萬有文庫

第二集七百種

王雲五主編

科學方法論

(五)

魏斯特惠著

徐韋曼譯

商務印書館發行

科學方法論

（五）

魏斯特惠著

徐韋曼譯

漢譯世界名著

第二十四章　計量(Measurement)

第一節　準確計量爲科學之基礎

科學之最後鵠的，乃將自然界之複雜現象，化爲基本之原素，而將各原素間之關係，用準確及定量之方法以記述之。任何科學之中，準確計量之方法愈多，則進步愈速。此物理化學之所以較植物及地質之進步爲速之故也。吾人對於面積及重量之概念，較諸聰慧或勇敢爲清晰者，因前者之量可計，而後者則不能。科學中之第一要點，爲能將各種現象作準確定量，是以每種新科學儀器之應用，往往能使知識界有顯著之進步。現時所有之儀器，較之查爾登(Chaldeans)時代所用者，其可測之量，至少可小百萬倍。

物理科學之各問題，大半複雜，每種研究，常有若干步驟，而任何步驟，均可發生附屬之研究。新

發生之問題，恆變幻莫測，雖偶然有次序可循，然不能立一指導之規則以統轄之。例如，欲研究食鹽在水中溶解一問題。其首先發生之問題爲：食鹽之溶解，是否因温度而異？或繼續再問：所溶解之容量，因温度而增或減乎？其變率之程度如何？變率有定律乎，如有之，應如何乎？不同之結果乎？溶解性亦因壓力之變遷而異乎？倘有他種鹽類之存在，亦影響其結果乎？不同之溶劑，發生相同或不同之結果乎？各種問題繼續發生，而每一步中，必須作準確之計量以決定之。

第二節　標準與單位

每種實際計量之直接結果，每與吾人以一種純粹數字比例，卽所測事物之量，及某種可以定爲標準單位或標準量之比例也。

如標準單位，較所欲計量者爲大，吾人常將單位剖分，至與所欲計量者相等爲止。例如，測一微小之事物時，則用測微螺旋，將英寸或公分剖分之。但有時亦須將單位倍增，至與所欲計量者之量相等爲止，例如普通所用之尺及測鏈等。

有時將所欲計量者之量剖分之或倍增之，使其易與單位相比較。例如測定墜體之速度，可使物體由一斜板滾下，以減其速度是也。

第三種方法，乃將用以比較之兩事物之量同時倍增，至兩者之倍數近於相等爲止。此種重複之方法，當然須用之於可以重複之量而不至錯誤者。例如，鐘擺之擺動，其重複可至無限，而地球之引力無時或止，則擺動亦不停息。故用相同之擺，以比較鑛井上下之引力，乃得成功；加以得電鐘信號之助，其結果異常準確。愛雷(Airy)在哈登 (Harton) 煤鑛之實驗，測得鑛上鑛下每二十四小時內擺動之總差僅 2.24 秒，其誤差僅百分之一秒，或爲全日中 8,640,000 分之一。

準確之定量定律，卽不用儀器測量，偶然亦可得之。例如同時發生之鐘聲，在遠處聽之，亦至和諧，故知聲浪音節之速度必相等，若聲浪遲速不同，決不能如是。

極大極小之數量，爲知識能力所不能及，可用間接測定方法以實驗之。法雷台(Faraday)卽用間接方法以量金葉之厚薄，彼取每張 $3\frac{3}{8}$ 英寸見方之金葉二千張而稱之，得三百八十四公分。由已知之金之比重而計算每張金葉之平均厚度，而知其爲少於一英寸之二萬五千分之一。

規模較大而有系統之計量，常須作多數之單獨檢定，故須注意於方法之選擇，務使其起始時之錯誤減至最微，卽有之，亦不至影響以後之測量。例如，用三角測量法，以測量一區域，其基線必須充分準確，否則困難必然叢生。主要之三角網正確測定之後，則各重要地點之比較距離及地位，方得固定。然後用前測之各要點，再測副三角網，以定各村鎭及主要山丘之地位，再用副點爲根據，以塡入詳細之地形。又如測定各種氣體之比重，均用一定之温度及壓力之空氣爲根據；而對於所有之液體，均用水爲根據。故水及空氣之密度，必須先行準確測定，然後可以用之以檢定他種物質之比較密度也。

任何計量之準確程度，鮮有超過數字六位以上者；卽六位之程度，亦難企及。時間之測算，至近年始能有最準確之估計。天文家能測定中太陽及恆星日之比例，至小數點八位，卽百兆分之一。三十年前，此爲科學界中最準確之測算。但今日重量之檢定，似居首位，因現有之天秤，已有能偵出至少二百五十兆分之一之重量者也。長度之檢定，用現有之尺，錯誤殊大。三角測量法中之基線，雖極求其準確，亦有六萬分之一之誤差，卽每英里差一寸也。但魏脫華史(Whitworth)爵士（用一種

特殊轉動之螺旋，）能察出棍尺大小之改變至一兆分之一英寸。現代用電計量，其準確程度，更足驚人。

第三節　經驗公式

定量實驗時，吾人常設法以求兩種量數之價值；其一可任意使之變動，其一則因前量之變動而亦變動。前者名之曰變量（Variable），後者曰被變量（Variant）。變量爲被變量事前之條件。當研究物體因熱而漲時，熱爲變量，長度爲被變量。倘將一物質加以壓力，以視其所生之熱量，則壓力爲變量，熱爲被變量。由若干實驗，既得若干變量之價值，及若干被變量之價值，乃得設法以檢定被變量對於變量之數學函數。故普通必先知被變量及變量間是否有一定之關係，然後再立一經驗公式以表明兩者之關係。此公式或可作爲合理公式之引導，可用以表明自然定律。

物理科學中之定量研究之特性，當然祇求其近似。照普通之規則，一函數可用各量之和以表明之，而各種之價值，則視變量各級之乘方而異。設y爲x之函數，則有

$$y = A + Bx + Bx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \cdots\cdots$$

在此方程式中，各項之數或可為無限，或可成為毫無價值。A，B，C，D，等係數，為各種價值之固定量，但可為零數或負數。x當然為變量，今設舉一特殊之例而同時以x及y代表長度；再假定一英寸之$\frac{1}{10000}$，為吾人所能測之極限。是以，若x為一英寸之$\frac{1}{100}$，$x^2 = \frac{1}{10000}$一英寸，倘C小於一，則Cx^2一項，已成為難知之數因少於能測之數也。除非D，E，等量為極大之數量，則其餘各數，亦同為不可感覺之數，因x之乘方，按幾何之比例，愈變愈小也。故若將x變小，則y之數目應等於下列之方程式 $y = A + Bx$。倘x變成更小，例如減為$\frac{1}{100000}$英寸，而B之數亦不甚大，則y可等於固定量A，似不因x之變而變也。若x變大，設為$\frac{1}{10}$英寸，而C並不甚小，則Cx^2一項，成為可知之數，則此定律，方形複雜。

　　倘取一弧，以研究其一部分，而此部分適為連續不斷者，則可用一方程式代表其形式之性質，如：

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \cdots\cdots$$

倘僅注意於此弧之一小部分，則視線不能分其爲直線抑爲一弧；換言之，Cx^2 一項，以吾人之目光而論，無可感覺之價值。此種情形 $y = A + Bx$。

倘視弧之大部分，則曲度立卽顯明，或可畫成一拋物線或橢圓，而使此弧似與所繪之拋物線或橢圓一部分相符。倘再將弧之曲度擴大，則假定其爲弧之第三第四或再高之度數；卽等於有第三第四或以上之乘方之公式之變量。

抽象之數學理論，謂可求得絕對之眞理者，因其用無限小數也。而物理科學則反是，因最小之量數，亦須爲感官所能感覺者；若所量之各種結果，實爲微小，則任何聯合之結果，亦可變成不能感覺者。例如對於固體之膨脹，吾知立方之膨脹，大於直線之膨脹三倍。今膨脹之係數異常之小，且未充分檢定，故當漲 $(1+\alpha)^3$ 時吾人不得不將 α 之第二第三乘方之微數，完全放棄。因 α 爲極小之分數，其二方已不可覺，何況更大之乘方乎。

欲立一經驗公式，常先假定其定量與下列形式之定律相近。

$$y = A + Bx + Cx^2$$

在此公式中，x為變量，y為被變量。由用實驗求得之變量x及被變量y之相當價值，列成一表，然後選擇三對，以之代方程式中之各數，而計算其結果，乃得固定數A，B，及C之價值，然後將經驗公式筆錄之。由此種公式所得之數，常有可得與表中其餘之各數，異常相近。

今用皮樂特（Perot）檢定飽和氣體之密度之實驗，以為例。皮氏方法所用之原則，乃將一定容量之特種飽和氣體，用隔離及秤量之方法以檢定之。檢定以太之結果，如下表：

以太氣之比容以立方公分為標準

實驗	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
溫度	28.4	30.0	31.7	31.9	57.9	85.5	110.5
比容	426.2	400	375.1	373	168	77.77	43.94

今任選其中之三項結果，(b)(d)及(e)而代之於方程式 $A+Bx+Bx^2=y$ 中之各數則為

$$\left.\begin{array}{l} A+30B+900C=400 \\ A+31.9B+1017.61C=373 \\ A+57.9B+3352.41C=168 \end{array}\right\}$$

用普通之方法計算，則 A＝1043.27; B＝－28.24; C＝·227，故經驗公式為

$$V.=1043.27-28.24t+\cdot 227t^2$$

第二步須考察所得之經驗公式，是否與其餘之實驗結果相符。計算之後，知與(a)及(c)相符。故此公式可以應用於(a)，(b)，(c)，(d)及(e)五項事例。但試之於(f)及(g)兩例非但失敗，且相差過遠，推原其故，或為實驗之不準確，或因根本之定律，較所立之公式為複雜也。最好方法，應更選三例而計算之，若取(a)，(e)及(g)三例，則得

$$V.=802.62-15.47t+\cdot 079t^2$$

與餘例相符。此新公式，不比其他公式為滿意。故須再立含有更大乘方之變量；然計算公式時，用至六或七個未知量，實為可驚之工作。實驗結果之錯誤，乃常有之事，或出於難以約束，或出於不知不覺也。例如所述之實驗為水氣而非以太，則温度不能增至一百度以上，因在高温時，水蒸汽對於玻璃有溶解作用也。

變量之平方，有時為非必要者。雷諾脫(Regnault)所研究水蒸汽在各種壓力下之潛熱，下列

之公式足以代表之

$$Q=606.5+0\cdot305t,$$

Q爲水蒸汽之總熱量，t爲溫度。

有時變量之立方爲必要者，如液體膨脹，物理學家假定其定律之形式爲

$$\delta=at+bt^2+ct^3$$

彼等乃用觀察所得之價值a，b及c，以計算其結果，而a，b及c，常爲極小之量。例如水，科布(Kopp)則用

$$V=1-at+bt^2-ct^3$$

以代表物體在任何溫度所占據之在零點之單位容量。至於在沸點溫度以上之液體，赫恩(Hirn)氏乃擴大其公式，而用Δ以代表之

$$\Delta=at+bt^2+ct^3+at^4$$

是以，以水爲例，假使其容量等於在零度之單位，則在任何溫度由攝氏一百至二百度間之θ時，其

結果為

$$V=1+0.00010867875\theta+0.0000030073653\theta^2$$
$$+0.000000028730422\theta^3-0.00000000066457031\theta^4$$

依學說而言，經驗公式，可至任何準確程度；在此公式中，吾人可用更大之乘方。週期之變量，亦可用含有角之正弦餘弦及其倍數之公式以計算之，以達其所欲達之準確程度。

第四節　合理公式

前節所述之經驗公式，實不與自然定律相符，而僅與自然定律之結果相近而已，蓋此種公式之所以成立，乃根據近似之普通原則也。吾人並不由之而得變量對於被變量之函數，但在觀察範圍之內，能得一種與其價值相近之函數而已。

設以投石為例，而假定其為垂直墜下。今共觀察五次，所得之結果如下：——

發出後之秒數	發出後所墜之尺數
2	88
3	180
$3\frac{3}{4}$	270
$5\frac{1}{4}$	504
6	608

若用普通之公式 $S=a+bt+ct^2$ 而用上列之第一、三、五、次之結果以代之，則得

$$\left.\begin{array}{l} a+2b+4c=88 \\ 16a+60b+225c=4320 \\ a+6b+36c=648 \end{array}\right\}$$

計算後 $a=0$，$b=12$，$c=16$。再用之以代入公式，則為

$$S=12t+16t^2$$

此公式當可立認其物體墜落時，連接時間與定間之公式（此例 g 之價值為 32；而 12 當然代表投擲之初期速度。）

上述之數目，並非得之於實驗，自無待言，但為前有之知識所組成，而用之以說明者。實際實驗，

不論如何愼重，所得結果，亦不過近於準確，而由之而得之經驗公式，未必能得合理公式$S=\frac{1}{2}gt^2$之端緒。但此種特別關係，早已超過經驗時期，而吾人對於引力作用之知識，非但能使吾人成立各種關係，且可知此關係中之理由。

經驗公式之曲線，乃爲近於眞弧之弧，但不能表示眞弧之準確性質。所得之弧，實爲全弧之極小部分，而絕難表見原因量及結果量間之關係者也。

吾人所求者爲合理公式或函數，用之以表現連接各現象各定律之實在性質，及其起端者也。先有各量數，然後求其函數，量數爲函數之價值。發明此種函數，常爲極困難之事，有時竟有絕對不能越出經驗定律一步者。

合理函數，當然可由偶然之試驗發見之，因吾人有創造任何所好之數學公式之自由，然後爲未知之固定量選擇其價值，以試其是否能得所求之結果。但此法成功之機會甚少，因可能函數之數目，實無限度，卽比較簡單之函數之數目，亦異常之多，欲觸機得一準確者，豈不難哉。

較善之方法，必常注意於量數變異之普通性質，特選數種可得相同變異之函數而試驗之。考

察數目，常能知其應屬於何種定律之概念，若能繪成曲線，得益更多。用此法，吾人可知此弧之性質之蓋然性，視其是否回復原位，抑爲無限之分支；抑爲漸近線（Asymtotic）；抑爲對數之性質，或爲三角性質。此法須憶前人研究之結果，方可行之，而諳習各種弧之性質，亦爲不可少之知識也。所需之定律應屬於何類函數，一旦發見之後，則成功之機會，增加不少，因吾人之工作範圍，不論其爲任意偶然之試驗與否，亦縮小不少矣。但除非能將弧之大部分明白表現，亦難斷定其確實性質；因任何性質之弧之小部分，能使之與任何種弧相符合也。欲得一函數之準確形式，必須具有鑑別能力，及數學之知識，殊爲顯然；但一旦得之，其餘之工作，除未知之固定量已測定外，不過爲選擇實驗之結果，用前述之方法，加以計算而已。是以吾人得函數之本身，然後按照前法，用之以測驗其餘之實驗結果，以觀其是否充分準確。

由是可知，欲發見最似適合之函數，必須充分利用以前之知識，及類似推理，至爲顯然。現象之普通性質，常能表現其定律應屬於直接之簡單比例，抑屬於指數形式等等。僅知識與鑑別能力，能保證成功也。

重要科學之中常有無法研得其確實定律者，因之不能知其合理公式之爲何。例如飽和之蒸汽，在各種溫度下之壓力，曾用極縝密之實驗以測定之，但不能立一絕對無疑之普遍定律。各種公式，均經建議，而無一可謂能與實驗之結果近於符合者。近世之大科學家中，有竭無窮之力以發明空中折光之普通定律者，然無一成功者也。

第五節　簡單比例之變異

從事定量研究時，吾人似常有一種印象，即一量常因他量之變異而變異，故遵從 $y=mx+n$ 之定律，實與事例相合。例如摩擦所生之熱，與所吸收之機械能力成正比例；電力變成動力，亦爲簡單之比例。實則一物不過爲他一物之變相，其定律吾人可得而知也。但此種事例之爲眞或假，則有區別之必要。例如任何弧之小部分，視之若一直線，若計量之方法不精，則不能察知其爲弧。客不勒壓欲發明折光之定律，因察得當投射角與折光角之度數微小時，互相有一定之比例；因若角度甚小，當然因其正弦而變異也。