



新教材

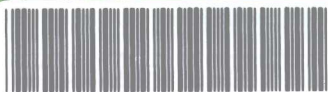
YAOCAI WANQUANJIEDU

完全解读

新课标·人

与最新教材完全同步
重点难点详尽解读

数学



YZLI0890146964

主 编：徐亚光
本册主编：徐亚先 杨霞祥 韩慧洁



吉林出版集团有限责任公司
吉林人民出版社





新教材

XINJIAOCAI WANQUAN JIEDU

完全解读

与最新教材完全同步

重点难点完全解读

数学

新课标·人

九年级(下)

主 编：徐亚光

本册主编：徐亚先 杨霞祥 戴慧洁

副 主 编：包艳梅 池红艳 杨凤祥 姜煜冰 徐秀香

刘淑艳

编 者：王红伟 卢亚珍 李 铁 周绍玉 赵雅芳

赵宏艳 杨 冰 康伟华 王连山



YZLI0890146964



吉林出版集团有限责任公司
吉林人民出版社



图书在版编目(CIP)数据

新教材完全解读:人教版. 九年级数学. 下/

徐亚光主编. —长春:吉林出版集团有限责任公司;吉林人民出版社, 2011. 8

ISBN 978 - 7 - 5463- 6323- 3

I. ①新… II. ①徐… III. ①中学数学课—初中—教

学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 147546 号

策 划:吉林人民出版社综合编辑部策划室

执行策划:罗明珠 曲 喆

新教材完全解读·九年级数学·下 新课标(人)

吉林出版集团有限责任公司

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街 7548 号 邮政编码:130022)

网址: www.zigengguoji.com 电话: 0431—85202911

主 编 徐亚光

本册主编 徐亚先 杨霞祥 戴慧洁

责任编辑 张长平 王胜利

封面设计 魏 晋 薛雯丹

责任校对 肖建萍

版式设计 邢 程

印刷:北京市梓耕印刷有限公司

开本:880×1230 1/32

印张:10 字数:310 千字

标准书号:978 - 7 - 5463- 6323- 3

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

定 价:18.80 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。联系电话:(010)89579201
图书质量反馈电话:(0431)85202911 售书热线:(010)85710890

新教材·完全解读

亮点展示

《新教材完全解读》自出版以来,就深受广大师生的好评,一直畅销全国。今年在保持总体风格不变的前提下,对图书品质进行了精心的打造和全面的提升,使其真正达到更新、更准、更细、更实用。修订后的数学学科具有七大亮点——

亮点1 完全与教材同步,核心知识深入解读。

完全与教材同步,以每个知识点为讲解元素,结合【知识拓展】、【探究交流】、【规律方法小结】等栏目设计,突破重点,化解难点,诠释疑点,核心解读,精、准、全、透。

教材解读 精华要义

知识要点 一元二次方程的概念 78

如果将一个方程通过移项可以使右边为0,而左边是只含有一个未知数……

知识拓展 对于一元二次方程概念的理解,必须注意只有同时满足……

规律方法小结 1. 一元二次方程的一般形式包含两层含义:一是所有的一元二次方程都可以写成一般形式;二是先能化成一元二次方程一般形式的整式方程均为一元二次方程。

方程 $(x-5)(x+6)=x^2-4$ 是一元二次方程吗?

解读教材知识点

提炼规律,总结方法

深化知识的内涵和外延

开拓视野,拓展思维

亮点2 例题归类全面精准,规律方法及时总结。

紧扣教材知识,结合高频考点,从基本概念、基础应用、综合应用、探索创新四个角度准确归类,精准解读典型例题,透彻分析解题思路,适时总结规律方法,优化解题思维,培养创新意识,提升实践能力。

典例剖析 触类旁通

基本概念题

例1 下列关于 x 的方程中,哪些是一元二次方程?

分析 本题考查一元二次方程的定义,判断方程是否为一元二次方程……

【解题策略】 判断一个方程是否是一元二次方程,要从整式方程,含有一个未知数……

基本知识应用题

例2 (开放题)从选项中选择合适的一题将题目补充完整。

分析 本题必须先按 a 代入方程,再进行讨论,把 $x=a$ 代入方程……

综合应用题

例3 (实际应用题)某开发区人口和人均住房面积三年来的增长情况……

探索与创新题

例4 (开放题)请你写出一个一元二次方程,要求这个一元二次方程满足:

亮点3 化解疑难易错,警示思维误区。

全面解析学习过程中的易错点、疑难点,明确思路转折点,释疑解惑,纠错反思,弥补疏漏,使学习效果日臻完善。

易错疑难辨析 纠错释疑

易错点 确定一元二次方程各项的系数及常数项时,易出现符号错误

【典例剖析】 任何一个一元二次方程经过整理后都可化为一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ……

例1 写出方程 $3x^2=2x+5$ 的二次项系数、一次项系数及常数项。

分析 产生错解1的原因是写一元二次方程的各项系数时,没有将……

【解题策略】 要熟练一元二次方程各项的系数及常数项,必须先将方程化简。

疑难点 对一元二次方程的定义理解不透彻

【典例剖析】 判断一个方程是否为一元二次方程,首先要看它是否是整式方程。

亮点 4

把握中考命题动向,体现地域化考试特点。

明确中考重点、难点、热点问题,科学预测命题趋势,配合各版本教材的不同特点,精选各地中考名题,突显区域化的考试特点,并进行细致入微的讲解和点评,运筹帷幄,决胜千里,提高应试能力。

中考解读

点击中考

中考命题总结与展望

本节课的主要内容是一元二次方程的概念及一元二次方程的一般形式……

中考真题解读与预测

例1 (08·河北)某县为发展教育事业,加强了对教育经费的投入,2007年投入3000万元,预计2009年投入5000万元,设教育经费的年平均增长……

亮点 5

教材课后习题,答案全解全析。

与教材同步,跟教学配合,全面解读教材习题,讲析结合,详略得当,启发多角度思维,精准点拨解题思路,具有很强的针对性、实用性。

课后习题解答

详解精析

>>> 练习

1. 解: 方程 $0.01x^2 - 2x = 0$ 的二次项系数是 0.01, 一次项系数是……
2. 解: 一般形式 $4x^2 - 110x + 325 = 0$, 二次项系数是 4, 一次项系数是 -110, 常数项是 325.

亮点 6

系统整合知识,突破热点专题。

在细致讲练的基础上,归纳、总结出综合性、创新性、能力性更强的问题、方法、题型,以专题的形式专项讲解,拓展突破。

专题总结及应用

一、知识性专题

专题1 一元二次方程的定义及应用

【专题解读】 理解一元二次方程的定义应抓住其本质,一元二次方程必须满足三个条件:①方程是整式方程;②方程只含有一个未知数;③方程中未知数的最高次数是2.

例1 关于 x 的方程 $(k-3)x^{k^2-1} - x + 3 = 0$ 是一元二次方程,求 k 的值,并写出这个一元二次方程的二次项系数、一次项系数及常数项.

【分析】 本题考查一元二次方程及其有关概念,要确定该方程为一元二次方程,不但要使 $|k-1|=2$,而且还必须使 $k-3 \neq 0$,由此即可确定 k 的值.

【解题策略】 此类问题要依据一元二次方程的定义及其一般形式来解答.

二、规律方法专题

专题2 一元二次方程的解法与技巧

1. 配方法

【专题解读】 用配方法可以解一元二次方程,还可以把一个二次三项式……

三、思想方法专题

专题3 方程思想

【专题解读】 在解决问题时,通过已知和未知的联系,建立方程,从而求……

亮点 7

体现资料性、趣味性,开拓视野。

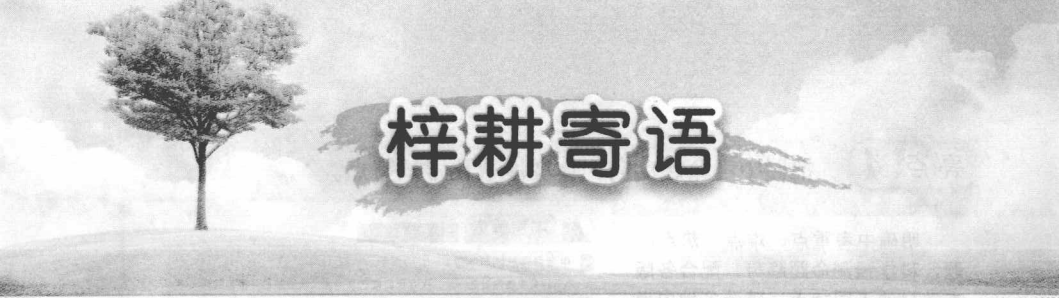
每节内容均采用了集知识性和趣味性于一体的材料揭示主题,提出问题,使知识形象化,促进理解,引起思考,配合【趣味数学】栏目的设置,使学习更有趣、更主动、更轻松。

趣味数学

猴 群

古印度人喜将数学问题用诗的形式表现出来,在印度古算书中有这样一首诗:
一群猴子分两队,高高兴兴在游戏;
八分之一再平方,蹦蹦跳跳树林里;
其余十二叽喳喳,伶俐活泼又调皮;
告我总数共多少,两队猴子在一起.





梓耕寄语

爱读书，善读书

读书是一种乐趣。“闲来无事常读书”，能够静静地、不受惊扰地沉入到书的世界，是一种快乐的享受。事实上，也只有书，才能让人游离出现实的烦恼和羁绊，天马行空，神游八方，纵跨古今，横跃东西。

古人就有“博百家所长，为我所用”的读书情怀。只要忙里偷闲，拥卷在手，就可以给心灵放假。凭着一腔怡然和恬淡的情怀，开始精神的遨游，实在是生活中十分惬意和快乐的事情。

读书更要善于选择。读书说起来简单，但要善于选择、善于思考、明辨是非、知所适从。读一本好书，让我们得以明净如水，开阔视野，丰富阅历，益于人生；读一本好书，可以给身心以滋补和调养，缓解思想的困顿和迷茫，洗去久居世事的尘埃和污垢，让心境超然物外，从而忘却诸多的纠缠和烦扰，心灵便有了一份宁静的依托、归属和安慰。

读书其实也是在读人，读人品、读情趣，是一个人在同另一个人、另一些人的思想和情趣进行沟通和交流，就像条条小溪汇成大海，让书中的点点滴滴、丝丝缕缕，如同涓涓细流，流淌到自己的心底，弥漫和浸染心扉。所以，读书不但是生活的一种享受，也是生命的一种安慰，更是心灵的一种需要！



目 录

CONTENTS

第二十六章 二次函数

本章视点 1

26.1 二次函数及其图象

26.1.1 二次函数

新课导读	2
教材解读	2
典例剖析	3
易错疑难辨析	5
中考解读	6
课堂小结	6
课后习题解答	6
自我评价	7

26.1.2 二次函数 $y=ax^2$ 的图象

新课导读	8
教材解读	8
典例剖析	11
易错疑难辨析	15
中考解读	15
课堂小结	16
自我评价	16

26.1.3 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象(一)

新课导读	17
教材解读	18
典例剖析	20
易错疑难辨析	23
中考解读	24
课堂小结	25
课后习题解答	26
自我评价	26

26.1.3 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象(二)

新课导读	28
教材解读	28
典例剖析	30
易错疑难辨析	32
中考解读	33
课堂小结	34

课后习题解答 34

自我评价 34

26.1.4 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象

26.1.5 用待定系数法求二次函数的解析式

新课导读	35
教材解读	36
典例剖析	39
易错疑难辨析	45
中考解读	46
课堂小结	50
课后习题解答	51
自我评价	53

26.2 用函数观点看一元二次方程

新课导读	55
教材解读	56
典例剖析	58
易错疑难辨析	65
中考解读	67
课堂小结	68
课后习题解答	69
自我评价	70

26.3 实际问题与二次函数

新课导读	72
教材解读	72
典例剖析	74
易错疑难辨析	82
中考解读	83
课堂小结	86
课后习题解答	86
自我评价	89
章末总结	94
本章综合评价	107

第二十七章 相似

本章视点	113
27.1 图形的相似	
新课导读	114
教材解读	114
典例剖析	116
易错疑难辨析	118
中考解读	118
课堂小结	119
课后习题解答	120
自我评价	121
27.2 相似三角形	
27.2.1 相似三角形的判定	
新课导读	123
教材解读	123
典例剖析	126
易错疑难辨析	132
中考解读	132
课堂小结	135
课后习题解答	135
自我评价	136
27.2.2 相似三角形应用举例	
新课导读	138
教材解读	138
典例剖析	138
易错疑难辨析	143
中考解读	143
课堂小结	144
课后习题解答	144
自我评价	144
27.2.3 相似三角形的周长与面积	
新课导读	147
教材解读	147
典例剖析	148
易错疑难辨析	153
中考解读	153
课堂小结	155

课后习题解答	155
自我评价	157
27.3 位似	
新课导读	159
教材解读	160
典例剖析	161
易错疑难辨析	164
中考解读	165
课堂小结	166
课后习题解答	166
自我评价	169
章末总结	171
本章综合评价	178

第二十八章 锐角三角函数

本章视点	185
28.1 锐角三角函数(一)	
新课导读	186
教材解读	186
典例剖析	190
易错疑难辨析	195
中考解读	196
课堂小结	198
课后习题解答	199
自我评价	199
28.1 锐角三角函数(二)	
新课导读	202
教材解读	203
典例剖析	204
易错疑难辨析	206
中考解读	206
课堂小结	207
课后习题解答	207
自我评价	209
28.2 解直角三角形(一)	
新课导读	210
教材解读	210
典例剖析	212

易错疑难辨析	219
中考解读	221
课堂小结	222
课后习题解答	222
自我评价	223

28.2 解直角三角形(二)

新课导读	225
教材解读	226
典例剖析	227
易错疑难辨析	236
中考解读	237
课堂小结	242
课后习题解答	242
自我评价	246
章末总结	250
本章综合评价	260

第二十九章 投影与视图

本章视点	267
------	-----

29.1 投 影

新课导读	268
教材解读	268
典例剖析	269

易错疑难辨析	271
中考解读	272
课堂小结	273
课后习题解答	273
自我评价	274

29.2 三视图

29.3 课题学习 制作立体模型(略)

新课导读	276
教材解读	277
典例剖析	278
易错疑难辨析	281
中考解读	282
课堂小结	284
课后习题解答	284
自我评价	287
章末总结	289
本章综合评价	292

期中综合评价	299
--------	-----

期末综合评价	305
--------	-----

二次函数

本章视点



视点1 本章概述

本章从实际问题的情境入手引出基本概念,引导学生自主探索变量之间的关系及其规律,认识二次函数及其图象的一些基本性质,学习怎样寻找所给问题中隐含的数量关系,掌握其基本的解决方法.本章的主要内容有两大部分:一部分是二次函数及其图象的基本性质,另一部分是二次函数模型.通过分析实例,尝试着解决实际问题,逐步提高分析问题、解决问题的能力.

二次函数综合了初中所学的函数知识,它把一元二次方程、三角形等知识综合起来,是初中各种知识的总结.二次函数作为一类重要的数学模型,将在解决有关实际问题的过程中发挥重要的作用.

【本章重点】 通过对实际问题情境的分析,确定二次函数的表达式,体会二次函数的意义;会用描点法画二次函数的图象,能从图象中认识二次函数的性质;会根据公式确定二次函数图象的顶点、开口方向和对称轴,并能解决简单的实际问题;会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解.

【本章难点】 会根据公式确定二次函数图象的顶点、开口方向和对称轴,并能解决简单的实际问题.



视点2 学法指导

1. 在学习本章的过程中,不要死记硬背,要运用观察、比较的方法及数形结合思想熟练地画出抛物线的草图,然后结合图象来研究二次函数的性质及不同图象之间的相互关系,由简单的二次函数 $y=ax^2 (a \neq 0)$ 开始,总结、归纳其性质,然后逐步扩展,从 $y=ax^2+k$, $y=a(x-h)^2$ 一直到 $y=ax^2+bx+c$,最后总结出一般规律,符合从特殊到一般、从易到难的认识规律,降低了学习难度.

2. 在研究抛物线的画法时,要特别注意抛物线的轴对称性,列表时,自变量 x 的选取应以对称轴为界进行对称选取,要结合图象理解并掌握二次函数的主要特征.

3. 有关一元二次方程与一次函数的知识是学习二次函数内容的基础,通过观察、操作、思考、交流、探索,加深对教材的理解,在学习数学的过程中学会与他人交流,同时,在学习本章时,要深刻理解两种思想和两种方法,两种思想指的是函数思想和数形结合思想,两种方法指的是待定系数法和配方法,在学习过程中,对数学思想和方法要认真总结并积累经验.

26

27

28

29

期中

期末



26.1

二次函数及其图象

26.1.1 二次函数

新课导读

WANGQUANJIEDU

情境引入

生活链接 某果园有 100 棵橙子树, 每棵树平均结 600 个橙子, 现准备多种一些橙子树以提高产量, 但是如果多种树, 树之间的距离和每棵树所接受的阳光就会减少, 根据经验估计每多种一棵树, 平均每棵树就会少结 5 个橙子, 你能确定果园橙子的总产量与多种的橙子树的数量之间的函数关系式吗? 它是几次函数?

问题探究 如果设果园多种 x 棵橙子树, 那么果园共有 $(100+x)$ 棵橙子树, 这时每棵树平均结 $(600-5x)$ 个橙子, 如果设果园橙子的总产量为 y 个, 那么 $y=(600-5x)(100+x)$, 这个函数关系式整理后是几次函数呢?

点拨 上述关系式整理后为 $y=-5x^2+100x+60000$, 它是二次函数.

教材解读

WANGQUANJIEDU

精华要义

知识点 1 通过实例体会二次函数是刻画现实世界的有效模型

了解

例如: 小王家用 40 米长的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园, 如图 26-1 所示, 求这块菜园的面积.

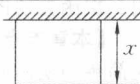


图 26-1

分析 由于矩形的面积由它的长和宽来决定, 而题目中的长与宽未定, 因此可以根据已知条件作出如下分析:

垂直于墙的一边长(米)	...	4	6	8	10	...	15.5	...
矩形的另一边长(米)	...	$40-2\times 4=32$	28	24	20	...	9	...
矩形的面积(米 ²)	...	$4\times 32=128$	168	192	200	...	139.5	...

因为矩形的边长为正值, 所以边长应大于零, 又由于当垂直于墙的一边长等于 20 时, 另一边长为零, 所以只要在 $0\sim 20$ 之间确定垂直于墙的一边长的一个值, 就有一个确定的矩形面积与之对应, 这就是说, 矩形的边长和面积之间是一个函数关系, 那么它是一个什么函数呢?

解: 设矩形菜地中垂直于墙的一边长为 x 米, 则矩形的另一边长为 $(40-2x)$ 米, 根据题意, 可得面积 y (米²) 与垂直于墙的一边长 x (米) 之间的关系式为 $y=x(40-2x)$,

即 $y=-2x^2+40x(0<x<20)$.

这和以前学过的一次函数解析式有所不同, 它是用自变量的二次式表示的函数关系.

知识拓展

列与实际问题有关的函数关系式时,应认真理解题意,明确各量之间的关系,同时也要注意自变量的取值范围.

知识点 2 二次函数的定义 重点:掌握

一般地,形如 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数,叫做二次函数. 其中, x 是自变量, a, b, c 分别是函数解析式的二次项系数、一次项系数和常数项.

知识拓展

(1) 在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中, 必须注意的是限制条件 $a \neq 0$.

(2) 任何一个二次函数的解析式都可化成 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的形式, 因此, 把 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 叫做二次函数的一般式.

(3) 在一般式中, 只有当 $a \neq 0$ 时, $y=ax^2+bx+c$ 才是二次函数. 当 $a=0$ 时, $y=bx+c$, 若 $b \neq 0$, 则它是一次函数, 若 $b=0$, 则 $y=c$ 是一个常函数.

(4) 在 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 中, x 的取值范围是全体实数.

(5) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有着密切的联系, 如果将变量 y 换成一个常数, 那么这个二次函数就是一元二次方程了.

规律方法小结 二次函数是反映现实生活中变量间的数量关系和变化规律的一种常用的数学模型, 要学会分析实际问题中的变量与变量间的关系, 体会数学建模思想.

典例剖析**触类旁通****基本概念题**

例 1 下列函数中, 哪些是关于 x 的二次函数?

$$(1) y=3x^2-11x+2;$$

$$(2) y=2x^2-7;$$

$$(3) y=x^2+3x;$$

$$(4) y=-\frac{1}{3}x^2;$$

$$(5) y=3-5x-7x^2;$$

$$(6) y=-(x-1)^2;$$

$$(7) y=-\frac{x^2}{2}+\frac{x}{4}-6;$$

$$(8) y=6a^2-5a+x;$$

$$(9) y=9x^2-5x+x^3;$$

$$(10) y=2x^2-x+\frac{3}{x^2}.$$

分析 根据二次函数的特征来判断这些函数是不是关于 x 的二次函数.

解: (1)(2)(3)(4)(5)(6)(7) 是关于 x 的二次函数, (8)(9)(10) 不是关于 x 的二次函数.

【解题策略】 判断一个函数是不是二次函数, 在关系式是整式的前提下, 如果把关系式化简整理(去括号、移项、合并同类项)后, 能写成 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的形式, 那么这个函数就是二次函数, 否则就不是二次函数.

基础知识应用题

例 2 已知函数 $y=(m^2-4)x^2+(m+2)x+3$.

(1) 当 m 为何值时, 此函数是二次函数?

(2) 当 m 为何值时, 此函数是一次函数?

分析 由二次函数和一次函数的定义可知, 若所给函数的二次项系数不为零,



即 $m^2 - 4 \neq 0$, 则此函数是二次函数, 若所给函数的二次项系数为零, 且一次项系数不为零, 则此函数是一次函数.

解: (1) $\because$ 此函数是二次函数, $\therefore$ 二次项系数不为零,

即 $m^2 - 4 \neq 0, \therefore m \neq \pm 2$,

$\therefore$ 当 $m \neq \pm 2$ 时, 此函数是二次函数.

(2) $\because$ 此函数是一次函数, $\therefore \begin{cases} m^2 - 4 = 0, \\ m + 2 \neq 0, \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} m = \pm 2, \\ m \neq -2, \end{cases} \therefore m = 2$,

$\therefore$ 当 $m = 2$ 时, 此函数是一次函数.

综合应用题

例 3 若 $y = (m^2 + m)x^{m^2 - m}$ 是二次函数, 求 m 的值.

解: 由二次函数的定义可知:

$$\begin{cases} m^2 + m \neq 0, \\ m^2 - m = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 0, \text{ 且 } m \neq -1, \\ m = 2, \text{ 或 } m = -1 \end{cases} \Rightarrow m = 2,$$

$\therefore m$ 的值为 2.

【解题策略】 根据已知的函数类型求字母系数的值时, 要根据已知条件列出方程组, 通过解方程组求出字母系数的值.

例 4 已知 $y + x^2$ 与 $x(x + 2m)$ 成正比例, 且比例系数是 k (其中 m 是常数, $k \neq 0, k \neq 1$), 试说明 y 是 x 的什么函数.

解: $\because y + x^2$ 与 $x(x + 2m)$ 成正比例, 且比例系数是 k ,

$\therefore y + x^2 = kx(x + 2m) (k \neq 0), \therefore y = (k - 1)x^2 + 2kmx$,

$\because m$ 是常数, $k \neq 1, \therefore k - 1 \neq 0, \therefore y$ 是 x 的二次函数.

例 5 如图 26-2 所示, 苗圃的形状是直角梯形 $ABCD$, $AB \parallel CD, BC \perp CD$, 其中 AB, AD 是已有的墙, $\angle BAD = 135^\circ$, 另外两边 BC 与 CD 的长度之和是 30 m, 如果梯形的高 BC 为变量 x , 梯形的面积为 y , 求 y 与 x 之间的函数关系式.

【分析】 过点 A 作 $AE \perp CD$, AE 把直角梯形分割成一个矩形和一个等腰直角三角形, 从而找出各边之间的关系, 再利用梯形的面积公式建立函数关系式.

解: 过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 $E, \therefore \angle AEC = 90^\circ$.

$\because \angle B = \angle C = \angle AEC = 90^\circ, \therefore$ 四边形 $BCEA$ 是矩形,

$\therefore BC = AE, \angle BAE = 90^\circ$.

又 $\because \angle BAD = 135^\circ, \therefore \angle EAD = 45^\circ$,

$\therefore \angle EAD = \angle D, \therefore EA = ED = BC$.

又 $\because BC + CE + ED = 30, \therefore AB = CE = 30 - 2x, CD = 30 - x$,

$$\therefore y = \frac{1}{2} (AB + CD) \cdot BC = \frac{1}{2} [(30 - 2x) + (30 - x)] \cdot x = -\frac{3}{2} x^2 + 30x (0 < x < 15).$$

【解题策略】 本题需要从几何图形中建立函数关系式, 要充分利用几何图形的特点及求面积的方法.

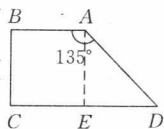


图 26-2

探索与创新题

例 6 某公司试销一种成本单价为 500 元的新产品,规定试销时的销售单价不低于成本单价,又不高于 800 元.经试销发现:销售量 y (件) 与销售单价 x (元/件) 之间的关系可以近似地看作一次函数 $y=kx+b$ (如图 26-3 所示).

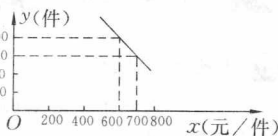


图 26-3

(1) 根据图象,求一次函数的解析式;

(2) 设公司获得的毛利润(毛利润=销售总价-成本总价)为 S 元,试写出 S 与 x 之间的函数关系式.

分析 读懂图象是关键,首先由图象经过两点,用待定系数法求出一元函数关系式,再利用第(1)小题的结论求出 S 与 x 之间的函数关系式.

解: (1) 由图象可知,当 $x=600$ 时, $y=400$, 当 $x=700$ 时, $y=300$,

$$\text{代入 } y=kx+b \text{ 中, 得 } \begin{cases} 400=600k+b, \\ 300=700k+b, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=-1, \\ b=1000, \end{cases}$$

$$\text{所以 } y=-x+1000 (500 \leq x \leq 800).$$

$$(2) \text{ 由题意得 } S=(x-500)y,$$

$$\text{所以 } S=(x-500)(-x+1000)=-x^2+1500x-500000 (500 \leq x \leq 800).$$

易错疑难辨析

纠错释疑

易错点 利用二次函数的定义解题时,忽略二次项系数不等于 0 这一条件,从而导致错误

【易错点解读】 由二次函数的定义确定函数解析式中字母的值时,应使二次项系数不为零,这一点经常被忽略.

例题 当 m 取何值时,函数 $y=(m+2)x^{m^2-2}+2x-3$ 是二次函数?

错解: 由题意可知 $m^2-2=2$, 解得 $m=\pm 2$,

$\therefore$ 当 $m=\pm 2$ 时,函数 $y=(m+2)x^{m^2-2}+2x-3$ 是二次函数.

分析 根据二次函数的定义,要使 $y=(m+2)x^{m^2-2}+2x-3$ 是二次函数, m 不仅应满足 $m^2-2=2$, 还应满足 $m+2 \neq 0$, 而错解中忽略了 $m+2 \neq 0$ 这一隐含条件,从而导致错误.

$$\text{正解: 由题意可知 } \begin{cases} m^2-2=2, \\ m+2 \neq 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} m=\pm 2, \\ m \neq -2, \end{cases} \therefore m=2,$$

$\therefore$ 当 $m=2$ 时,函数 $y=(m+2)x^{m^2-2}+2x-3$ 是二次函数.

【解题策略】 不能只考虑 $m^2-2=2$, 而忽略 $m+2 \neq 0$, 因此应由 $\begin{cases} m^2-2=2, \\ m+2 \neq 0 \end{cases}$ 同

时限制 m 的取值.



中考解读

点击中考

中考考点透视

二次函数是中考必考内容,但单独考查二次函数定义的题目不多,它是学习二次函数其他相关知识的基础,考查时多以选择题、填空题为主.

中考真题解读与预测

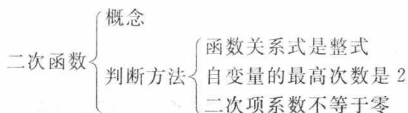
例题 (2010·西宁中考)某车刹车距离 $s(\text{m})$ 与开始刹车时的速度 $v(\text{m/s})$ 之间的函数关系式为 $s = \frac{1}{20}v^2$, 这辆汽车以 10 m/s 的速度行驶,在前方 8 m 处停放一辆故障车,此时刹车_____有危险.(填“会”或“不会”)

分析 由题意知刹车距离与开始刹车时的速度之间的关系式为 $s = \frac{1}{20}v^2$, $v = 10 \text{ m/s}$, 所以 $s = \frac{1}{20} \times 10^2 = 5 < 8$, 故此时刹车不会有危险. 故填不会.

课堂小结

本节归纳

1. 知识结构及要点小结



2. 解题方法及技巧小结

1. 判断一个函数是不是二次函数, 必须注意它是否满足以下三个条件:

- (1) 函数关系式必须是整式;
- (2) 化简整理后自变量的最高次数为 2;
- (3) 二次项系数不为零.

2. 对二次函数概念的理解应注意任何一个二次函数的关系式都可以化成 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的形式. 当 $b = 0$ 时, 它为 $y = ax^2 + c$. 当 $c = 0$ 时, 它为 $y = ax^2 + bx$. 当 $b = c = 0$ 时, 它为 $y = ax^2$, 这些都是二次函数的特殊形式.

3. 确定二次函数中自变量的取值范围时应注意以下两点:

- (1) 非实际问题、非几何图形问题中的二次函数的自变量的取值范围为全体实数.
- (2) 实际问题中的二次函数的自变量的取值范围要符合实际意义.

课后习题解答

详解精析

>>> 练习

1. $S = 4\pi r^2$. 2. $m = \frac{n^2 - n}{2}$.



自我评价

知识巩固

- 下列各式中, y 是 x 的二次函数的是 ()
 A. $x-2y^2-3=0$ B. $y=(x+2)(x-2)-(x-5)^2$
 C. $y=\frac{1}{x^2}+x$ D. $(x-1)^2-2y+1=0$
- 函数 $y=(m-n)x^2+2x+n$ 是二次函数的条件是 ()
 A. m, n 是常数, 且 $m \neq 0$ B. m, n 是常数, 且 $m \neq n$
 C. m, n 是常数, 且 $n \neq 0$ D. m, n 为任意实数
- 一台机器原价为 60 万元, 如果每年的折旧率是 x , 两年后这台机器的价格为 y 万元, 则 y 与 x 之间的函数关系式为 ()
 A. $y=60(1-x)^2$ B. $y=60(1-x)$ C. $y=60-x^2$ D. $y=60(1+x)^2$
- 当 m _____ 时, 函数 $y=(m-2)x^2+4x-5$ (m 是常数) 是二次函数.
- 已知 $y=(m^2-1)x^2+(m^2+2m-3)x-m-1$ 是二次函数, 则 m _____.
- 在边长为 15 cm 的正方形铁片中间剪去一个边长为 x cm 的小正方形铁片, 则剩下的四方框铁片的面积 $y(\text{cm}^2)$ 与 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系式为 _____.
- 写出一个你喜欢的二次函数解析式, 使 a, b, c 满足 $a+b+c=0$, 则这个二次函数的解析式是 _____. (写出一个即可)
- 已知正方形的边长是 4 cm, 当边长增加 x cm 时, 面积增加 $y \text{ cm}^2$.
 (1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式;
 (2) 当边长增加 3 cm, 4 cm 时, 面积增加了多少?
- 某广告公司设计一幅周长为 12 m 的矩形广告牌, 广告设计费为每平方米 1000 元, 设矩形一边的长为 x m, 面积为 $S \text{ m}^2$.
 (1) 求 S 与 x 之间的函数关系式, 并确定自变量 x 的取值范围;
 (2) 若要求设计的广告牌边长为整数, 请你填写下表, 并探究当 x 取何值时, 广告牌的设计费最多.

$x(\text{m})$					
$S(\text{m}^2)$					
设计费(元)					

评价标准

1. D 2. B 3. A 4. $\neq 2$ 5. $\neq \pm 1$ [提示: 由已知得 $m^2-1 \neq 0$.] 6. $y=-x^2+225$
 7. $y=x^2+x-2$ (答案不唯一) 8. 解: (1) $y=x^2+8x$. (2) 当 $x=3 \text{ cm}$ 时, $y=33 \text{ cm}^2$; 当 $x=4 \text{ cm}$ 时, $y=48 \text{ cm}^2$. 9. 解: (1) $S=x(6-x)=-x^2+6x$, 其中 $0 < x < 6$. (2) 由于 x 取整数, 所以 $x=1, 2, 3, 4, 5$. 当 $x=1$ 时, $S=5$, 设计费为 5000 元; 当 $x=2$ 时, $S=8$, 设计费为 8000 元; 当 $x=3$ 时, $S=9$, 设计费为 9000 元; 当 $x=4$ 时, $S=8$, 设计费为 8000 元; 当 $x=5$ 时, $S=5$, 设计费为 5000 元. 因此当 $x=3 \text{ m}$ 时, 广告牌的设计费最多, 为 9000 元 (填表略).



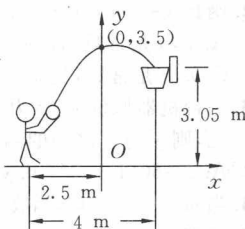
26.1.2 二次函数 $y=ax^2$ 的图象

新课导读

情境引入

【生活链接】 如右图所示,一名篮球运动员在离篮筐中心水平距离 4 m 处跳起投篮,当球运行的水平距离为 2.5 m 时,球达到最大高度 3.5 m,然后准确落入篮筐内,已知篮筐中心离地面的距离为 3.05 m.

【问题探究】 通过阅读上述材料,你能说出篮球从出手到落入篮筐的路线是什么图象吗?通过本节的学习,相信你一定能解答这个问题.



教材解读

精华要义

知识点 1 二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象 **重点:掌握**

二次函数 $y=x^2$ 是最简单的二次函数,画二次函数 $y=x^2$ 的图象时,具体画法可分为以下几个步骤:

(1)列表:以 0 为对称中心,对称地选取一些便于计算的 x 值,计算出函数值 y 的对应值,列出函数的对应值表.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y=x^2$	...	9	4	1	0	1	4	9	...

(2)描点:把每对对应值 (x, y) 作为点的坐标,在平面直角坐标系中描出对应的点,如图 26-4(1)所示.

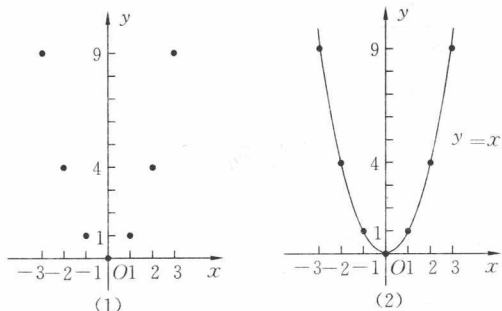


图 26-4

(3)连线:按照自变量的取值由小到大的顺序,用平滑的曲线顺次连接各点,就得到了函数 $y=x^2$ 的图象,如图 26-4(2)所示.

可以看出,二次函数 $y=x^2$ 的图象是一条曲线,它的形状类似于投篮球或掷铅