

第四分册 **初中数学**
竞赛同步辅导

主编 刘汉文



华中师范大学出版社

责任编辑：郑学群 张小新
封面设计：罗明波
责任校对：崔毅然

定价：7.70元

ISBN 7-5622-1920-6



9 787562 219200 >

初中数学竞赛同步辅导

第四分册

主编 刘汉文

华中师范大学出版社

(鄂)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

初中数学竞赛同步辅导(第四分册)/刘汉文 主编.
—武汉:华中师范大学出版社,2000.1

ISBN 7-5622-1920-6

I. 初… II. 刘… III. 数学课—初中—试题
IV. G633.006

中国版本图书馆 CIP 数据核字(99)第 39591 号

初中数学竞赛同步辅导

第四分册

© 刘汉文 编

华中师范大学出版社出版发行

(武昌桂子山 邮编:430079)

新华书店湖北发行所经销

黄冈日报印刷厂印刷

责任编辑:郑学群 张小新
责任校对:崔毅然

封面设计:罗明波
督 印:方汉江

开本:787×1092 1/32

印张:8.5 字数:218千字

2000年1月第2次印刷

ISBN 7-5622-1920-6/G·930

印数:20 101—30 200

定价:7.70元

本书如有印装质量问题,可向承印厂调换。

序

数学奥林匹克不仅成为数学界的热门话题,甚至整个教育界、科学界也是一个重要议题。究其原因不外乎有:中国的中学生在国际数学奥林匹克中取得了极为优异的成绩;中国的数学界已提出要在21世纪初率先赶上世界先进水平,并寄希望于年轻一代数学才子。近几年来,湖北省,尤其是湖北黄冈地区,在各类各级数学奥林匹克竞争中成绩十分突出,引起了全国乃至全世界的注视。

本书是中国数学奥林匹克高级教练员、特级教师、黄冈地区教研室副主任刘汉文同志主编的。全书有以下鲜明特点:

(一)严格按照初中数学课本的内容及其顺序编写,但不重复课本内容,对课本有关内容进行适当的加深拓宽,对于竞赛必需的知识,而课本中很少涉及或是空白,则依据学生知识和能力的实际,分别安排在不同年级,并对其最基本的理论作必要的阐述。因而本书是与课堂教学同步开展课外活动的极好辅导读物。

(二)依据《数学竞赛大纲》,阐述竞赛知识、方法和能力培养。各讲多数例题选自近几年国内外数学竞赛题,通过对例题解前的分析和解后的说明,系统归纳了整个初中数学竞赛范围内的知识方法和技巧,同当前数学竞赛命题热点相吻合,因而本书能使读者受到系统的奥林匹克数学基本理论教育和解题技巧的训练。

(三)书中各讲配备的练习、模拟题,都是作者多年辅导竞赛选手时用过的训练题中精选出来的,所以本书具有很强的

实用性。

本书的作者既有国家奥林匹克集训队的专家,又有中学特级教师,他们都是数学竞赛的优秀教练员。这些同志既有丰富的中学教学经验,又有训练数学才子的高超办法。可以说,通过阅读此书,在一定程度上可以回答:为什么黄冈地区高中数学竞赛自1983年以来连续九年荣获湖北团体总分第一名、初中数学竞赛连续三年蝉联团体冠军。

相信本书的出版有助于进一步提高我国的初中数学竞赛的水平。

邓宗琦

1999年1月

编者的话

近年来,全国初中数学竞赛和邀请赛试题所涉及的内容、题型和难度均按照“大众化、普及型、不超纲”的方向变化,为了适应这种变化,应广大读者的要求和建议,我们特地组织了几位对全国初中各类数学竞赛试题颇有研究的专家,精心编写了50组竞赛模拟题。

这些试题具有以下特点:

1. 50组题可供初中三个年级的学生赛前训练使用。其中:第一至三组,供初一上学生用;第四至十组,供初一下学生用;第十一至十五组,供初二上学生用;第十六至二十五组,供初二下学生用;第二十六至三十组,供初三上学生用;第三十一至五十组,供参加全国初中数学竞赛或邀请赛的学生用。

2. 书中试题严格按照义务教育全日制初级中学数学教学大纲和课本内容及其顺序编写。即初一试题不涉及初二课本内容;初二试题以初二课本内容为主,可涉及初一内容,不涉及初三课本内容;初三试题以初三课本内容为主,可涉及初一、初二课本内容。

3. 书中题目的题型和难度与当前全国初中各类数学竞赛试题贴近,同中考试题相比,只是能力要求高一些,略难一点。所有试题都是作者从近几年全国各地数学竞赛或中考试题中精选改编的,还有五分之一的试题是新编的。因此,题型新颖,格调清新。难易适当。

4. 每组试题由5道选择题、5道填空题和3道解答题组成。书末对每道题(含选择题和填空题)都给出了提示和解答

过程,十分方便学生自学。

此书由特级教师刘汉文先生进行审稿和统稿,并对部分试题进行了调换或修改。

我们认为,编写这本书,虽属新的尝试,但它一定会受到爱好数学的学生和参加数学竞赛的学生热忱欢迎。

这本书虽是作为《初中数学竞赛同步辅导》第四分册,但它是最近新编的,也是第一次出版。

由于时间仓促,书中不妥或错误之处在所难免,我们衷心期待广大读者提出改进意见。

编 者

1999年1月

目 录

初一训练题(10组)	(题页码;答案页码)
第一组	周春荔(1;105)
第二组	周春荔(3;107)
第三组	周春荔(5;111)
第四组	南秀全(7;114)
第五组	南秀全(9;116)
第六组	南秀全(10;118)
第七组	甘超一(12;120)
第八组	甘超一(14;123)
第九组	甘超一(16;126)
第十组	甘超一(18;128)
初二训练题(15组)	
第十一组	南秀全(20;130)
第十二组	南秀全(21;132)
第十三组	南秀全(23;135)
第十四组	南秀全(25;137)
第十五组	南秀全(27;139)
第十六组	南秀全(29;141)
第十七组	南秀全(31;145)
第十八组	南秀全(33;147)
第十九组	南秀全(35;150)
第二十组	南秀全(37;153)
第二十一组	南秀全(39;156)
第二十二组	南秀全(42;158)
第二十三组	南秀全(44;161)

第二十四组	南秀全(46;164)
第二十五组	南秀全(48;166)

初三训练题(25组)

第二十六组	刘汉文(51;169)
第二十七组	刘汉文 段云(53;172)
第二十八组	卞清胜(55;176)
第二十九组	丁明忠(57;179)
第三十组	涂玉水(59;183)
第三十一组	甘超一(61;186)
第三十二组	甘超一(63;189)
第三十三组	甘超一(65;192)
第三十四组	甘超一(67;195)
第三十五组	甘超一(69;199)
第三十六组	王连笑(71;201)
第三十七组	王连笑(73;206)
第三十八组	王连笑(76;212)
第三十九组	王连笑(78;216)
第四十组	王连笑(80;220)
第四十一组	刘玉翹(82;224)
第四十二组	刘玉翹(84;227)
第四十三组	刘玉翹(87;230)
第四十四组	刘玉翹(89;235)
第四十五组	刘玉翹(91;238)
第四十六组	刘玉翹(93;241)
第四十七组	余应龙(95;244)
第四十八组	余应龙(98;248)
第四十九组	周春荔(99;252)
第五十组	周春荔(102;257)

初一训练题

第一组

一、选择题(以下每题的四个结论中,仅有一个是正确的,下同)

1. $-\frac{(-a)^{10}}{1999}$ 是().

- (A) 正数 (B) 负数 (C) 非正数 (D) 零

2. M 表示 a 与 b 的和平方的平方, N 表示 a 与 b 的平方的和, 则当 $a=7, b=-5$ 时, $M-N$ 的值是().

- (A) -28 (B) 70 (C) 42 (D) 0

3. 已知 $a < -b$ 且 $\frac{a}{b} > 0$, 则 $|a| - |b| + |a+b| + |ab|$ 等于().

- (A) $2a+2b+ab$ (B) $-ab$
(C) $-2a-2b+ab$ (D) $-2a+ab$

4. 如果 a 个同学在 b 小时内共搬运 c 块砖, 那么 c 个同学以同样速度搬运 a 块砖所需要的小时数是().

- (A) $\frac{c^2}{a^2b}$ (B) $\frac{c^2}{ab}$ (C) $\frac{ab}{c^2}$ (D) $\frac{a^2b}{c^2}$

5. a, b, c 在数轴上的位置如图 1-1 所示, 则().

- (A) $\frac{a-b}{a+b} < \frac{a+b}{a-b} < \frac{a+cb}{a-cb}$
(B) $\frac{a+b}{a-b} < \frac{a-b}{a+b} < \frac{a-cb}{a+cb}$



图 1-1

$$(C) \frac{a-b}{a+b} < \frac{a+cb}{a-cb} < \frac{a+b}{a-b} \quad (D) \frac{a-cb}{a+cb} < \frac{a+b}{a-b} < \frac{a-b}{a+b}$$

二、填空题

6. 若 $a-b=2$, $b-c=-3$, $c-d=5$, 则 $(a-c) \times (b-d) \div (a-d) = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 在下面的乘法算式中, 被乘数是个四位数, 乘数是不等于 1 的数码. 而被乘数、乘数的数码都被纸片盖住了, 则这五个被盖住的数码之和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

$$\begin{array}{r} \square \square \square \square \\ \times \quad \quad \quad \square \\ \hline 5 \quad 9 \quad 9 \quad 1 \end{array}$$

8. 设自然数中两两不等的三个合数之和的最小值是 m , 则 m 的负倒数等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 一个盒子里有黑、白、红三种颜色的珠子共 16 颗. 其中白珠子的颗数是红珠子颗数的 7 倍, 则盒子里共有黑色珠子 $\underline{\hspace{2cm}}$ 颗.

10. 若 a, b, c 为整数, 且 $|a-b|^{19} + |c-a|^{97} = 1$, 则 $|c-a| + |a-b| + |b-c|$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

11. 若一个四位偶自然数的千位数字是 1, 当它分别被四个不同的质数去除时, 余数也都是 1. 试求出满足这些条件的所有自然数.

12. 甲、乙两人在相距 90 米的直路上来回跑步, 甲每秒跑 3 米, 乙每秒跑 2 米, 若他们同时分别从两端相向出发, 那么在 12 分钟之内两人共相遇多少次?

13. 少年科技组制成一台单项功能计算器, 对任意两个整数只能完成求差后再取绝对值的运算. 其运算过程是: 输入

第一个整数 x_1 , 不显示运算, 接着再输入整数 x_2 后则显示 $|x_1 - x_2|$ 的结果, 此后每输入一个整数都是与前次显示的结果进行求差取绝对值的运算. 现小明将 1 到 1999 这 1999 个整数随意地一个一个地输入, 全部输入完毕之后的最后结果设为 p . 试求出 p 的最大值, 并说明理由.

第 二 组

一、选择题

1. 1997 个不全相等的有理数之和为零, 则这 1997 个有理数中().

(A) 至少有一个是零 (B) 至少有 998 个正数

(C) 至少有一个是负数 (D) 至多有 1995 个是负数

2. 如果 a, b, c, d 是四个有理数, 且满足下列条件:

① $a+b=c+d$, ② $a+d < b+c$, ③ $c < d$. 那么, a, b, c, d 的大小顺序是().

(A) $a > b > c > d$ (B) $d > b > a > c$

(C) $d > b > c > a$ (D) $b > d > c > a$

3. 已知 $n = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1) \times (2^{32}+1)(2^{64}+1)$, 则 $n-1999$ 的末位数字是().

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

4. 用一副学生用的三角板的内角(其中一个三角板的内角是 $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$, 另一个是 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$)可以画出大于 0° 且小于 176° 的不同的角度的角共有().

(A) 8 种 (B) 9 种 (C) 10 种 (D) 11 种

5. n 是正整数, 302 被 $n(n+1)$ 除所得商数 q 及余数 r 都是正整数. 则 r 的最大值与最小值的和是().

(A) 93 (B) 148 (C) 122 (D) 247

二、填空题

6. 连续的 1997 个自然数之和恰是一个完全平方数, 则这 1997 个连续自然数中最大的那个数的最小值是_____.

7. 图 2-1 是一座立交桥俯视图, 中心部分路面宽 20 米, $AB=CD=100$ 米. 阴影部分为四个四分之一圆面, 种有草坪. 现有甲、乙两车分别在 A, D 两处按箭头方向行驶. 甲车速 56 千米/小时, 乙车速 50 千米/小时. 则甲车要追上乙车至少需要_____分钟.

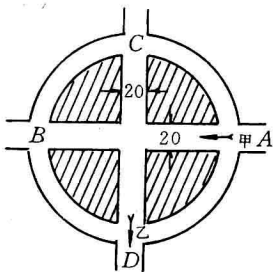


图 2-1

(圆周率取 $\pi=3.1$)

8. 江轮从武汉到九江要行驶 5 小时, 从九江到武汉要行驶 7 小时. 则一长江漂流队员要从武汉乘木筏自然漂流到九江需用_____小时.

9. 若 a, b 互为相反数, c, d 互为负倒数. 则 $(a+b)^{2000} + (cd)^{2001} =$ _____.

10. 若 p, q 都是质数, 以 x 为未知数的一元一次方程 $px+5q=97$ 的根是 1. 则 $p^2-q=$ _____.

三、解答题

11. 小地球仪上赤道大圆与过南北极的某大圆相交于 A, B 两点(如图 2-2 所示). 有甲、乙二蚁从 A 点同时出发分别沿着这两个大圆爬行. 甲蚁爬赤道大圆一周要 10 秒钟, 乙蚁爬过南北极的大圆一周要 8 秒钟. 问: 在 10 分钟内甲、乙二蚁在 B 点相遇多少次? 为什么?

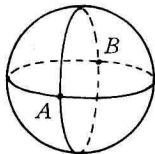


图 2-2

12. 如图 2-3, 十三个边长为正整数的正方形纸片恰好拼成一个大的长方形(其中有三个小正方形的边长已标出字母 x, y, z). 试求满足上述条件的长方形的面积的最小值.

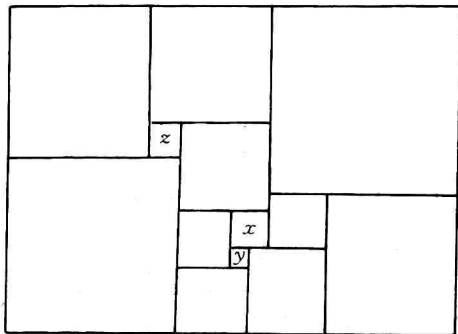


图 2-3

13. 四个学生进行计算比赛. 程序是: 在 19, 20, 21, 22, \dots , 97, 98 这 80 个自然数相邻两个数之间任意添加“+”, “-”号, 然后求其代数和. 四个学生得到的结果分别是 1, 1997, 4484, 4670. 老师检查后指出: 只有一个结果是正确的. 这个结果是哪一个?

第 三 组

一、选择题

1. 在 5 个数 $\left(\frac{3}{2}\right)^2, \left(\frac{7}{5}\right)^2, \left(\frac{17}{12}\right)^2, \left(\frac{41}{29}\right)^2, \left(\frac{99}{70}\right)^2$ 中, 比 2 小的数的个数与最小数分别是().

(A) 2, $\left(\frac{7}{5}\right)^2$

(B) 3, $\left(\frac{7}{5}\right)^2$

(C) 2, $\left(\frac{41}{29}\right)^2$

(D) 3, $\left(\frac{41}{29}\right)^2$

2. 若自然数 n 使得作竖式加法 $n + (n+1) + (n+2)$ 均不产生进位现象, 便称 n 为“连绵数”. 例如 12 是“连绵数”, 因

12+13+14 不产生进位现象;但 13 不是“连绵数”. 则不超过 1000 的“连绵数”共有().

- (A) 27 个 (B) 47 个 (C) 48 个 (D) 60 个

3. 有 1998 个互不相等的有理数, 每 1997 个数的和都是“分母为 3998 的既约真分数”, 则这 1998 个有理数的和为().

- (A) $\frac{997}{1997}$ (B) $\frac{999}{1997}$ (C) $\frac{998}{1999}$ (D) $\frac{999}{1999}$

4. n 取遍全体整数时, 不能取遍所有奇数的表达式是().

- (A) $2n-1$ (B) $2n+9$ (C) $4n+1$ (D) $2n+1999$

5. 若整数 m, n 满足 $m(m+15n)=1309$. 则().

- (A) m, n 同为偶数 (B) m, n 同为奇数
(C) m 为偶数 n 为奇数 (D) m 为奇数 n 为偶数

二、填空题

6. 计算 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{1999}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{1998}\right)$

$$- \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{1999}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{1998}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

7. 在 $1, 2, 3, \dots, n$ 这前 n 个自然数中, 共有 p 个质数, q 个合数, s 个偶数, t 个奇数. 则 $(p-t) + (q-s) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 若 $3a^{2x-1}b^4$ 与 $2a^5b^{x+y}$ 是同类项. 则 $(xy+5)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 三个互不相等的有理数, 既可表示为 $1, a+b, a$ 的形式, 又可表示为 $0, \frac{b}{a}, b$ 的形式. 则 $a^{2000} + b^{2001} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知圆环内直径为 a cm, 外直径为 b cm, 将 50 个这样的圆环一个接着一个环套环地连成一条锁链, 那么这条锁链拉直后的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.

三、解答题

11. 你能在图 3-1 所示的 3×3 的方格中每个格子里都填一个自然数,使得每行、每列及两条对角线上的三数之和都等于 1999 吗?若能,请填出一例.若不能,请说明理由.

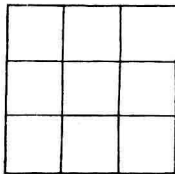


图 3-1

12. 设 x_1, x_2, \dots, x_7 为自然数,且 $x_1 < x_2 < \dots < x_6 < x_7$, 又 $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 159$. 求 $x_1 + x_2 + x_3$ 的最大值.

13. 三个有理数 a, b, c , 其积是负数, 其和是正数. 当 $x = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|}$ 时, 试求代数式 $x^{19} - 99x + 10$ 之值.

第四组

一、选择题

1. 已知 $y = ax^5 + bx^3 + cx - 5$, 当 $x = -3$ 时, $y = 7$, 那么当 $x = 3$ 时, y 的值等于().

(A) -17 (B) -7 (C) 6 (D) 2 或 6

2. 满足 $1986 = 1985x - 1984y$ 的一组自然数是().

(A) $x = 1755, y = 231$ (B) $x = 1258, y = 123$

(C) $x = 1983, y = 1981$ (D) $x = 3970, y = 3971$

3. 某服装商贩同时卖出两套服装, 每套均卖 168 元, 以成本计算, 其中一套盈利 20%, 另一套亏本 20%, 则这次出售, 商贩他().

(A) 不赚不赔 (B) 赚 37.2 元

(C) 赚 14 元 (D) 赔 14 元

4. 方程 $|2x - 1| + |2 - x| = |x + 1|$ 的有理数解的个数