



普通高等教育“十二五”规划教材  
全国高校教材学术著作出版审定委员会审定

Mechanics of Materials  
**材料力学**

I

主编 常 红 赵子龙



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材  
全国高校教材学术著作出版审定委员会审定

# 材料力学

(I)

主编 常 红 赵子龙

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本教材是根据普通高等学校材料力学教学基本要求而编写的。全书分 I、II 两册，共 16 章。I 册为材料力学的基础部分，内容包括：绪论，轴向拉伸、压缩与剪切，扭转，弯曲内力，弯曲应力，弯曲变形，应力、应变分析及强度理论，组合变形，压杆稳定，平面图形的几何性质等。II 册为材料力学的加深与扩展部分，内容包括：能量法，超静定结构，扭转及弯曲的几个补充问题，动载荷，交变应力，杆件的塑性变形，电测实验应力分析基础等。各章配有适量的思考题及习题，书后附有参考答案。

本教材可作为高等学校工科本科各专业的材料力学教材，也可供大专院校及工程技术人员参考。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学/常红，赵子龙主编. —北京：科学出版社，2012

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-033393-3

I. ①材… II. ①常… ②赵… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字（2012）第010293号

责任编辑：相凌 / 责任校对：郑金红

责任印制：张克忠 / 封面设计：陈四雄

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码100717

<http://www.sciencep.com>

北京市文林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2012年2月第一版 开本：787×1092 1/16

2012年2月第一次印刷 印张：17 1/4

字数：430 000

定价：60.00元（全2册）

（如有印装质量问题，我社负责调换）

# 前　　言

材料力学是高等工科院校机械类专业的一门主干课程。作者在长期的教学实践中积累了一些有益的教学经验，同时也对材料力学教材进行了深入的学习和研究。经过努力，编写了这套适合普通高校工科学生使用的材料力学教材。

在编写中，按照大纲要求，结合以往的教学经验，力求做到由浅入深、循序渐进、条理清楚、通俗易懂。书中给出了较多的例题，既便于教学又可帮助自学，同时各章配有思考题和习题，便于学生掌握材料力学的基本概念和基本理论。全书分Ⅰ、Ⅱ两册，共16章。Ⅰ册共9章，包括轴向拉压、扭转、弯曲、应力状态与强度理论、压杆稳定等材料力学的基础内容。Ⅱ册共7章，包括能量法、动载荷、交变应力、杆件的塑性变形等加深与扩展的内容。

本书由常红、赵子龙任主编。马崇山、王灵卉任副主编。参加编写的有：常红（第1、9章）、赵子龙（第10、11章）、马崇山（第7章）、王灵卉（第4、8章）、李建宝（第5、12、16章）、陈艳霞（第2章）、李兴莉（第3、13章）、张伟伟（第6、15章）、张旭红（第14章、附录A）。Ⅰ册由常红统稿，Ⅱ册由赵子龙统稿。

限于编者水平，书中难免存在不足之处，恳请读者批评指正。

编　　者

2011年10月

# 目 录

## 前言

<b>第1章 绪论</b>	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的基本假设	2
1.3 外力及其分类	3
1.4 内力、截面法和应力	4
1.5 变形与应变	7
1.6 构件变形的基本形式	8
思考题	10
习题	10
<b>第2章 轴向拉伸、压缩与剪切</b>	12
2.1 轴向拉伸与压缩的概念及实例	12
2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力	12
2.3 轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力	17
2.4 材料拉伸时的力学性能	19
2.5 材料压缩时的力学性能	24
2.6 直杆轴向拉伸或压缩时的强度计算	25
2.7 直杆轴向拉伸或压缩时的变形	29
2.8 轴向拉伸或压缩时的应变能	34
2.9 轴向拉伸或压缩的超静定问题	37
2.10 装配应力和温度应力	40
2.11 应力集中的概念	44
2.12 剪切和挤压的实用计算	45
思考题	49
习题	50
<b>第3章 扭转</b>	57
3.1 扭转的概念和工程实例	57
3.2 外力偶矩的计算 扭矩和扭矩图	58
3.3 薄壁圆筒的扭转 纯剪切	61
3.4 圆轴扭转时的应力 强度条件	63
3.5 圆轴扭转时的变形 刚度条件	68
3.6 非圆截面杆扭转的概念	72

思考题 .....	75
习题 .....	76
<b>第4章 弯曲内力 .....</b>	<b>81</b>
4.1 弯曲的概念和实例 .....	81
4.2 受弯杆件的简化 .....	82
4.3 剪力与弯矩 .....	83
4.4 剪力方程与弯矩方程 剪力图与弯矩图 .....	87
4.5 载荷集度、剪力和弯矩间的关系 .....	90
4.6 平面刚架和平面曲杆的弯曲内力 .....	94
思考题 .....	96
习题 .....	97
<b>第5章 弯曲应力 .....</b>	<b>102</b>
5.1 概述 .....	102
5.2 弯曲正应力 .....	102
5.3 弯曲切应力 .....	109
5.4 梁的强度条件及其应用 .....	115
5.5 非对称弯曲 .....	119
5.6 提高弯曲强度的一些措施 .....	125
思考题 .....	129
习题 .....	131
<b>第6章 弯曲变形 .....</b>	<b>139</b>
6.1 工程中的弯曲变形问题 .....	139
6.2 挠曲线微分方程 .....	140
6.3 弯曲变形求解——积分法 .....	141
6.4 弯曲变形求解——叠加法 .....	147
6.5 简单超静定梁 .....	151
6.6 提高弯曲刚度的一些措施 .....	152
思考题 .....	153
习题 .....	154
<b>第7章 应力、应变分析及强度理论 .....</b>	<b>158</b>
7.1 应力状态的概念 .....	158
7.2 应力状态的实例 .....	159
7.3 二向应力状态分析——解析法 .....	162
7.4 二向应力状态分析——图解法 .....	166
7.5 三向应力状态 .....	170
7.6 平面应变状态分析 .....	172
7.7 广义胡克定律 .....	173
7.8 复杂应力状态下的应变能密度 .....	177

## 目 录

---

7.9 强度理论概述 .....	179
7.10 四种常用强度理论.....	180
7.11 莫尔强度理论.....	184
思考题.....	187
习题.....	188
<b>第8章 组合变形.....</b>	<b>192</b>
8.1 组合变形的概念 .....	192
8.2 拉伸或压缩与弯曲的组合 .....	192
8.3 弯曲与扭转的组合 .....	198
* 8.4 组合变形的普遍情况 .....	203
思考题.....	205
习题.....	206
<b>第9章 压杆稳定.....</b>	<b>209</b>
9.1 压杆稳定的概念 .....	209
9.2 两端铰支细长压杆的临界压力 .....	211
9.3 其他支座条件下细长压杆的临界压力 .....	213
9.4 欧拉公式的适用范围 经验公式 .....	217
9.5 压杆稳定性校核 .....	222
9.6 提高压杆稳定性的措施 .....	224
思考题.....	226
习题.....	227
<b>附录A 平面图形的几何性质.....</b>	<b>231</b>
A.1 静矩和形心 .....	231
A.2 惯性矩 惯性积 惯性半径 .....	234
A.3 平行移轴公式 .....	237
A.4 转轴公式 .....	239
A.5 主惯性轴 主惯性矩 形心主惯性轴及形心主惯性矩 .....	241
思考题.....	243
习题.....	244
<b>附录B 型钢表 .....</b>	<b>247</b>
<b>部分习题答案.....</b>	<b>261</b>

# 第1章 絮 论

## 1.1 材料力学的任务

工程结构或机械的各组成部分称为构件。例如，建筑物的梁和柱、机床的轴、起重机大梁等。当工程结构或机械工作时，构件将受到载荷的作用。例如，建筑物的梁受自身重力和其他物体重力的作用，车床主轴受齿轮啮合力和切削力的作用，起重机大梁受到起吊重物的重力作用。构件一般由固体制成。在静力学中，根据力的平衡关系，已经解决了构件外力的计算问题。然而，在外力作用下，如何保证构件正常工作是有待进一步解决的问题。

为保证工程结构或机械的正常工作，构件应有足够的承载能力担负起所应承受的载荷。因此它应当满足以下要求：

(1) 强度要求。在规定载荷作用下的构件不应破坏(断裂)。例如，冲床曲轴不可折断、储气罐不应爆破。所谓强度是指构件在载荷作用下抵抗破坏的能力。

(2) 刚度要求。在载荷作用下，固体的尺寸和形状将发生变化，称为变形。若构件变形过大，即使有足够的强度，仍不能正常工作。例如，若齿轮轴变形过大见图1.1(a)，将使轴上的齿轮啮合不良，造成齿轮和轴承的不均匀磨损见图1.1(b)，引起噪声。机床主轴如果变形过大，将影响加工精度。所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。

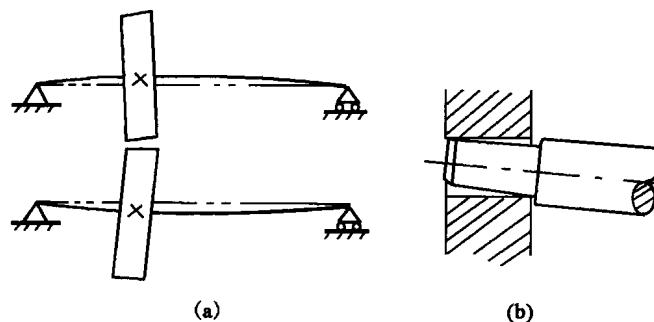


图 1.1

(3) 稳定性要求。有些受压力作用的细长杆，如内燃机的挺杆、千斤顶的螺杆等[图1.2(a)、(b)]应始终保持原有的直线平衡形态，保证不被压弯。所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形态的能力。

强度、刚度、稳定性是衡量构件承载能力的三个方面，材料力学就是研究构件承载能力的一门科学。在设计一个构件时，除了要求构件能够正常工作外，同时还应考虑合理地使用和节约材料。若构件的截面尺寸过小，或截面形状不合理，或材料选用不当，在外力作用下将不能满足承载要求，从而影响机械或工程结构的正常工作。反之，如构

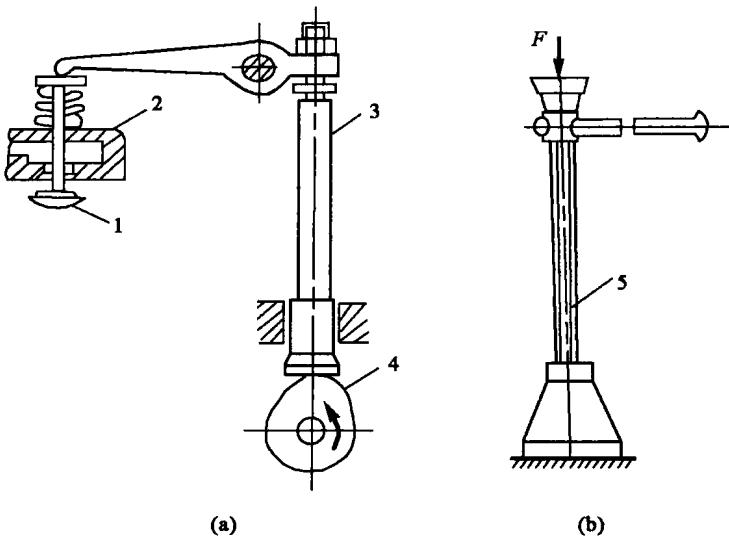


图 1.2

件尺寸过大，或材料质量太高，虽满足了上述要求，但构件的承载能力难以充分发挥。这样，既浪费了材料，又增加了成本和重量。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下，为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

实际工程问题中，构件都应有足够的强度、刚度和稳定性。但就一个具体构件而言，对上述三项要求往往有所侧重。例如，氧气瓶以强度要求为主，车床主轴以刚度要求为主，而挺杆则以稳定性要求为主。此外，对某些特殊构件，还往往有相反的要求。例如，为了保证机器不致因超载而造成重大事故，当载荷到达某一极限时，要求安全销立即破坏。又如，为发挥缓冲作用，车辆的缓冲弹簧应有较大的弹性变形。

构件的强度、刚度和稳定性，显然都与材料的力学性能（材料在外力作用下表现出来的变形和破坏等方面特性）有关。而材料的力学性能需要通过实验来测定。此外，材料力学中的一些理论分析方法，大多是在某些假设条件下得到的，是否可靠要由实验来验证。还有一些问题尚无理论分析结果，也需借助实验的方法来解决。因此，在进行理论分析的基础上，实验研究是完成材料力学的任务所必需的途径和手段。

## 1.2 变形固体的基本假设

固体因外力作用而变形，故称为变形固体或可变形固体。固体有多方面的属性，在研究构件的强度、刚度和稳定性时，为了研究上的方便，必须忽略某些次要性质，只保留它们的主要属性，将其简化为一个理想化的力学模型。因此，对变形固体作下列假设：

(1) 连续性假设。认为组成固体的物质不留空隙地充满了固体的体积。实际上，组成固体的粒子之间存在着空隙并不连续，但这种空隙与构件的尺寸相比极其微小，可以不计，于是认为固体在其整个体积内是连续的。这样，当把某些力学量看成是固体内点的坐标函数时，对这些量就可以进行坐标增量为无限小的极限分析。

(2) 均匀性假设。认为在固体内各处有相同的力学性能。实际上，就使用最多的金属来说，组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同。但因构件或构件的任一部分中都包含为数极多的晶粒，而且无规则地排列，固体的力学性能是各晶粒的力学性能的统计平均值，所以可以认为各部分的力学性能是均匀的。这样，如从固体中取出一部分，不论大小，也不论从何处取出，力学性能总是相同的。

材料力学研究构件受力后的强度、刚度和稳定性，把它抽象为均匀连续的模型，可以得出满足工程要求的理论。但是，根据均匀、连续的假设所得出的理论，不能用以说明物体内部某一极微小部分所发生现象的本质。

(3) 各向同性假设。认为材料沿各个不同方向的力学性能均相同。这个假设对许多材料来说是符合的，如均匀的非晶体材料，一般都是各向同性的。对金属等由晶体组成的材料，虽然每个晶粒的力学性质是有方向性的，但金属构件包含数量极多的晶粒，且又杂乱无章地排列，这样，沿各个方向的力学性能就接近相同了。具有这种属性的材料称为各向同性材料，如钢、铜、玻璃等。

沿不同方向力学性能不同的材料称为各向异性材料，如木材、胶合板和某些人工合成材料等。在材料力学中，研究各向同性材料所得的结论，也可近似地用于各向异性材料。

还须指出，工程实际中构件受力后的变形一般都很小，它相对于构件的原始尺寸来说要小得多，称为小变形。因此在分析构件上力的平衡关系时，变形的影响可忽略不计，仍按构件的原始尺寸进行计算。例如，在图 1.3 中，简易吊车的各杆因受力而变形，引起支架几何形状和外力位置的变化。但由于  $\delta_1$  和  $\delta_2$  都远小于吊车的其他尺寸，所以在计算各杆受力时，仍然可用吊车变形前的几何形状和尺寸。今后将经常使用小变形的概念以简化分析计算。如果构件受力后的变形很大，其影响不可忽略时，则须按构件变形后的尺寸来计算。前者称为小变形问题；后者称为大变形问题。材料力学一般只研究小变形问题。

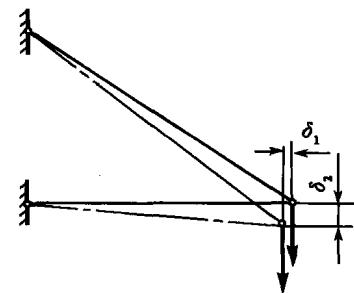


图 1.3

### 1.3 外力及其分类

材料力学的研究对象是构件。当研究某一构件时，可以设想把这一构件从周围物体中单独取出来，并用力来代替周围各物体对构件的作用。这些来自构件外部的力就是外力（包括载荷和支座反力）。

按外力的作用方式可分为表面力和体积力。表面力是作用于物体表面的力，又可分为分布力和集中力。分布力是连续作用于物体表面的力，如作用于油缸内壁上的油压力、作用于船体上的水压力等。有些分布力是沿杆件的轴线作用的。若外力分布面积远小于物体的表面尺寸，或沿杆件轴线分布范围远小于轴线长度，就可看成是作用于一点的集中力。例如，车轮对桥面的作用力 [图 1.4 (a)] 可视为集中力，用力  $F_1$ 、 $F_2$  表示。而桥面施加在桥梁上的力可视为分布力 [图 1.4 (b)] 用集度  $q$  来表示。体积力是

连续分布于物体内部各点的力，如物体的重力和惯性力等。

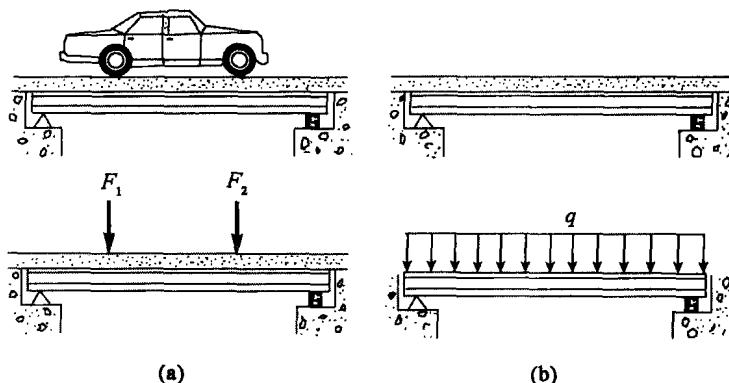


图 1.4

按载荷随时间变化的情况，又可分为静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一定值，以后即保持不变，或变动很不显著，即为静载荷。例如，把机器缓慢地放置在基础上时，机器的重量对基础的作用便是静载荷。若载荷随时间而变化，则为动载荷。随时间作周期性变化的动载荷称为交变载荷，如当齿轮转动时，作用于每一个齿上的力都是随时间作周期性变化的。冲击载荷则是物体的运动在瞬间内发生突然变化所引起的动载荷，例如，急刹车时飞轮的轮轴、锻造时汽锤的锤杆等都受到冲击载荷的作用。

材料在静载荷和动载荷作用下的性能大不相同，分析方法也有很大差异。因为静载荷问题比较简单，所建立的理论和分析方法又可作为解决动载荷问题的基础，所以首先研究静载荷问题。

## 1.4 内力、截面法和应力

构件工作时，总要受到外力的作用。在静力学中，已经讨论了外力的计算。但仅仅知道构件上的外力，仍不能解决构件的强度和刚度等问题，还需进一步了解构件的内力。为此，本节首先介绍内力的概念，然后讨论内力的求法。

### 1.4.1 内力的概念

构件受到外力作用时，其内部各质点间的相对位置将发生改变，由此而引起的质点间的相互作用就是内力。我们知道，物体是由无数颗粒组成的，在未受外力作用时，各颗粒间就存在着相互作用的内力，以维持它们之间的联系及物体的原有形状。当物体受到外力作用而变形时，各颗粒间的相对位置将发生改变，与此同时，颗粒间的内力也发生变化。这个因外力作用而引起的内力改变量，即“附加内力”。就是材料力学中所要研究的内力。这样的内力随外力的增加而增大，到达某一极限时就会引起构件破坏，因而它与构件的强度是密切相关的。

还须注意，材料力学中所指的内力与静力学曾经介绍的内力有所不同。静力学中的内力是在讨论物体系统的平衡时，各个物体之间的相互作用力，相对于整个系统来说是

内力，但对于一个物体来说，就属于外力了。

### 1.4.2 截面法

截面法是材料力学中计算内力的基本方法。设一构件受外力作用而处于平衡状态，见图 1.5 (a)。为了显示  $m-m$  截面上的内力，假想用平面沿  $m-m$  截面把构件截成 I、II 两个部分，见图 1.5 (b)。任取其中一部分作为研究对象，如 II 部分。在 II 部分上作用有外力  $F_3$  和  $F_4$ ，欲使 II 保持平衡，在  $m-m$  截面上必然有 I 部分对 II 部分的作用力。按照连续性假设，截面上各处都有内力作用，所以该作用力是分布于截面上的一个分布力系。把这个分布内力系向截面上某一点简化后得到的主矢和主矩，就是截面上的内力。建立 II 部分的平衡方程，即可求出  $m-m$  截面上的内力。若取 I 部分作为研究对象，在  $m-m$  截面上必然有 II 部分对 I 部分的作用力，根据作用与反作用定律可知，I、II 两个部分之间的相互作用力必然大小相等、方向相反。所以，无论取哪一部分作为研究对象，求出来的内力大小都相等。上述用截面假想地把构件分成两部分，以显示并确定内力的方法称为截面法。可将其归纳为以下三个步骤：

- (1) 欲求构件某一截面上的内力时，就沿该截面假想地把构件分成两部分，任取一部分作为研究对象，并弃去另一部分。
- (2) 用内力代替弃去部分对留下部分的作用。
- (3) 建立留下部分的平衡方程，确定未知的内力。

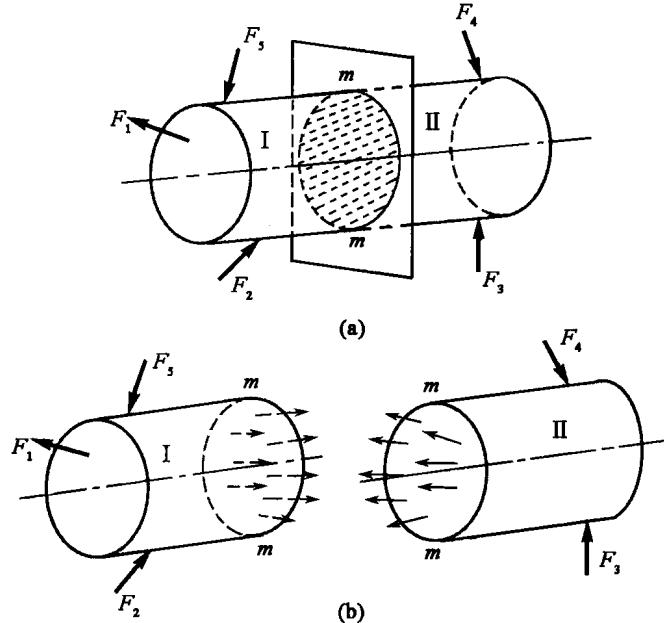


图 1.5

**例 1.1** 钻床如图 1.6 (a) 所示，在载荷  $F$  作用下，试确定立柱上  $m-m$  截面的内力。

**解** (1) 采用截面法，沿  $m-m$  截面假想地将钻床分成两部分。取截面以上部分作为研究对象，见图 1.6 (b)，并以截面形心  $O$  为原点，选取坐标系如图所示。

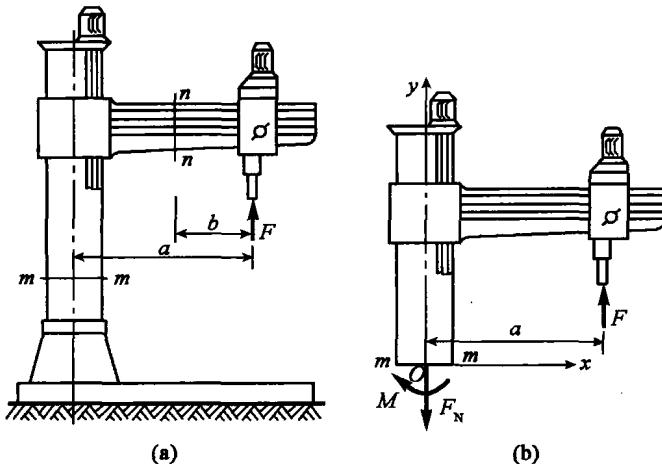


图 1.6

(2) 截面以上部分受外力  $F$  的作用, 为保持平衡,  $m-m$  截面以下部分必然以内力  $F_N$  及  $M$  作用于截面上, 它们是  $m-m$  截面上分布内力系向形心  $O$  点简化后的结果。其中,  $F_N$  为通过  $O$  点的合力,  $M$  为对  $O$  点的力偶矩。

(3) 由平衡条件

$$\sum F_y = 0, \quad F - F_N = 0$$

$$\sum M_O = 0, \quad Fa - M = 0$$

求得内力  $F_N$  和  $M$  为

$$F_N = F, \quad M = Fa$$

### 1. 4. 3 应力

通过截面法, 可以求出构件的内力。但是仅仅求出内力还不能解决构件的强度问题, 因为同样的内力, 作用在大小不同的截面上, 对物体产生的破坏作用不同。也就是说, 内力并不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度。为此, 引入应力的概念。

在图 1.7 (a) 所示的截面  $m-m$  上任选一点  $C$ , 围绕  $C$  点取一微小面积  $\Delta A$ , 设作用在该面积上的分布内力的合力为  $\Delta F$ 。 $\Delta F$  的大小和方向与  $C$  点的位置和  $\Delta A$  的大小有关。 $\Delta F$  与  $\Delta A$  的比值为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.1)$$

$p_m$  是一个矢量, 代表在  $\Delta A$  范围内, 单位面积上内力的平均集度, 称为平均应力。随着  $\Delta A$  逐渐缩小,  $p_m$  的大小和方向都将逐渐变化。当  $\Delta A$  趋于零时,  $p_m$  的大小和方向都将趋于一定极限。这时有

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} p_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.2)$$

$p$  称为  $C$  点的应力。它是分布内力系在  $C$  点的集度, 反映内力系在  $C$  点的强弱程度。 $p$  是一个矢量, 一般说既不与截面垂直, 也不与截面相切。通常把应力  $p$  分解成垂直于截面的分量  $\sigma$  和切于截面的分量  $\tau$ , 见图 1.7 (b),  $\sigma$  称为正应力,  $\tau$  称为切应力。

应力的单位是 Pa (帕)，称为帕斯卡， $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ 。这个单位太小，使用不便，通常使用 MPa， $1\text{MPa} = 10^6 \text{Pa}$ 。

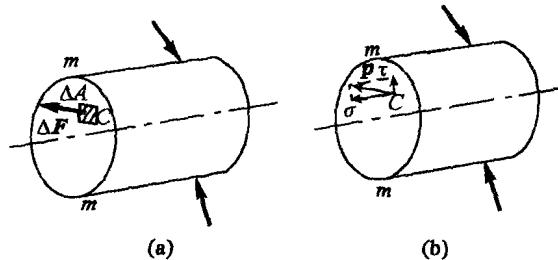


图 1.7

## 1.5 变形与应变

在外力作用下，固体内任意两点相对位置的改变，称为变形。宏观上表现为固体的尺寸和形状的改变。

为了讨论构件内部  $M$  点的变形，设想围绕  $M$  点取出边长为  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  的微小正六面体（当六面体的边长趋于无限小时称为单元体），如图 1.8 (a) 所示。变形后六面体的边长及棱边的夹角都将发生变化，如图 1.8 (a) 虚线所示。将六面体投影于  $xy$  平面，如图 1.8 (b) 所示。变形前平行于  $x$  轴的线段  $MN$  原长为  $\Delta x$ ，变形后  $M$  和  $N$  分别移到  $M'$  和  $N'$ ， $M'N'$  的长度为  $\Delta x + \Delta s$ 。 $\Delta s$  代表线段  $MN$  的长度变化，也称为线段  $MN$  沿  $x$  方向的绝对变形。绝对变形的大小和线段的原长有关，并且构件内各部分的变形不一定均匀。所以引用相对变形或应变这个物理量来表示一点的变形程度。

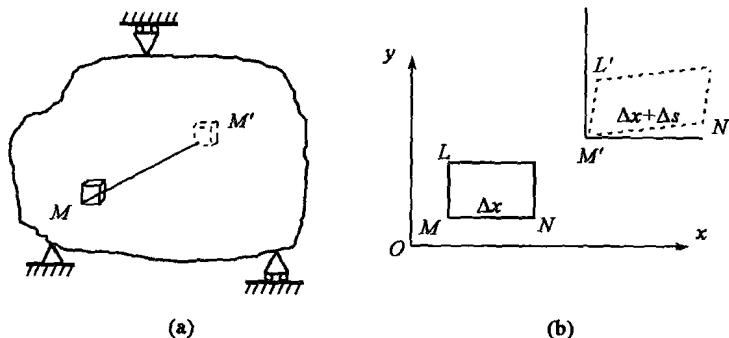


图 1.8

以  $x$  方向绝对变形比原长表示线段  $MN$  沿  $x$  方向每单位长度的平均伸长或缩短，称为平均线应变，用符号  $\epsilon_m$  表示：

$$\epsilon_m = \frac{\overline{M'N'} - \overline{MN}}{\overline{MN}} = \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1.3)$$

逐渐缩小  $N$  点和  $M$  点的距离，使  $\overline{MN}$  趋于零，则  $\epsilon_m$  的极限为

$$\epsilon = \lim_{\overline{MN} \rightarrow 0} \epsilon_m = \lim_{\overline{MN} \rightarrow 0} \frac{\overline{M'N'} - \overline{MN}}{\overline{MN}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1.4)$$

$\epsilon$  称为  $M$  点沿  $x$  方向的线应变，简称为应变。如线段  $MN$  内各点沿  $x$  方向的变形是

均匀的，则平均应变也就是  $M$  点的应变。如在  $\overline{MN}$  内各点的变形不均匀，则只有由式 (1.4) 定义的应变，才能表示  $M$  点沿  $x$  方向长度变化的程度。用完全相似的方法，可讨论沿  $y$  和  $z$  方向的应变。

现在再来讨论六面体棱边的夹角变化。在图 1.8 (b) 中，变形前  $\overline{MN}$  和  $\overline{ML}$  正交，变形后  $\overline{M'N'}$  和  $\overline{M'L'}$  的夹角变为  $\angle L'M'N'$ 。变形前、后角度的变化是  $\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N'$ 。当  $N$  和  $L$  趋于  $M$  时，上述角度变化的极限值

$$\gamma = \lim_{\substack{\overline{ML} \rightarrow 0 \\ \overline{MN} \rightarrow 0}} \left( \frac{\pi}{2} - \angle L'M'N' \right) \quad (1.5)$$

称为  $M$  点在  $xy$  平面内的切应变或角应变。

线应变  $\epsilon$  与切应变  $\gamma$  是度量一点处变形程度的两个基本量，它们量纲为 1。线应变  $\epsilon$  与正应力  $\sigma$  有密切关系，切应变  $\gamma$  与切应力  $\tau$  有密切关系，在后面讲到胡克定律时再作详细介绍。

**例 1.2** 如图 1.9 所示平板构件  $ABCD$ ，其变形如图中虚线所示。试求棱边  $AB$  与  $AD$  的平均线应变以及  $A$  点处  $xy$  平面内的切应变。

解 棱边  $AB$  的长度没有改变，故其平均线应变为零。即

$$\epsilon_{AB,m} = 0$$

棱边  $AD$  的长度改变量为

$$\begin{aligned} \overline{AD}' - \overline{AD} &= \sqrt{(0.1 - 0.05 \times 10^{-3})^2 + (0.1 \times 10^{-3})^2} - 0.1 \\ &= -4.99 \times 10^{-5} \text{ m} \end{aligned}$$

所以，棱边  $AD$  的平均线应变为

$$\epsilon_{AD,m} = \frac{\overline{AD}' - \overline{AD}}{\overline{AD}} = \frac{-4.99 \times 10^{-5}}{0.1} = -4.99 \times 10^{-4} \quad (a)$$

负号表示棱边  $AD$  为缩短变形。

$A$  点处的切应变  $\gamma$  是一个很小的量，因此，

$$\gamma = \tan \gamma = \frac{\overline{D'G}}{\overline{AG}} = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{0.1 - 0.05 \times 10^{-3}} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ (rad)}$$

应当指出，由于构件的变形很小，在计算线应变  $\epsilon_{AD,m}$  时，通常以投影  $AG$  的长度代替直线  $AD'$  的长度。于是得棱边  $AD$  的平均线应变为

$$\begin{aligned} \epsilon_{AD,m} &= \frac{\overline{AG} - \overline{AD}}{\overline{AD}} = \frac{(0.1 - 0.05 \times 10^{-3}) - 0.1}{0.1} \\ &= -5 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

与式 (a) 结果相比，误差仅为 0.2%。

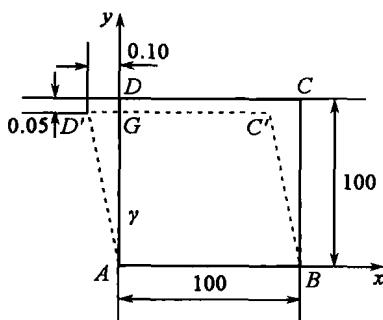


图 1.9

## 1.6 构件变形的基本形式

工程实际中，构件的形式是多种多样的。主要有杆件、平板和壳体等。所谓杆件，就是指长度方向尺寸远大于横截面尺寸的构件，是工程中最常见、最基本的构件形式。

如连杆、传动轴、立柱、丝杆、吊钩等都是典型的杆件。杆件是材料力学研究的主要对象。杆件的问题解决了，不仅解决了工程实际中大部分构件的问题，也为解决其他形式构件的问题提供了基础。例如，齿轮上的轮齿、桥式起重机的大梁、轧钢机的机架等构件，都可以简化为杆件或杆件的组合结构来处理。

杆件的轴线是杆件各横截面形心的连线。轴线为直线的杆件称为直杆，轴线为曲线的杆件称为曲杆。杆件横截面大小和形状不变的直杆称为等截面直杆，简称为等直杆。

构件在工作时的受力情况是各不相同的，受力后所产生的变形也随之而异。对于杆件来说，受力后所产生的变形有以下四种基本形式：

(1) 拉伸或压缩。作用在杆件上的外力合力的作用线与杆件轴线重合，杆件变形是沿轴线方向的伸长或缩短。例如，托架的拉杆和压杆受力后所发生的变形〔图 1.10 (a)〕就属于拉伸和压缩变形。

(2) 剪切。作用在杆件两侧面上的外力合力大小相等、方向相反、垂直于杆轴线且作用线很近，位于两个力之间的截面沿外力作用方向发生相对错动。例如，连接件中的螺栓和销钉受力后产生剪切变形，见图 1.10 (b)。

(3) 扭转。杆件的两端受到大小相等、方向相反，且作用平面垂直于杆件轴线的力偶作用，杆件的任意两个横截面都发生绕轴线的相对转动。例如，机器中的传动轴就是受扭杆件，见图 1.10 (c)。

(4) 弯曲。作用于杆件上的外力垂直于杆件的轴线，使原为直线的轴线变形后成为曲线。例如，单梁吊车的横梁受力后所发生的变形就属于弯曲变形，见图 1.10 (d)。

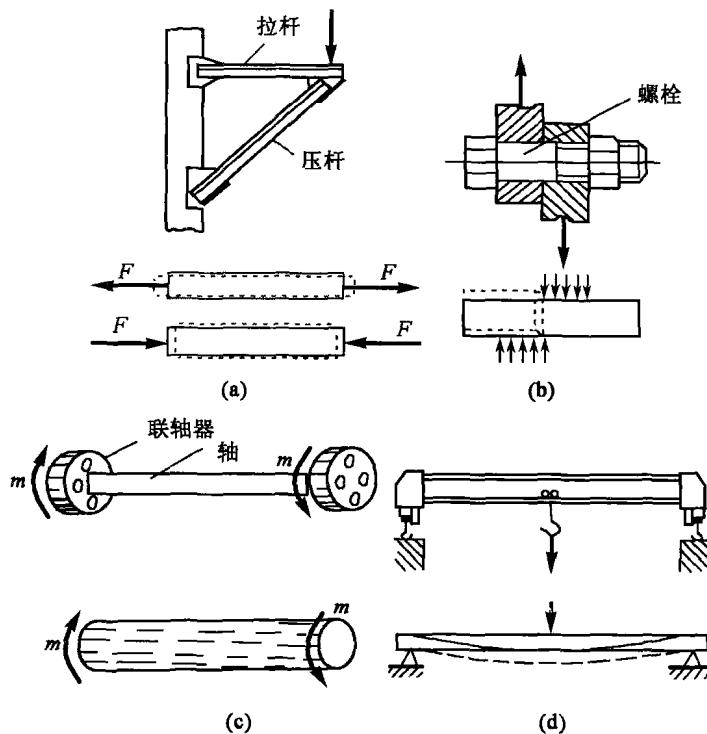


图 1.10

有些杆件同时发生几种基本变形，如车床主轴工作时发生弯曲、扭转和压缩三种基

本变形，钻床立柱同时发生拉伸和弯曲两种基本变形。这种情况称为组合变形。在本书中，首先讨论四种基本变形的强度及刚度计算，然后再讨论组合变形。

## 思 考 题

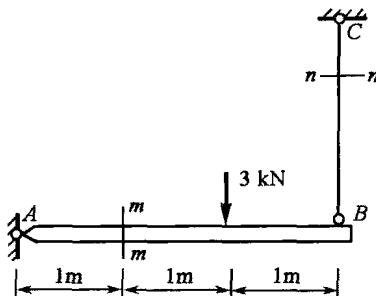
1.1 对例 1.1 中的钻床，能否研究  $m-m$  截面以下部分的平衡，以确定  $m-m$  截面的内力？

1.2 材料相同、横截面积相等的两根轴向拉伸的等直杆，一根杆伸长量为 10mm，另一根杆伸长量为 0.1mm。前者为大变形，后者为小变形。该结论是否正确？为什么？

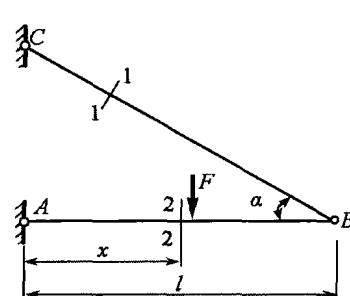
## 习 题

1.1 试求图示结构  $m-m$  和  $n-n$  两截面的内力，并指出  $AB$  和  $BC$  两杆件的变形属于何类基本变形。

1.2 在图示简易吊车的横梁上，力  $F$  可以左右移动。试求截面 1-1 和 2-2 上的内力及其最大值。

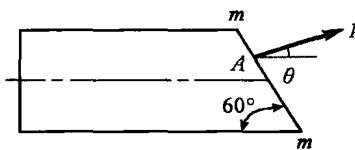


习题 1.1 图



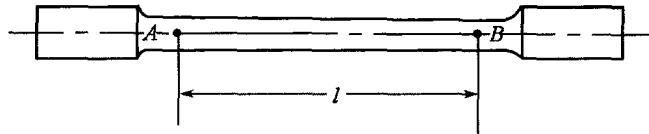
习题 1.2 图

1.3 如图所示，在杆件的斜截面  $m-m$  上，点 A 处的全应力  $p=120\text{ MPa}$ ，其方向与杆轴线夹角  $\theta=20^\circ$ ，试求 A 点处的正应力  $\sigma$  与切应力  $\tau$ 。



习题 1.3 图

1.4 拉伸试样上 A、B 两点的距离  $l$  称为标距。受拉力作用后，用应变仪测量出两点距离的增量为  $\Delta l=5\times 10^{-2}\text{ mm}$ 。若  $l$  的原长为  $l=100\text{ mm}$ ，试求 A、B 两点间的平均应变  $\epsilon_m$ 。



习题 1.4 图