{1.1.8}$$

当 $\Delta t\to 0$ 时，平均加速度趋向一个极限值，称为质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度，记为①

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\dot{\boldsymbol{v}}=\ddot{\boldsymbol{r}} \tag{1.1.9}$$

① 变量上方的两点表示该变量对时间的二次导数。

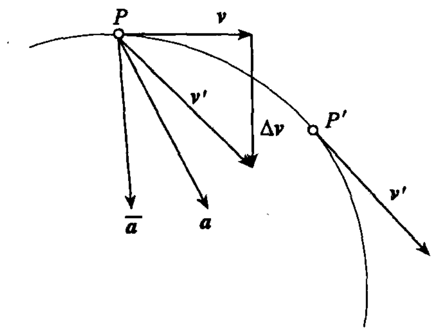

图 1.2 加速度示意图

加速度同样是矢量，在国际(SI)单位制中，它的单位是米/秒^2($\mathrm{m/s^2}$)。$\boldsymbol{a}>0$ 时，物体做加速运动；$\boldsymbol{a}<0$ 时，物体做减速运动，通称加速运动，但加速度可取正、负值。

1.1.4 几种坐标系中速度与加速度的表达式

1. 直角坐标系

任意一个矢量都可以表示成它在三个坐标轴上的投影(分量)的矢量和，因此

$$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{r}(t+\Delta t)=x(t+\Delta t)\boldsymbol{i}+y(t+\Delta t)\boldsymbol{j}+z(t+\Delta t)\boldsymbol{k} \tag{1.1.10}$$

进而

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)=\Delta x\,\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k} \tag{1.1.11}$$

式中：$\Delta x=x(t+\Delta t)-x(t)\quad \Delta y=y(t+\Delta t)-y(t)\quad \Delta z=z(t+\Delta t)-z(t)$

由此得

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k}$$

$$=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

或

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k} \tag{1.1.12}$$

这里，v_x，v_y，v_z 是 $\boldsymbol{v}$ 在三个坐标轴上的投影(或分量)，而 $\boldsymbol{v}$ 的大小，即速率

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2} \tag{1.1.13}$$

$\boldsymbol{v}$ 的方向由三个方向余弦确定：

$$\cos(\boldsymbol{v},\ \boldsymbol{i})=\frac{v_x}{v}=\frac{\dot{x}}{v}\qquad \cos(\boldsymbol{v},\boldsymbol{j})=\frac{v_y}{v}=\frac{\dot{y}}{v}\qquad \cos(\boldsymbol{v},\ \boldsymbol{k})=\frac{v_z}{v}=\frac{\dot{z}}{v} \tag{1.1.14}$$

这里，$\cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{i})$，$\cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{j})$，$\cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{k})$分别表示 $\boldsymbol{v}$ 与 x 轴、y 轴、z 轴正向的夹角。

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\ddot{x}\boldsymbol{i}+\ddot{y}\boldsymbol{j}+\ddot{z}\boldsymbol{k} \tag{1.1.15}$$

$\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$a=\sqrt{a_x{}^2+a_y{}^2+a_z{}^2}=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2+\ddot{z}^2} \tag{1.1.16}$$

$\boldsymbol{a}$ 的方向由下面方向余弦确定：

$$\cos(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{i})=\frac{a_x}{a}=\frac{\ddot{x}}{a} \quad \cos(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{j})=\frac{a_y}{a}=\frac{\ddot{y}}{a} \quad \cos(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{k})=\frac{a_z}{a}=\frac{\ddot{z}}{a} \tag{1.1.17}$$

$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 为 x 轴、y 轴、z 轴上的单位矢量。

2. 平面极坐标系

如果质点的运动局限在一平面内，那么可以选择**平面极坐标**来描写它的运动。令 $\boldsymbol{i}$ 表示沿位矢且指向离开原点方向的单位矢量，$\boldsymbol{j}$ 表示与 $\boldsymbol{i}$ 垂直且指向极角 θ 增加方向的单位矢量。值得注意的是，与直角坐标系的情形不同，这里 $\boldsymbol{i}$ 和 $\boldsymbol{j}$ 是两个方向会发生改变的单位矢量(**变矢量**)。如在位置 P 为 $\boldsymbol{i}$，而在位置 P' 为 $\boldsymbol{i}'$(见图 1.3)，其改变量为

$$\Delta\boldsymbol{i}=\boldsymbol{i}'-\boldsymbol{i} \tag{1.1.18}$$

大小为

$$|\Delta\boldsymbol{i}|=2|\boldsymbol{i}|\sin\frac{\Delta\theta}{2}=2\sin\frac{\Delta\theta}{2} \tag{1.1.19}$$

式中：$|\boldsymbol{i}|=1$，$\Delta\theta$ 是位矢 $\boldsymbol{OP}$ 与 $\boldsymbol{OP}'$ 间的夹角。当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta\to 0$，$\sin\frac{\Delta\theta}{2}\sim\frac{\Delta\theta}{2}$，$\Delta\boldsymbol{i}\perp\boldsymbol{i}$，即沿 $\boldsymbol{j}$ 方向。由此得到单位矢量 $\boldsymbol{i}$ 随时间的变化率：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{i}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{2\cdot\Delta\theta/2}{\Delta t}\boldsymbol{j}=\dot{\theta}\,\boldsymbol{j} \tag{1.1.20}$$

类似地，有

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{j}}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{j}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{2\cdot\Delta\theta/2}{\Delta t}(-\boldsymbol{i})=-\dot{\theta}\boldsymbol{i} \tag{1.1.21}$$

在极坐标中 $\boldsymbol{r}=r\boldsymbol{i}$，所以

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+r\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}}{\mathrm{d}t}=\dot{r}\boldsymbol{i}+r\dot{\theta}\,\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\dot{r}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dot{r}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}(r\dot{\theta})}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+r\dot{\theta}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{j}}{\mathrm{d}t}$$

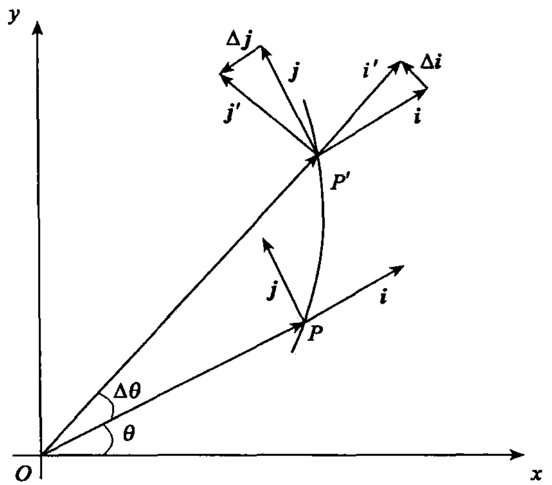

图 1.3 极坐标中方向矢量时间变化率

$$=\ddot{r}\boldsymbol{i}+\dot{r}\dot{\theta}\boldsymbol{j}+(\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta})\boldsymbol{j}+r\dot{\theta}(-\dot{\theta}\boldsymbol{i})=(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)\boldsymbol{i}+(r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta})\boldsymbol{j} \tag{1.1.22}$$

即

$$\boldsymbol{v}=v_r\boldsymbol{i}+v_\theta\boldsymbol{j}=\dot{r}\boldsymbol{i}+r\dot{\theta}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=a_r\boldsymbol{i}+a_\theta\boldsymbol{j}=(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)\boldsymbol{i}+(r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta})\boldsymbol{j} \tag{1.1.23}$$

式中：$\boldsymbol{i}$ 和 $\boldsymbol{j}$ 相当于沿位矢和垂直位矢的两个坐标轴，而下标 r、θ 则表示沿这两个坐标轴的分量。

3. 自然坐标系

运动轨迹为一条平面曲线的质点，除了用上面的平面极坐标系描写外，通常还利用自然坐标系描写。令 $\boldsymbol{\tau}$ 表示沿速度即轨道切线方向的单位矢量，$\boldsymbol{n}$ 表示与切线垂直(法线)且指向曲率中心的单位矢量。所谓**自然坐标系**就是用这两个方向上的分量来表示一个矢量的坐标系。应该注意，$\boldsymbol{\tau}$ 和 $\boldsymbol{n}$ 同样是变矢量。例如：位置 P 处切线上单位矢量为 $\boldsymbol{\tau}$，位置 P' 处切线上单位矢量为 $\boldsymbol{\tau}'$(见图 1.4)，它们改变量的大小为

$$|\Delta\boldsymbol{\tau}|=|\boldsymbol{\tau}'-\boldsymbol{\tau}|=2|\boldsymbol{\tau}|\sin\Delta\theta/2=2\sin\Delta\theta/2 \tag{1.1.24}$$

这里，$\Delta\theta$ 是 P 与 P' 处法线间的夹角。当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta\to 0$，$P'\to P$，两法线交点位置趋向于曲率中心。设位置 P 处曲率半径为 ρ，那么 $\boldsymbol{\tau}$ 随时间的变化率

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{\tau}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\boldsymbol{n}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\frac{1}{\rho}\boldsymbol{n}=\frac{v}{\rho}\boldsymbol{n} \tag{1.1.25}$$

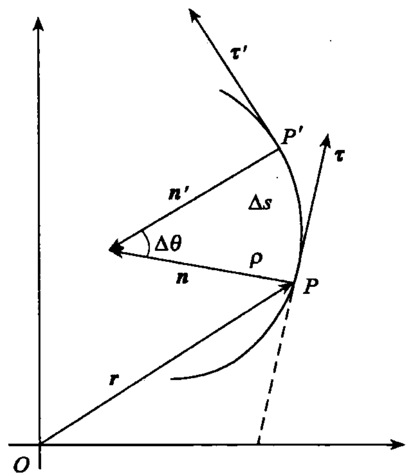

图 1.4 切线上单位矢量的变化

显然，在自然坐标系中

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)=v(t)\boldsymbol{\tau} \qquad v=v(t)=|\boldsymbol{v}(t)| \tag{1.1.26}$$

从而

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t}=\dot{v}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$$

或

$$\boldsymbol{a}=a_\tau\boldsymbol{\tau}+a_n\boldsymbol{n}=\dot{v}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n} \tag{1.1.27}$$

式中：a_τ 称为切向加速度，a_n 称为法向加速度。因为 a_τ 始终与速度同方向，所以它只能改变速度的大小，而不能改变速度的方向；因为 a_n 始终与速度垂直，所以它只能改变速度的方向，而不能改变速度的大小。

1.1.5 匀速直线运动与匀加速直线运动

轨迹为直线的运动叫做**直线运动**。质点做直线运动时，Δt 时间内走过的路程与 Δt 时间内产生的位移相等，$\Delta s=|\Delta\boldsymbol{r}|$；运动速度的方向不会改变，法向加速度总为零。如果这时速度的大小也不改变，则叫做**匀速直线运动**；如果速度大小发生改变，但加速度保持不变，则叫做**匀加速直线运动**。若时刻 $t=$