

GAOSI EDUCATION
高思教育

★ 新概念奥林匹克数学丛书 ★

高思学校

竞赛数学导引

徐鸣皋 主编

五年级



YZLI0890141177



“华罗庚金杯”少年数学邀请赛推荐教材
全国小学数学奥林匹克竞赛推荐教材

华东师范大学出版社

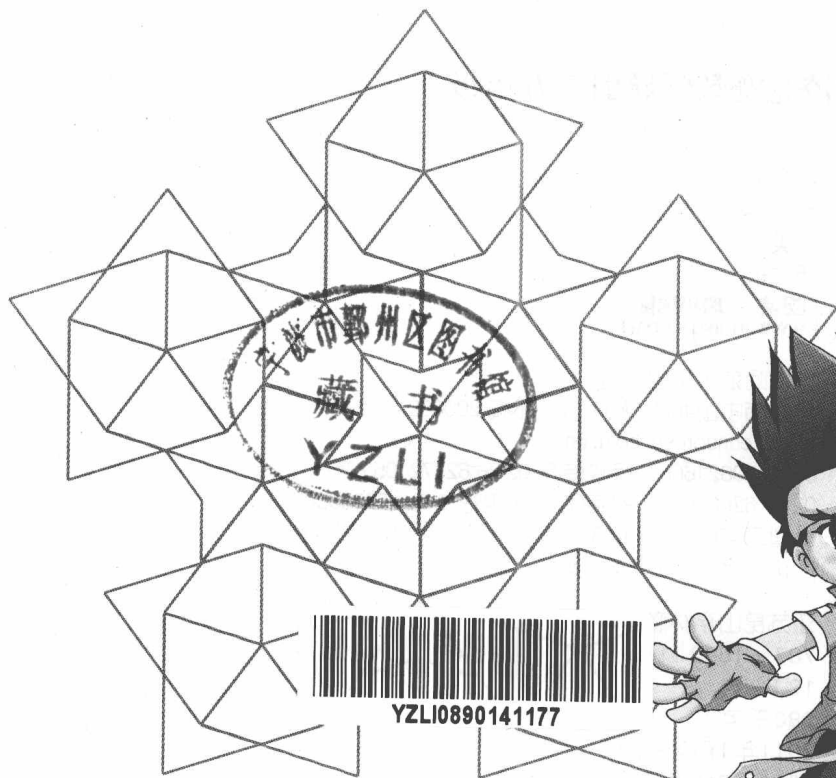
GAOSI EDUCATION
高思教育

★ 新概念奥林匹克数学丛书 ★

高思学校

竞赛数学导引

徐鸣皋 主编 ----- 五年级



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高思学校竞赛数学导引. 五年级/徐鸣皋主编. —上海:
华东师范大学出版社, 2010. 11
ISBN 978-7-5617-8262-0

I. 高… II. 徐… III. 数学课—小学—习题
IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 228697 号

高思学校竞赛数学导引·五年级 修订版

主 编 徐鸣皋
项目编辑 倪 明 孔令志
审读编辑 朱英东
版式设计 黄惠敏
封面设计 **[图美·瑞玛国际]**
www.0180018.com

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://ecnup.taobao.com/>

印 刷 者 江苏昆山亭林彩印厂有限公司
开 本 787 × 1092 16开
印 张 12.5
字 数 280千字
版 次 2011年1月第一版
印 次 2011年8月第二次
书 号 ISBN 978-7-5617-8262-0/G · 3522
定 价 25.00元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)



序

《新概念奥林匹克数学丛书》从酝酿到具体组织力量编写，经过不断斟酌修改，最后定稿，为时长达六年之久。《丛书》目前由“高思学校竞赛数学导引”和“高思学校竞赛数学课本”两个部分组成。我们之所以称之为“新概念”，不是花样翻新的时尚追逐，也不是为谋求一时的耸动效应。《丛书》凝聚了我和我的同事们对中国超常儿童数学教育、思维训练的严肃思考和积极探索，也是我们多年来从事这项工作的经验和成果的结晶。

《丛书》属于少年儿童数学超常教育教材范畴。读者群体主要定位于小学三年级至初中一年级智力超常的学生，旨在帮助他们在课余数学培训活动中达到更好的学习效果；同时为数学超常教育工作者提供训练少年儿童思维的手段、方法和内容；对于校内学习绰有余力、对数学有浓厚兴趣、渴望竞赛挑战的尖子学生而言，《丛书》也是竞赛数学指导性教材，是为他们搭建的通往竞赛数学的桥梁。《丛书》将趣味性、知识性以及教育性有机地融为一体，充分利用数学的学科优势，为广大少年儿童综合素质的培养、思维能力的提高，提供一个优质平台。

我本人从事超常儿童数学教育工作二十余年，起初是教育自己的孩子，后来执教华罗庚数学学校小学部，后来又创建小学数学尖子班，从超常儿童教学的一线讲台到组织管理、挑选培训师资，使我对超常儿童教育获得全方位的理解，积累大量宝贵的经验，也引起许多深刻的反思。作为一名长期在这个领域辛勤耕耘的工作者，我觉得有责任和义务重新编撰一套适合新形势下的超常儿童数学思维训练教材，将我和同事们这些年的新思考、新理念、新经验体现出来。

《丛书》始终贯彻一个基本理念，即数学教育不仅仅是知识的传授、技能的培养，更是一种文化和精神的传递。



《丛书》突出数学学习“好玩”的特点,使学生领会到数学就在我们身边,使他们愿意尝试数学来满足自己的好奇心,检验自己的才能。而在内容设计上,我们力求使学生发展其思维联想,来感受数学之美、数学之妙,从而产生强烈的成就感,将数学学习训练视为一种刺激和享受。

《丛书》由高思数学工作组团队编著,他们都是从超常儿童成长起来的佼佼者,有些甚至是国际数学奥林匹克的金牌得主。他们关心并投身于超常儿童的教育事业,已形成一个薪火相传的优秀团队。《丛书》的许多新内容、新思想,就是他们根据自己的经验并吸收国际数学教育的最新理念而赋予的。《丛书》不仅知识全面、新颖,趣味盎然,而且具有更新的数学理念和极高的专业性,这应当归功于《丛书》的编撰集体。

特别感谢裘宗沪、吴建平、陶晓永等中国数学奥林匹克顶级专家的大力支持,他们对《丛书》的编撰予以热情指导及严格审定,是《丛书》高质量的坚实保证。

《丛书》的编写和出版得到了“华杯赛”组委会办公室的积极支持,“华杯赛”主试委员会的专家参与了对《丛书》的指导和审查。该书被“华杯赛”组委会办公室列为推荐教材。对此,我表示深深的谢意。

我希望所有志同道合的朋友共同努力,为具有中国特色的超常儿童教育探索出一条广阔的发展之路。

徐鸣皋

2010年12月



前言

——对《新概念奥林匹克数学丛书》的一些说明

本丛书目前由两部分组成：一是《高思学校竞赛数学导引》(以下简称《导引》)，二是《高思学校竞赛数学课本》(以下简称《课本》)。

第一部分 《导引》

在编写本丛书的过程中,我们通过大量调研,比较了已有的各类竞赛数学教材,搜集了近20年来国内外小学数学竞赛试题,总结归纳出了一套完善的知识体系。再结合高思学校数学尖子班多年的教学实践,我们将这套知识体系搭建为一个包含“横向”和“纵向”两个维度的架构(如下表所示)。

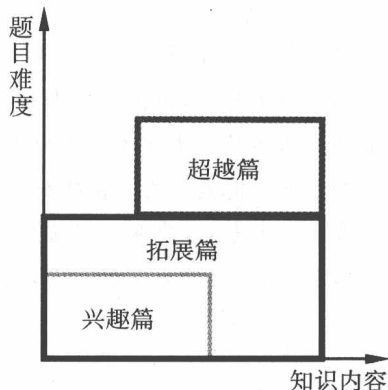
| | 计算 | 几何 | 应用题 | 计数 | 数论 | 数字谜 | 组合数学 |
|-------|----|----|-----|----|----|-----|------|
| 小学3年级 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | — | ✓ | ✓ |
| 小学4年级 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | — | ✓ | ✓ |
| 小学5年级 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| 小学6年级 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |

其中,横向分为七大专题,计算、几何、应用题、计数、数论、数字谜以及组合数学;而纵向则按照学生接受能力和校内课程进度,将七大专题分配到3、4、5、6四个年级中——这就形成了一套循序渐进的学习计划和教学大纲。

《导引》就是按照上述安排构建成的一套计划大纲,每年级一册,每册24讲,共96讲。每讲开头都有一段内容概述,阐述本讲知识要点,然后通过三十多道题目由浅入深地体现这些知识。这些题目又被划分为“兴趣篇”、“拓展篇”和“超越篇”三个部分,这三部分在知识内容与题目难度上的关系如右图所示。

兴趣篇主要面向在学校学有余力的学生,希望通过

《导引》每讲的内容、难度架构图





一些略有难度的问题,激发他们思考数学问题的兴趣,因此对知识内容和题目难度都有所控制;拓展篇则包含了竞赛数学完整的知识体系,目的是让数学能力突出的学生接受系统化训练,其难度符合大多数竞赛的要求;超越篇的读者群体则定位于有数学天赋,已接受过系统化训练,且具有较深厚竞赛数学功底的学生,这里给他们提出了更高的要求,更大的挑战,激励他们进一步探索和思考。

所以,超越篇的学习必须以拓展篇为基础,但拓展篇的学习并不一定要以兴趣篇为铺垫,因为两者都是从零起步,只是拓展篇包含更完整的知识体系,具有更大的难度而已,究竟从哪一篇学起取决于学生的具体情况。

本册《导引》的前身《数学思维训练导引》已由华东师范大学出版社于2009年出版,在使用过程中不少读者反映其难度偏大,尤其是兴趣篇。为此我们进行了适当的调整,在维持原超越篇不变的情况下,将兴趣篇中难度较大的题目移到了拓展篇,并在兴趣篇中补充了一些更为基础的问题。与此同时,还对讲次顺序做了相应的调整,以使其更益于消化吸收。

第二部分 《课本》

《课本》直接以《导引》中拓展篇的题目为例题,每个年级分为上、下两册,每册20讲。它将《导引》所规定的教学内容以图文并茂的形式完整呈现出来,在表现形式上更具亲和力,在篇章结构上更宜于课堂教学。

《课本》中的每一讲都包含7大模块:开篇漫画、课文、例题(分析)、练习、思考题、知识点汇总以及作业。其中开篇漫画用一个有趣的小故事引入课文;课文则详细讲解本讲所涉及的知识点;例题是这些知识的具体运用;练习则与例题配套,采取一例一练的形式,可在讲完例题后让学生练习;思考题是与本讲内容有关的一道难题,供学有余力的学生使用;知识点汇总用简明扼要的语言帮助孩子梳理本讲知识;作业用于课后巩固复习。

为了使《课本》中每一讲的知识容量符合实际课堂要求,我们在使用《导引》拓展篇的例题时做了适当调整。通常是把一讲例题拆开来,分两次课进行讲授。因此,虽然在《导引》中每个年级只有24讲,但在《课本》中却有40讲。

另外,《课本》中每一讲全部例题、练习、思考题以及作业的答案与解答,都可以在随书附赠的《答案详解》中找到。

在本丛书的编写和修订过程中,我们一直本着认真负责和精益求精的态度开展工作,主观上尽了最大努力,但由于水平和经验有限,难免出现一些不足和疏漏。因此我们竭诚欢迎并殷切期盼各位读者对本书提出批评和建议。

为了便于搜集各位读者对本丛书的意见和建议,我们在高思学校的官方网站(www.gs.cn)上开辟了一个专区,欢迎大家前来发表意见和看法。我们同时也会在网站上及时发布相应的勘误信息,及时回答大家的疑问,便于大家更好地使用本丛书。

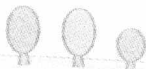
杨笑山 李川 汪岩 池恒

2010年12月



目录

| | | |
|---------------|--------------------------------|----|
| 第 1 讲 | 分数计算与比较大小 (计算问题第 9 讲) | 1 |
| 第 2 讲 | 整除 (数论问题第 1 讲) | 7 |
| 第 3 讲 | 质数与合数 (数论问题第 2 讲) | 13 |
| 第 4 讲 | 包含与排除 (计数问题第 6 讲) | 18 |
| 第 5 讲 | 行程问题四 (应用题第 16 讲) | 25 |
| 第 6 讲 | 几何计数 (计数问题第 7 讲) | 32 |
| 第 7 讲 | 约数与倍数 (数论问题第 3 讲) | 38 |
| 第 8 讲 | 分数与循环小数 (计算问题第 10 讲) | 43 |
| 第 9 讲 | 比较与估算 (计算问题第 11 讲) | 48 |
| 第 10 讲 | 数字谜综合一 (数字谜问题第 9 讲) | 53 |
| 第 11 讲 | 和差倍分问题 (应用题第 17 讲) | 59 |



| | | |
|---------------|---------------------------------|-----|
| 第 12 讲 | 应用题拓展 (应用题第 18 讲) | 66 |
| 第 13 讲 | 计算综合一 (计算问题第 12 讲) | 73 |
| 第 14 讲 | 直线形计算二 (几何问题第 6 讲) | 80 |
| 第 15 讲 | 圆与扇形 (几何问题第 7 讲) | 88 |
| 第 16 讲 | 余数 (数论问题第 4 讲) | 96 |
| 第 17 讲 | 工程问题 (应用题第 19 讲) | 101 |
| 第 18 讲 | 牛吃草问题与钟表问题 (应用题第 20 讲) | 108 |
| 第 19 讲 | 直线形计算三 (几何问题第 8 讲) | 114 |
| 第 20 讲 | 行程问题五 (应用题第 21 讲) | 121 |
| 第 21 讲 | 数字问题 (数字谜问题第 10 讲) | 129 |
| 第 22 讲 | 计数综合二 (计数问题第 8 讲) | 134 |
| 第 23 讲 | 构造论证一 (组合问题第 7 讲) | 139 |
| 第 24 讲 | 抽屉原理二 (组合问题第 8 讲) | 145 |
| | 难度星级与答案 | 150 |



第1讲 分数计算与比较大小

内容概述

理解分数的概念,熟练掌握分数四则运算中的通分、约分等技巧,了解分数运算中的一些速算方法;学会比较分数大小的各种方法,包括通分母、通分子、交叉相乘、倒数比较法、间接比较法等等.

典型问题



兴趣篇

1. (1) $\frac{1}{2} + \frac{3}{7} - \frac{5}{14}$; (2) $\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{7} \div 2\frac{1}{5}$.

2. 计算:(1) $\frac{2}{37} + \frac{20}{37} + \frac{200}{37}$; (2) $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{20} - \frac{1}{200}$.

3. 计算: $13\frac{8}{11} - (3\frac{1}{4} + 2\frac{5}{11}) - \frac{3}{4}$.



4. 计算： $(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \div 4) \times \frac{5}{13} + 1 \div 1\frac{1}{12}$.

5. 计算： $\frac{4}{7} \times 54 - 16 \times \frac{3}{5} + 27 \times \frac{6}{7} + \frac{1}{5} \times 3$.

6. 计算： $9\frac{8}{9} + 99\frac{88}{99} + 999\frac{888}{999} + 9999\frac{8888}{9999}$.

7. 计算：(1) $403 \times \frac{123}{124}$ ；(2) $155 \times \frac{113}{156}$.

8. 比较下列分数的大小：(1) $\frac{1}{17}$ 与 $\frac{4}{85}$ ；(2) $\frac{7}{24}$ 与 $\frac{23}{60}$.

9. 将下列分数由小到大排列起来： $\frac{14}{19}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{14}{23}$, $\frac{15}{19}$, $\frac{13}{23}$.



10. 比较下列分数的大小:(1) $\frac{3}{13}$ 与 $\frac{9}{40}$; (2) $\frac{79}{320}$ 与 $\frac{20}{79}$.



拓展篇

1. 计算: $\frac{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 - 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}$.

2. 计算: $(3\frac{1}{4} + 6\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} + 8\frac{1}{3}) \times (2 - \frac{7}{20})$.

3. 计算: $(2\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} \times 5) \div 3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}$.

4. 要使算式 $2\frac{1}{4} - (0.7 - \square) \times \frac{5}{6} = 2\frac{1}{7}$ 成立, 方框内应填入的数是多少?

5. 计算: $124 \times \frac{7}{25} + 18 \times \frac{24}{25}$.



6. 计算： $(1 - \frac{11}{36} \times 3) + (3 - \frac{11}{36} \times 5) + (5 - \frac{11}{36} \times 7) + (7 - \frac{11}{36} \times 9) + (9 - \frac{11}{36} \times 11) + (11 - \frac{11}{36} \times 13)$.

7. 计算： $76 \times (\frac{1}{23} - \frac{1}{53}) + 23 \times (\frac{1}{53} + \frac{1}{76}) - 53 \times (\frac{1}{23} - \frac{1}{76})$.

8. 比较 $2006 \times \frac{2004}{2005}$ 与 $2005 \times \frac{2003}{2004}$ 的大小，并计算它们的差。

9. 计算：(1) $238 \div 238 \frac{238}{239}$ ；(2) $(9 \frac{2}{7} + 7 \frac{2}{9}) \div (\frac{5}{7} + \frac{5}{9})$.

10. 比较下列分数的大小：

(1) $\frac{3}{7}$ 与 $\frac{8}{19}$ ；(2) $\frac{8}{27}$ 与 $\frac{12}{41}$ ；(3) $\frac{33}{35}$ 与 $\frac{16}{17}$ ；(4) $\frac{7}{22}$ 与 $\frac{9}{28}$.

11. 比较下列分数的大小：(1) $\frac{98}{99}$ 与 $\frac{1994}{1995}$ ；(2) $\frac{11\ 110}{22\ 221}$ 与 $\frac{44\ 443}{88\ 887}$.





12. 比较大小:

(1) 把3个数 $\frac{13}{24}$, $\frac{18}{35}$, $\frac{31}{59}$ 由小到大排列起来;

(2) 把5个数 $\frac{10}{17}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{15}{23}$, $\frac{20}{33}$, $\frac{60}{101}$ 由小到大排列起来.

13. 比较下列分数的大小:(1) $\frac{12\ 345}{56\ 789}$ 与 $\frac{12\ 346}{56\ 790}$; (2) $\frac{20\ 052\ 005}{20\ 062\ 006}$ 与 $\frac{20\ 052}{20\ 062}$.

14. 比较下列分数的大小:(1) $\frac{22\ 222}{99\ 999}$ 与 $\frac{222}{999}$; (2) $\frac{222\ 222}{99\ 999}$ 与 $\frac{22\ 222}{9999}$; (3) $\frac{22\ 222}{999\ 999}$ 与 $\frac{2222}{99\ 999}$.



超越篇

1. 计算: $8\frac{12}{13} \times \frac{2}{19} + 19\frac{2}{13} \times 13\frac{1}{19}$.

2. 计算: $\frac{363\ 636}{363\ 363} \times \frac{636\ 636}{636\ 363}$.

3. 计算:

$$\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} \right) \right] \div \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16} \right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} \right) \right].$$



4. 计算: $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10}) + (\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \dots + \frac{2}{10}) + (\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{3}{10}) + \dots + (\frac{8}{9} + \frac{8}{10}) + \frac{9}{10}$.

5. 已知 $A = \frac{2008}{2007} + \frac{2007}{2008}$, $B = \frac{2006}{2005} + \frac{2005}{2006}$. 试比较 A、B 的大小.

6. $A = (\frac{1}{2001} + \frac{1}{2003}) \times 1001$, $B = (\frac{1}{2005} + \frac{1}{2007}) \times 1003$, $C = (\frac{1}{2009} + \frac{1}{2011}) \times 1005$, 请将 A、B、C 按从大到小的顺序排列起来.

7. 计算: $(\frac{2+3+4}{1} - \frac{3+4+5}{2} + \frac{4+5+6}{3} - \frac{5+6+7}{4} + \dots + \frac{10+11+12}{9} - \frac{11+12+13}{10}) \div (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})$.

8. 计算: $(1 \times 2 + 2 \times 3) \times (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3}) + (2 \times 3 + 3 \times 4) \times (\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4}) + \dots + (19 \times 20 + 20 \times 21) \times (\frac{1}{19 \times 20} + \frac{1}{20 \times 21})$.





第2讲 整除

内容概述

掌握整除的概念和基本性质,掌握能被某些特殊数整除的数的特征.通过分析整除特征解决数的补填问题,以及多位数的构成问题等.

典型问题



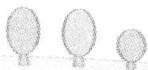
兴趣篇

1. 下面有9个自然数:14, 35, 80, 152, 650, 434, 4375, 9064, 24 125. 在这些自然数中,请问:

- (1) 有哪些数能被2整除? 哪些能被4整除? 哪些能被8整除?
- (2) 有哪些数能被5整除? 哪些能被25整除? 哪些能被125整除?

2. 有如下9个三位数:452, 387, 228, 975, 525, 882, 715, 775, 837. 这些数中哪些能被3整除? 哪些能被9整除? 哪些能同时被2和3整除?

3. 有如下4个自然数:2695, 1804, 1963, 23 205. 这些数中哪些能被11整除? 哪些能被7整除? 哪些能被13整除?



4. 一个三位数 $\overline{6\square 4}$ 的十位数字未知. 请分别根据下列要求找出“ \square ”中合适的取值:

- (1) 如果要求这个三位数能被 3 整除, “ \square ”可能等于多少?
- (2) 如果要求这个三位数能被 4 整除, “ \square ”可能等于多少?
- (3) 这个三位数有没有可能同时被 3 和 4 整除? 如果有可能, “ \square ”可能等于多少?

5. 四位数 $\overline{23\square 5}$ 能被 11 整除, 求出所有满足要求的四位数.

6. 新学年开学了, 同学们要改穿新的校服. 萱萱收了 9 位同学的校服费(每人交的钱一样多)交给老师. 老师给了萱萱一张纸条, 上面写着“交来校服费 $\overline{2\square 38}$ 元”, 其中有一滴墨水, 把方格处的数字污染得看不清了. 墨莫看了看, 很快就算出了方格处的数字. 聪明的读者们, 你们能算出这个数字是多少吗?

7. 四位数 $\overline{2\square 9\square}$ 能同时被 3 和 5 整除, 求出所有满足要求的四位数.

8. 四位偶数 $\overline{6\square 4\square}$ 能被 11 整除, 求出所有满足要求的四位数.

9. 一天, 王经理去电信营业厅为公司安装一部电话. 服务人员告诉他, 目前只有形如“ $\overline{1234\square 6\square 8}$ ”的号码可以申请. 也就是说, 在申请号码时, 方框内的两个数字可以随意选择, 而其余数字不得改动. 王经理打算申请一个能同时被 8 和 11 整除的号码. 请问: 他申请的号码可能是多少?