

中等专业学校系列教材



中专数学教程

第二版

主 编 韩乐文
主 审 耿恭健

重庆大学出版社

主主

审编

耿韩
恭乐
健文

中等专业学校系列教材

中专数学教程

第二版



重庆大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中专数学教程. 第1册/韩乐文主编.—2版.—重庆:
重庆大学出版社,2003.6
(中等专业学校系列教材)
ISBN 7-5624-2941-3

I. 中... II. 韩... III. 数学课—专业学校—教材 IV. G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第051250号

中专数学教程

第1册

(第2版)

主编 韩乐文

主审 耿恭健

责任编辑:彭宁 版式设计:彭宁

责任校对:任卓惠 责任印制:秦梅

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街174号重庆大学(A区)内

邮编:400030

电话:(023) 65102378 65105781

传真:(023) 65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn(市场营销部)

全国新华书店经销

重庆升光电力印务有限公司印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:7.125 字数:195千 插页:2
2000年8月第1版 2003年6月第2版 2006年8月第14次印刷
印数:70 001—74 000

ISBN 7-5624-2941-3/G·351 定价:8.00元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换
版权所有,请勿擅自翻印和用本书
制作各类出版物及配套用书,违者必究

第二版前言

本教程出版三年来,多次重印,受到中等职业学校的广泛欢迎,及时地提供了中等职业学校的教学用书。鉴于职业教育的迅猛发展,中等职业教育培养目标实施方案的调整,带来数学教学学时有所减少;加上学生生源的变化,多数学校反映学生对现行教材的学习尚感困难等原因,经重庆市中专数学研究会、重庆市数学会中专数学专业委员会研究决定,将现行教程1、2册进行修订。

本次修订,根据《中共中央国务院关于深化教育改革、全面推进素质教育的决定》精神,结合我市中职数学改革的实际状况,坚持以培养人才为根本任务,教学内容以基本知识为主,以“必须、够用”为度,着重应用。在保持原教程的框架下着重对正文中偏难例题重写,修改了习题、复习题,删去正文中计算器部分,并对书中错误进行了认真的校正。使教程更具有针对性、科学性、实用性和应用性的特点。

本次参加第1册修订的人员有:耿恭健、卓文琴、肖亨利、钟珊珊、谢孝权、李勇、张鸣,由耿恭健负责。

参加第2册修订的人员有:李和逊、龙辉、黄锡年、高仕学、涂德新、曾乐辉、徐涛、陈锡志,由李和逊负责。

感谢重庆市教委职教处、重庆市中专教育学会、重庆大学出版社的大力支持,并恳请广大教育工作者对此书提出批评并予以指正。

重庆市中专数学教材编写组

2003年3月29日

前 言

本教材是根据国家教委职教司批准的中等专业学校数学教学大纲的要求,结合跨世纪深化职业教育教学改革的需要编写而成的。

在重庆市教委职教处的领导和重庆市中专教育学会的指导下,重庆市中专数学教学研究会,重庆市数学会中专数学专业委员会组织了一批既有丰富教学经验又具教材编写经验的一线教师组成了重庆市中专教学教材编写组。编写组收集了各中专学校对现行各种中专数学教材的反馈信息,吸取了各种中专数学教材的长处,集思广益,编写出了这套凝聚着重庆市广大中专数学教师集体经验和智慧的教材。

这套教材共分四册。

第1册 集合、函数、三角。附录中介绍了计算器。

第2册 复数、数列、平面解析几何、立体几何。

第3册 微积分、简易的微分方程。

第4册 级数、概率初步、数理统计初步、线性方程组简介、线性规划、拉普拉斯变换。

本书的特点是:

1. 注意了与全日制初中数学教材的衔接。
2. 采用了国家标准规范的数学符号。
3. 兼顾工科、财经、农业各专业需要,根据专业共性,精选内容。
4. 问题的提出一般都从实际问题入手,为理论的出台作了一定的铺垫,不但体现了理论来源于实践的原理,而且能收到顺理成

章,过渡自然的效果.

5. 切实地加强了应用. 理论上以够用为度,避免了烦琐的理论推导,不少定理、公式、方法都只作直观的解释或归纳,避免了抽象的证明.

凡是与实际联系直接和紧密的章,都增编了专门的一节应用内容以加强理论的应用. 同时还充实了不少联系实际的例题和习题.

6. 介绍了计算器的使用. 除在第1册附录中专门介绍计算器的一般功能外,还在涉及数值计算的许多章节. 这不仅将改变以往计算速度慢、错误多、误差大的状况,而且将极大地提高学生在实际工作中处理数值计算问题的能力.

7. 例题紧扣该章节内容,习题与例题配套. 内容、例题、习题三者配合紧密.

编审组名单:

第1册 主编 韩乐文 主审 耿恭健

参编

谢孝权、吴小林、陈 莉、陈 智、
钟珊珊、张 弘、蔡玉华、梁 静、
周 均、封享华、焦合华、黄诗玉、
杨 斌、余国琪、彭启能

第2册 主编 龙 辉 主审 李和逊

参编

邹友东、罗文兰、余晓艳、胡紫娟、
曾令泽、朱 颖、胡春健、张秀英、
何锡全、苏丽彬、王春梅

第3册 主编 朱 明 主审 黄锡年

参编

代子玉、周高平、唐仕军、罗淑君、
徐 敏、徐江涛、何知云、吴 江、
周生银、陈勇明

第4册 主编 高仕学 主审 徐德新
参编

郑祥云、焦学勇、郑文、李红、
周国清、罗平、张焰、唐勇、
罗韵容、陈德林、李元玉、徐涛、
陈锡志

全书总顾问 蒋光平

本教材的编写着眼于整个中等职业教育的培养目标,因此既适用于普通中专,也适用于职业中专、职高和技校.高职数学的初等数学部分也可使用本教材的第1册和第2册.

本教材在编写过程中得到原重庆中专数学界一些老同志以及参编教师所在学校的大力支持和帮助,且广大中专数学教师为教材编写提供了大量的信息和宝贵的意见,我们在此表示感谢.

由于编者水平有限,教材中难免有疏漏和错误,恳请读者批评指正.

重庆市中专数学教材编写组
2000年4月4日

目 录

第 1 章 集合与函数	1
1.1 集合的概念	1
1.2 交集 并集 补集	7
1.3 区间 一元不等式	13
1.4 函 数	21
1.5 反函数	33
第 2 章 幂函数 指数函数 对数函数	40
2.1 幂函数	40
2.2 指数函数	47
2.3 对 数	54
2.4 对数函数	60
第 3 章 任意角的三角函数	68
3.1 角的概念的推广、弧度制	68
3.2 任意角的三角函数	75
3.3 三角函数在单位圆上的表示法	81
3.4 三角函数的基本恒等式	87
第 4 章 三角函数的简化公式三角 函数的图像及正弦型曲线	95
4.1 三角函数的简化公式	95
4.2 三角函数的图像和性质	103

4.3	正弦型曲线	113
第 5 章	两角和或差的三角函数	128
5.1	两角和或差的三角函数	128
5.2	二倍角公式	135
5.3	半角公式	139
*5.4	三角函数的积化和差与和差化积	144
第 6 章	反三角函数与	
	简单的三角方程	152
6.1	反三角函数	152
6.2	简单的三角方程	167
附录 I	计算器	179
附录 II	余弦定理和正弦定理	199
习题答案	206

第 1 章 集合与函数

1.1 集合的概念

1.1.1 集合的意义

考察下面几组对象：

- (1) 1, 3, 5, 7, 9;
- (2) 与两点距离相等的所有的点；
- (3) 所有的四边形；
- (4) 所有的二次三项式；
- (5) 某老师的全部藏书。

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些式子、一些物体组成，每个组里的对象都具有某种特定的性质。

把具有某种特定性质的对象的总体叫做**集合**，简称**集**。集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**。

例如，(1)组是由数 1, 3, 5, 7, 9 组成的集合，其中对象 1, 3, 5, 7, 9 都是这个集合的元素；(5)组是由某老师的全部藏书组成的集合，藏书里的任何一本书都是这个集合的元素。

对于一个给定的集合，其中的元素是互异的，也就是说，集合中任何两个元素都是不同的，相同的对象归入一个集合时，只能算

作这个集合的一个元素,因此,集合中的元素是没有重复的.

集合通常用大写的字母 A, B, C, \dots 表示,集合的元素用小写的字母 a, b, c, \dots 表示. 如果 a 是集合 A 的元素,记为“ $a \in A$ ”,读作“ a 属于 A ”. 如果 a 不是集合 A 的元素,记为“ $a \notin A$ ”或“ $a \notin A$ ”,读作“ a 不属于 A ”.

例如,设 N 为自然数所组成的集合,则 $0 \in N, 35 \in N, -3 \notin N, \frac{3}{2} \notin N$.

由数组成的集合叫做数集. 已经学过的数组成的集合有自然数集、整数集、有理数集和实数集,它们通常用下表所示的记录来表示:

数 集	自然数集	整数集	有理数集	实数集
记 号	N	Z	Q	R

若数集中的元素都是正数,就在集合的右上角标以“+”号;若数集中的元素都是负数,就在集合记号的右上角标以“-”号. 例如,正整数集记作 Z^+ ,负实数集记作 R^- 等.

本书所讨论的数集中的数,如无特殊说明,都是实数.

注:按照国际新规定 0 是自然数.

1.1.2 集合的表示法

1. 列举法 就是把属于集合的元素一一列举出来,写在花括号 $\{ \}$ 内,每个元素仅写一次,不考虑顺序.

例如,由数 $1, 3, 5, 7, 9$ 组成的集合,可以表示为

$$\{1, 3, 5, 7, 9\}.$$

又如,由整式 $x^2 + 1, 3x, x^2 + y^2, xy$ 组成的集合,可以表示为

$$\{x^2 + 1, 3x, x^2 + y^2, xy\}.$$

当集合的元素很多,不需要或不可能一一列出时,也可只写出

几个元素,其他用省略号表示. 例如,小于 30 的自然数集可表示为

$$\{0, 1, 2, \dots, 29\}.$$

2. 描述法 就是把属于某个集合的元素所具有的特性性质描述出来,写在 $\{ \}$ 内. 例如:

(1) 某教师的全部藏书所组成的集合可表示为

$$\{\text{某教师的藏书}\}.$$

(2) 不等式 $3x - 5 > 0$ 所有解的集合可表示为

$$\{x \mid 3x - 5 > 0\} \text{ 或 } \{x : 3x - 5 > 0\}$$

括号内“ \mid ”或“ $:$ ”的左方表示集合所包含的元素的一般形式,右方表示集合中元素所具有的特性性质.

(3) 抛物线 $y = x^2$ 所有点的坐标组成的集合表示为

$$\{(x, y) \mid y = x^2\} \text{ 或 } \{(x, y) : y = x^2\}.$$

由点组成的集合叫做**点集**. 因为实数与数轴上的点是一一对应的,有序实数对与直角坐标平面内的点也是一一对应的,所以可以用数轴上的点所组成的点集来表示数集,用直角坐标平面内的点所组成的点集来表示有序实数对所组成的集合.

例 1 数集 $\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$ 可以用数轴上满足不等式 $-2 \leq x \leq 1$ 的所有的点所组成的点集来表示.

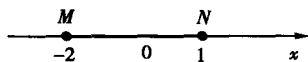


图 1.1

由图 1.1 容易看出,这个点集包含了线段 MN 上所有的点(包括两个端点).

例 2 集合 $\{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ 是有序实数对所组成的集合,它可以用直角坐标平面内同时满足 $0 \leq x \leq 1$ 及 $0 \leq y \leq 1$ 的所有的点所组成的点集来表示. 由图 1.2 容易看出,这个点集包含了边长为 1 的正方形内部和边界上所有的点.

1.1.3 集合的分类

含有无限多个元素的集合叫做**无限集**. 例如, $\{2, 4, 6, \dots\}$,

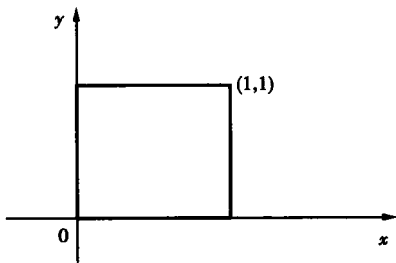


图 1.2

$2n, \dots$ 和 $\{\text{三角形}\}$ 等都是无限集.

含有有限个元素的集合叫做有限集. 例如, $\{\text{某一学校的学生}\}$ 和 $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 等都是有限集.

只含有一个元素的集合叫做单元素集. 例

如, $\{5\}$ 和 $\{a\}$ 等都是单元素集.

单元素集 $\{a\}$ 与单个元素 a 是两个不同的概念, 前者指的是集合, 而后者指的是元素.

单元素集是有限集的特例.

不含任何元素的集合叫做空集, 记为 \emptyset 或 $\{\}$.

例如, $A = \{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$ 为空集, 因为方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数范围内无解, 即集合 A 中没有任何元素, 所以 A 为空集.

空集 \emptyset 与集合 $\{0\}$ 是两个不同的概念, 前者指的是不包含任何元素的集合, 而后者指的是由一个元素 0 所组成的单元素集.

至少有一个元素的集合叫做非空集.

1.1.4 子集、真子集、集合的相等

1. 子集 设 A 和 B 是两个集合, 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 则集合 A 叫做集合 B 的子集, 记为

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A.$$

读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

例如, $\{2, 4, 6\}$ 中的任何一个元素都是 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 中的元素, 因此 $\{2, 4, 6\}$ 是 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 的子集, 即

$$\{2, 4, 6\} \subseteq \{2, 4, 6, 8, 10\}.$$

又如, $\{\text{正方形}\}$ 是 $\{\text{长方形}\}$ 的子集.

对于任何一个集合 A , 因为它的任何一个元素都属于集合 A 的本身, 所以

$$A \subseteq A$$

也就是说, 任何一个集合是它本身的子集.

规定空集是任何集合的子集, 也就是说, 对于任何集合 A , 有

$$\emptyset \subseteq A$$

2. 真子集 设 A 和 B 是两个集合, 如果集合 A 是集合 B 的子集, 且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A , 则集合 A 叫做集合 B 的真子集, 记为

$$A \subset B \text{ 或 } B \supset A.$$

例如, 自然数集 N 是 N 的子集, 但不是 N 的真子集, 即

$$N \subseteq N, \text{ 但 } N \not\subset N$$

又如, N 既是实数集 R 的子集, 也是 R 的真子集, 即

$$N \subset R$$

显然, 空集是任何非空集的真子集.

通常用圆表示一个集合, 而用圆中的点表示该集合的元素, 这样的图形叫做文氏 (Venn) 图. 图 1.3 表示 $A \subset B$.

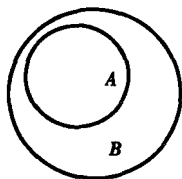


图 1.3

例 3 写出集合 $\{a, b, c\}$ 所有的子集, 并指出哪些是真子集.

解 集合 $\{a, b, c\}$ 的子集是

$$\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \emptyset.$$

其中除 $\{a, b, c\}$ 外, 其余都是它的真子集.

3. 集合的相等

设 A 和 B 是两个集合, 如果 $A \subseteq B$, 同时 $B \subseteq A$, 则集合 A 和集合 B 是相等的, 记作

$$A = B$$

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同, 例如

$$\{1, 2, 3\} = \{2, 3, 1\}.$$

例 4 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$, 集合 $B = \{-2, 2\}$. 证

明 $A=B$.

证 解方程 $x^2 - 4 = 0$, 得

$$x_1 = 2, x_2 = -2.$$

因此 $A = \{2, -2\}$, 而 $B = \{2, -2\}$, 所以

$$A=B.$$

习题 1.1

1. 用适当的符号 (\in 、 \notin 、 $=$ 、 \subset 、 \supset) 填空:

(1) 0 _____ $\{0\}$;

(2) 0 _____ \emptyset ;

(3) $\sqrt{2}$ _____ Q ;

(4) $\sqrt{2}$ _____ R ;

(5) \emptyset _____ $\{0\}$;

(6) a _____ $\{a\}$;

(7) $\{a, b\}$ _____ $\{b, a\}$;

(8) $\{a, b, c\}$ _____ $\{a, c\}$;

(9) N _____ Q ;

(10) R _____ Z .

2. 用列举法表示下列集合:

(1) $\{x \mid x + 1 = 1\}$;

(2) $\{x \mid x^2 = 9\}$;

(3) $\{x \mid x^2 + 3 = 0\}$;

(4) $\{x \mid x^2 - 10x + 16 = 0\}$;

(5) $\{\text{中国古代的四大发明}\}$;

(6) $\{\text{大于1, 小于11的偶数}\}$.

3. 用描述法表示下列集合:

(1) 某校学生的全体;

(2) 重庆市现有中专学校的全体;

(3) 所有正奇数;

(4) 不等式 $4x - 2 < 0$ 的所有解;

(5) 所有 5 的倍数;

(6) 抛物线 $y = 3x^2 + 1$ 上的所有点;

(7)水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星.

4. 写出集合 $A = \{0, 1, 2\}$ 的所有子集, 指出其中哪些是真子集.

5. 设 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 5\}$. 写出由 A 和 B 所有公共元素组成的集合 C .

6. 设 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. 写出由 A 和 B 所有元素放在一起组成的集合 C .

7. 比较下列各题中的两个集合, 判断它们是否相等:

(1) $A = \{x | x = 5n, n \in Z^+, n < 6\}$ 与 $B = \{5, 15, 25, 10, 20\}$;

(2) $C = \{1, 5, 7, 9\}$ 与 $D = \{\text{小于 } 10 \text{ 的奇数}\}$.

8. 用图形把集合 $M = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1; -2 \leq y \leq 2\}$ 表示出来.

1.2 交集 并集 补集

1.2.1 交集

设集合 $A = \{1, 2, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, 把同时属于 A 和 B 的所有元素组成一个集合 $C = \{1, 2\}$. 对于这样的集合, 给出如下定义:

定义 设 A 和 B 是两个集合, 把属于 A 也属于 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集, 记为 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”, 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

因此, 上面的例子有

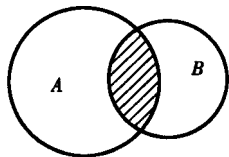


图 1.4