



中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

机械工程力学

(工程技术类)

主编 金贤铠



高等教育出版社

内容提要

本书是面向 21 世纪中等职业教育国家规划教材。本书删减了以往中等职业学校力学教材中主要适用于力学理论研究的教学内容,突出机械工程实际中的力学问题,改进某些力学问题的分析计算方法,降低了难度,适应于当前中等职业教育的培养目标。

本书内容分三篇。第一篇静力分析,讲述机械零部件的外力和内力;第二篇机械零部件的承载能力,讲述构件在基本变形和组合变形下的强度和刚度,以及轴向受压杆件的稳定性;第三篇运动分析和动力分析初步,讲述平动、定轴转动和平面运动的运动规律,了解不同运动的机械零部件之间的运动关系,以及运动与受力的关系。

本书适合于中等职业学校(3、4 年制)工程技术类专业使用,也可供其他工程技术人员自学。

图书在版编目(CIP)数据

机械工程力学/金贤铠主编. —北京:高等教育出版社,
2001.7(2006 重印)

ISBN 7-04-009793-1

I. 机… II. 金… III. 机械学:工程力学—专业学校—
教材 IV. TH113

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 036782 号

机械工程力学(工程技术类)

金贤铠 主编

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京印刷集团有限责任公司印刷二厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 13
字 数 320 000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2001 年 7 月第 1 版
印 次 2006 年 2 月第 7 次印刷
定 价 13.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 9793-00

中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向21世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》(教职成[2001]1号)的精神，教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从2001年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

二〇〇一年五月

前 言

中等职业教育的培养目标是培养与 21 世纪我国社会主义现代化建设要求相适应的, 具有全面素质和综合职业能力的, 在生产、服务、技术和管理第一线工作的中等应用型专门人才和劳动者。为适应新的培养目标, 教育部职业教育与成人教育司于 2000 年 8 月颁布了中等职业学校《机械工程力学教学大纲》。本教材就是根据上述大纲所规定的 70~90 学时的教学内容和教学要求编写的, 经教育部职成司审定, 本书列入中等职业教育国家规划教材。

本书与同时出版的《机械工程力学练习与实验》配套, 适合于中等职业学校(3、4 年制)工程技术类专业学生使用。本书与以往中等职业学校力学教材相比, 在如下几个方面进行了教学内容的改革:

1. 删简了与物理、数学等文化基础课程重复的教学内容。正如后续课程涉及到力学问题时, 不需要重新讲授工程力学一样, 力学课程也不需要重新讲述力的概念、静力学公理、点的运动速度和加速度, 以及质点动力学的基本理论。本书编者多年教学改革的实践已经证明: 即使不重新讲授这些内容, 当本课程涉及到这些问题时, 用先修课程学过的知识解释道理, 学生完全可以理解工程实际如此解决问题的合理性。教学重点放在怎样解决工程实际力学问题的方法上, 而不必花太多时间去解释“为什么可以这样做”的道理。

与此相似, 以往教材花大量篇幅证明定理和推导公式, 这样做除了可以说明某些定理、公式的应用条件之外, 也是为了解释“为什么可以这样计算”等的道理。本教材明显减少了这方面的篇幅, 有的甚至是通过工程实例引出定理。这样的处理方法, 既不失力学定理的正确性, 又避免了繁琐的数学推导, 学生更容易理解这些定理的意义, 完全符合中等职业教育的特点。

2. 删除了某些主要用于力学理论研究的教学内容。像力的可传性、力偶的等效性、变形固体的连续性与均匀性, 即使没有学过力学的人, 从日常生活中就能懂得这些道理。还有力系的简化、简化结果的分析和讨论、应力状态分析等内容均做了删减。对于不是专门从事力学理论研究的人员来说, 需要更多地学习工程实际中力学问题的处理方法。

3. 紧密结合机械工程实际中的力学问题。不再笼统讲授空间力的投影与分解, 只讲述斜齿轮和锥齿轮啮合力的分解方法; 不再计算一般物体的空间受力, 只计算传动轮轴的受力问题; 不再从研究摩擦的角度讲授考虑摩擦时的平衡问题, 只讲授机械工程中常用工、夹具的摩擦与自锁问题; 不再从质点动静法讲到刚体动静法, 只讲授机械工程中最常见的偏心轮转动的惯性力问题。

4. 改进了某些力学问题的分析计算方法。如截面法, 只讲授截面一侧外力代数和和计算内力的方法; 不再使用左、右段及内、外力的正负符号规定都不相同的教学方法; 不再通过列内力方程画内力图, 这个方法的效率太低; 也不使用斜率关系, 因为绝大多数的梁弯曲问题, 不需要画剪力图, 就没有斜率可用。本教材只讲授由控制点连线画内力图的方法。

5. 降低了难度。新大纲已经删减了以往教材中难度较大、不是生产第一线处理的力学问题的教学内容。在这个基础之上, 本教材所选用的例题难度较低, 与本教材配套的练习册所选用的习

题难度更低。虽然有些自锁实例的力学原理有一定的难度，这些内容只是由教师解释“为什么会自锁”的道理，让学生知其然，又知其所以然。在练习册中没有求解自锁几何条件的习题，只有定性分析的自锁问题。又如，讲述圆筒形压力容器纵、横截面应力的内容，只是让学生懂得要特别注意纵向焊缝焊接质量的道理，并不要求学生推导其计算公式。教材中虽然有在两个平面内弯曲的弯扭组合变形强度计算的一个例题，但练习册中只有在一个平面弯曲的习题。

除了上述特点之外，本教材在内容的叙述上，直接、明了、清楚、简捷地讲述各章节的主要概念。在必要的地方，不把所有问题都讲透，而是向学生提出了某些要求他们思考的问题。有些例题在求解例题之前有“解题分析”，解题之后有“解题小结”或“注意事项”，使学生更容易理解解题过程，更有效地起到一个例题的示范作用。

本教材增加了9个“小实验”和2节阅读材料，有利于启发学生提出问题、理解问题和解决问题，有利于拓宽工程实际力学问题的知识面。

本教材90学时的教学内容，完全可以满足后续课程教学所需要的力学知识，也基本满足处理生产第一线简单力学问题的需要。其中带*号约20学时的内容，可根据不同需要决定取舍。

参加本书编写的有：甘肃培黎石油学校王恩涌(绪论、§1-1、§1-2、§1-3)，福建建材工业学校胡抗美(§1-4、§1-5、第二章)，四川省工程技术学校杨显龙(第四章)，南京市莫愁职业高级中学王辉(§5-1、§5-2)，北京汽车工业学校韩向东(第九章、第十章)，四川宜宾工业学校皮惠琳(第十一章)，福建职业技术学院金贤铠(其余章节)。金贤铠任主编，并对以上教师提供的原稿做了重新编整和统稿。

本书由清华大学工程力学系李苹教授主审，河南工业职业技术学院杜建根老师对部分书稿也提出了宝贵意见，在此特表感谢。

本教材各章的参考学时如下表：

篇 号	章 号	讲 课	* 内 容	习题课	实 验	电 算	认 识	小 计	
	绪论	1						1	
第一篇	第一章	9	5	2		1	1	35	
	第二章	4		2		1			
	第三章	7		2		1			
第二篇	第四章	3	2	2	2	1		36	
	第五章	10			4				1
	第六章	5	1		1				
	第七章	3	1						
	第八章	1							
第三篇	第九章	1	4 6				13		
	第十章	2							
	第十一章								
合计		46	19	8	6	4	2	85	
机动		5						5	

以上学时包括复习和阶段测验，不包含期末考试。

编 者
2000年11月于福州

目 录

绪论	1
----------	---

第一篇 静 力 分 析

第一章 静力分析基础	5
§ 1-1 力的投影	5
§ 1-2 力矩与力偶	8
§ 1-3 重心和形心	13
§ 1-4 约束与约束力	17
§ 1-5 机械零部件的受力分析	25
第二章 平衡方程及其应用	31
§ 2-1 平面力系的平衡方程及其应用	31
§ 2-2 平面特殊力系的平衡方程及其应用	36
§ 2-3 简单轮轴类部件的受力问题	39
* § 2-4 斜齿轮和锥齿轮的轮轴类部件的受力问题	42
* § 2-5 摩擦与自锁	48
第三章 内力计算	59
§ 3-1 杆件轴向拉伸和压缩时的内力和轴力图	59
§ 3-2 圆轴扭转时的内力和扭矩图	62
§ 3-3 梁弯曲时的内力——剪力和弯矩	67
§ 3-4 梁弯曲时的内力图——剪力图和弯矩图	72

第二篇 机械零部件的承载能力

第四章 材料失效和机械零部件失效	79
§ 4-1 轴向载荷作用下材料的力学性能	79
§ 4-2 机械零部件的失效形式和材料的许用应力	85
第五章 机械零部件的强度条件	87
§ 5-1 杆件拉伸和压缩时的强度条件及应力集中	87
§ 5-2 联接件强度的工程实用计算	91
§ 5-3 梁弯曲时的强度条件	98
* § 5-4 构件弯曲与拉伸(压缩)组合变形的强度条件	104
§ 5-5 圆轴扭转时的强度条件	110
§ 5-6 圆轴弯曲与扭转组合变形的强度条件	113

§ 5-7 圆轴的疲劳失效	118
第六章 杆件的变形和刚度条件	123
§ 6-1 杆件拉伸和压缩时的变形	123
§ 6-2 圆轴扭转时的变形和刚度条件	125
§ 6-3 梁弯曲时的变形和刚度条件	128
* § 6-4 静定和静不定问题	135
第七章 压杆的稳定条件	139
§ 7-1 压杆的临界压力和临界应力	139
§ 7-2 压杆的稳定性校核	145
第八章 提高构件承载能力的措施	147
§ 8-1 提高构件承受静载能力的措施	147
* § 8-2 提高构件疲劳强度的措施	155

第三篇 运动分析和动力分析初步

第九章 运动形式概述	157
第十章 刚体绕定轴转动	160
§ 10-1 刚体绕定轴转动的运动分析	160
* § 10-2 刚体绕定轴转动的动力分析	166
* § 10-3 轴承的动约束力和定轴转动刚体的动应力	169
* 第十一章 合成运动	174
§ 11-1 点的合成运动	174
§ 11-2 刚体的平面运动	180
附录 型钢规格表	187
主要参考书目	198

绪 论

一、机械工程中的力学问题

机器是由许多零件装配成的。由若干个零件装配在一起的组合体称为部件，例如，齿轮安装在轴上构成轮轴就是一个部件。由于机械零部件是机械结构的基本组成部分，又称为构件。

无论是设计机器、制造机器，还是使用机器，都必须掌握力学的基本原理，正确处理机械工程中的力学问题。

中等职业教育工程技术类专业所涉及的力学问题，主要是分析计算构件的受力、运动、受力与运动之间的关系，以及构件承载能力等问题。

用图 0-1a 所示的车床说明机械工程中的力学问题。该车床由电动机带动带轮，经带传动和齿轮传动，使主轴、卡盘和其所装夹的工件以适当的速度转动。操纵车刀使之与工件接触，即可切削工件。

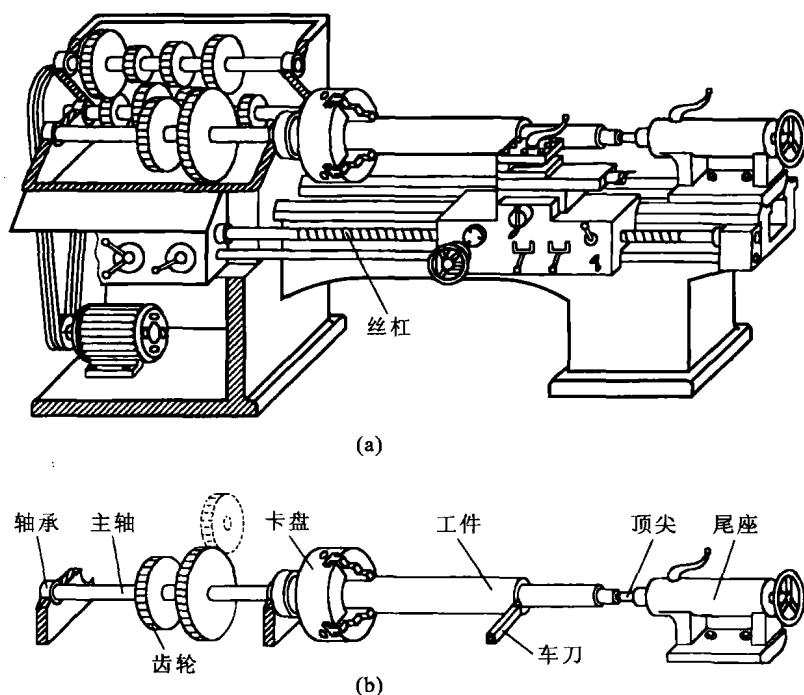


图 0-1

电动机的转动是高速的，转速是恒定的。为了能够根据不同工件的尺寸、材料和工艺要求调整主轴转速，必须分析构件的运动规律，并由一个构件的运动分析计算与其有关的其他构件

的运动规律，这就是分析计算机械零部件运动的力学问题。

用车刀加工零件时，两者接触点产生切削力。这就要求卡盘有一定的夹紧力，顶尖有一定的支承力，相互啮合的两齿轮的轮齿之间有一定的啮合力，轴承受支承力，传动带受拉力，电动机提供一定的动力等等。从构件的已知受力，计算构件其他部位的受力，或由一个构件的受力，计算与其有关的其他构件的受力，这就是机械零部件的受力问题。

求出机械零部件的受力之后，还要分析各个零件是否能承受这样的载荷。如，切削零件时，要保证转轴、齿轮和车刀等受力的零件不发生破坏；工件和主轴受力后必然产生变形，要保证这种变形不影响工件的加工质量；自动走刀加工零件时，承受轴向压力的丝杠不能弯曲失稳等等。要在经济合理的前提之下，生产经久耐用的机械产品，这就是构件的承载能力问题。

还有，在机器的起动和制动阶段，需要一定的动力和制动力。在这样的外力作用下，分析机器有关零部件的运动状态所发生的变化，以及这些变化对有关零部件的受力和承载能力的影响，这就是受力与运动的关系问题。

机械工程力学课程就是要学习机械工程中有关的力学基础理论、分析计算方法和实验技术。

二、机械工程力学课程的性质

机械工程还要解决其他方面的诸多问题。如在图 0-1 所示的车床中，带轮、齿轮、轴承的类型和结构形式，适用于制造各种零件的工程材料，机床的操作方法，各种零件的加工方法和机械零部件质量的检测技术等等。这些问题将在工程技术类专业后续的各门课程中逐个解决。

在后续课程的学习中，要经常涉及上述的力学问题，如，齿轮和转轴的受力计算、轴承的选择计算、工程材料的力学性能、轮系的传动比计算、金属切削刀具的受力分析、加工误差原因的分析等等，都要用到机械工程力学中所学习的力学理论和分析计算的方法。

同时，力学是物理学的一个分支，本课程的许多理论是建立在物理学的理论基础之上。力学的许多计算方法又是建立在数学的理论基础之上。所以，通过本课程的学习，可以进一步理解牛顿三定律等物理学的基础理论，进一步掌握工程实际中的数学计算方法，进一步巩固以前学习过的文化基础课程的有关知识。

综上所述，在工程技术类专业中，机械工程力学是一门承前启后、承上启下、必不可少的工程技术基础课程。

三、课程的主要内容和任务

机械工程力学课程包括三部分内容：

第一篇 静力分析 分析计算物体在平衡状态下的受力。

第二篇 机械零部件的承载能力 在经济合理的前提下，保证正常工作的机械零部件，受力而不发生破坏、变形而不影响工作性能。

第三篇 运动分析和动力分析初步 分析机械零部件的运动规律，计算运动的速度或加速度，并进一步分析受力与运动的关系。

通过本课程的学习，掌握机械工程力学的基础知识和基本技能，理解后续课程学习中所涉

及力学问题的分析和计算方法。在生产实践中,不违背力学基本规律,运用力学的基本原理,处理生产第一线出现的与力学有关的实际问题,解决机械工程中简单的力学问题,并为后续课程提供必要的工程基础知识。

四、机械工程力学研究对象的力学模型

如图 0-1a 所示的车床中有各种形状的零件,其中与力学问题关系密切的是齿轮、卡盘、主轴、轴承、工件、车刀、丝杠、顶尖等零件(图 0-1b)。其形状大致可以分为两大类:轮子和杆件,前者如带轮、齿轮、卡盘等,后者如主轴、工件、车刀、丝杠等。所以,本课程的研究对象大多是这两类形状的机械零部件。因为杆件在受力时最容易发生显著的变形甚至破坏,所以在解决构件承载能力的问题时,研究对象主要是杆件。

绝大多数机械零部件是用钢铁等材料制造的,受力构件的变形量都很小。当这种变形对所研究力学问题的影响可以忽略不计时,就不考虑变形,视为受力之后不发生变形的物体,称为刚体。如图 0-2a 所示的车床的主轴,齿轮的啮合力 F_n 使轮轴产生弯曲变形(图 0-2b),在计算两端轴承的支承力 F_A 和 F_B 时,如果考虑变形,其计算过程将非常复杂;不考虑变形(图 0-2c),就简单得多。两种计算结果的差别微乎其微,不计变形的计算结果完全可以满足工程实际的需要。所以,在这种情况下,可以将转轴视为刚体。

但在考虑主轴的变形对零件加工形状、尺寸的影响时(图 0-2b),就不能视其为刚体,而是弹性变形体。

在图 0-1 所示的车床中,齿轮的啮合力 F_n 、轴承的支承力 F_A 和 F_B (图 0-2)、车刀的切削力 F (图 0-4),这些力都作用在很小的面积上,可以视为集中作用在一个点上,这样的力称为集中力。

在图 0-3a 所示内燃机的气缸内,作用于活塞端面上的燃气推力是分布载荷。通常用压强 p 表示分布在一定面积上的压力,压强的单位为 N/m^2 (牛顿/米²)。这种分布载荷的合力大小 F_p 等于压强 p 和分布面积 A 的乘积,即 $F_p = pA$,合力作用点在压强作用面积的中心(图 0-3b)。

多数构件的自身重量比其所承受的载荷小得多,自身重量对受力计算的影响可以忽略不计。图 0-4 所示的工件,未加工的一段直径较大,其自身的重量也较大,有时必须考虑这一段的重力。虽然重力是分布在物体体积内部的载荷,但在工程力学中,由于研究对象大多是长度尺寸较大的杆件,通常将重力视为沿着杆件长度分布的载荷,并用每单位长度上的受力大小表示载荷的分布情况,称为载荷集度,用符号 q 表示,其单位为 N/m (牛顿/米)。当载荷沿着杆件的长度均匀分布时,分布载荷的合力大小 F_Q 等于载荷集度 q 和分布段长度 a 的乘积,

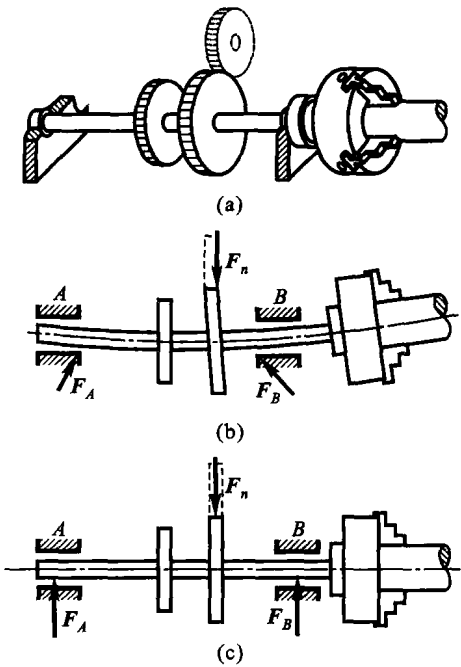


图 0-2

着杆件的长度均匀分布时，分布载荷的合力大小 F_Q 等于载荷集度 q 和分布段长度 a 的乘积，即 $F_Q = qa$ ，合力的作用线通过分布段的中点(图 0-4c)。

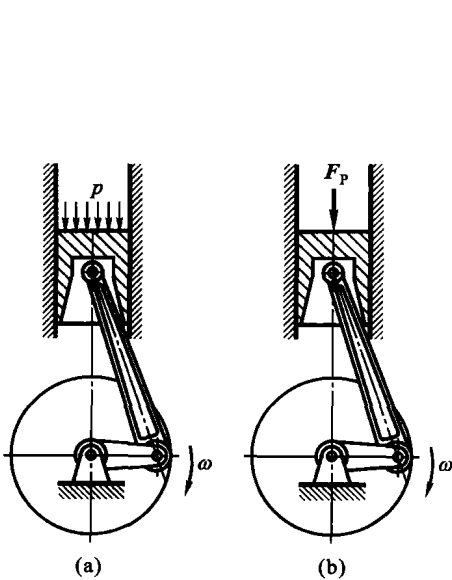


图 0-3

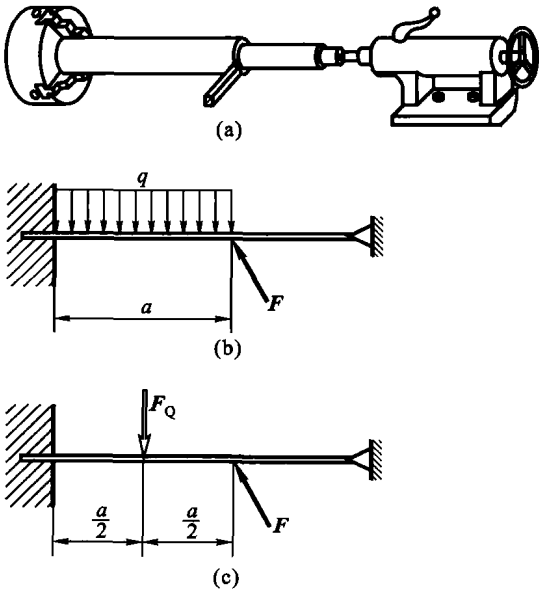


图 0-4

第一篇 静 力 分 析

静力分析是分析物体在平衡状态下的受力。本课程主要是分析机械零部件的受力，也就是确定其受力的大小、方向和作用点。

静力分析包括两部分的内容：分析机械零部件受到其他构件的作用力——外力，如轮轴上齿轮的啮合力，轴承的支承力等等；还要分析一个构件内各部分之间的相互作用力——内力，如轴的相邻两段之间的作用力。在这个基础上，才能进一步分析机械零部件的承载能力，并为分析受力与运动的关系，以及正确理解后续课程所涉及的受力问题打下基础。

第一章 静力分析基础

为了分析机械零部件的受力，首先要掌握三个基本方法：画受力图的方法、力的投影计算方法、力矩的计算方法。这是静力分析的三个基础。

§ 1-1 力的投影

力是矢量。如果作用在物体上的各力作用线都在同一条直线上，可以用同方向相加、反方向相减的方法计算合力，各力加、减的结果等于零是物体的平衡条件。如果各力作用线不在同一条直线上，就不能用这样加、减的方法进行运算，需要掌握力的投影计算方法。

一、力在直角坐标轴上的投影

如图 1-1 所示，从力 F 的两端 a 和 b 分别向直角坐标系的 x 轴和 y 轴引垂线，得交点 a_1 、 a_2 和 b_1 、 b_2 四个垂足。线段 a_1b_1 就是力 F 在 x 轴上的投影，用符号 F_x 表示；线段 a_2b_2 是力 F 在 y 轴上的投影，用符号 F_y 表示。

规定：从力矢量起点 a 的垂足指向终点 b 的垂足，如果这个指向和坐标轴正向相同，如图 1-1 中的 $a_1 \rightarrow b_1$ ，力在该轴上的投影为正值；反之，这个指向和坐标轴正向相反，如图 1-1 中的 $a_2 \rightarrow b_2$ ，力在该轴上的投影为负值。

所以，图 1-1 所示的力 F 在 x 轴和 y 轴上的投影为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= -F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

力的方向不同, 上述投影计算的正号、负号和正弦、余弦都可能不同。

力的投影有两种特例:

(1) 如果力的方向和坐标轴垂直, 力在该轴的投影等于零;

(2) 如果力的方向和坐标轴平行, 力在该轴的投影的绝对值等于这个力的大小。

如图 1-1 中的铅垂方向的重力 W , 一定有: $W_x = 0$, $W_y = -W$ 。

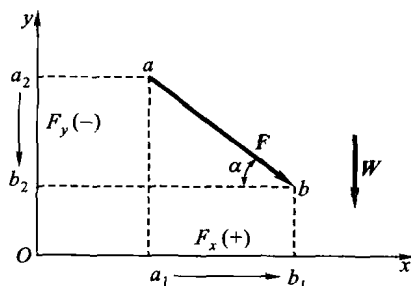


图 1-1

一个力 F 可以分解为两个分力 F_1 和 F_2 。当两个分力的方向分别和直角坐标系的两个轴平行时(图 1-2a), 分力的大小与力在相应坐标轴上投影的绝对值相等; 当分力与坐标轴不平行时(图 1-2b), 分力的大小与投影值不相等。无论分力与投影相等与否, 分力和投影是两个不同的概念, 分力是具有大小和方向的矢量, 而力的投影是只有正、负数值的代数量。

对照图 1-2a 和式(1-1)可以看出: 将一个力分解为与坐标轴平行的两个分力, 当分力方向与坐标轴方向相同时, 力在该轴上的投影为正值, 如 F_1 与 F_x ; 反之, 当分力方向与坐标轴方向相反时, 力在该轴上的投影为负值, 如 F_2 与 F_y 。

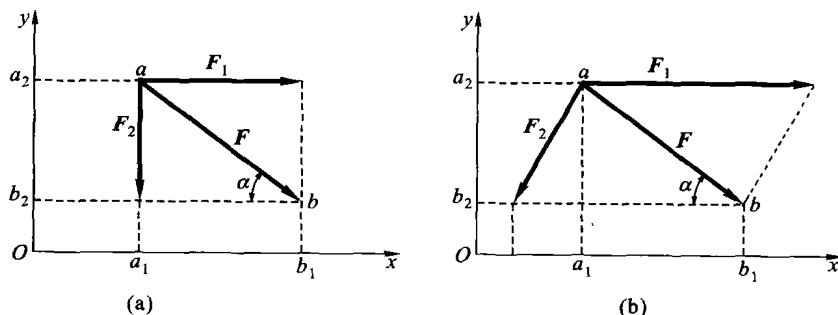


图 1-2

二、合力投影定理及其应用

如图 1-3 所示, 作用线相交于 A 点的两个力 F_1 和 F_2 , 其合力 F_R 可以用代表这两个力的有向线段作邻边所画出的平行四边形的对角线来表示^①。从各力的起点和终点向 x 轴引垂线, 得垂足 a 、 b 、 c 、 d , 轴上各线段之间有下列关系:

^① 力的平行四边形定则: 作用于一点互成角度的两个力, 它们的合力也作用于该点, 合力的大小和方向, 可以由这两个力所构成的平行四边形的对角线来表示。反之, 将一个力按指定方向分解为两个分力, 两分力也作用于该点, 分力的大小和方向, 可以由该力为对角线所构成的平行四边形的邻边来表示。

$$ad = ac + cd$$

$$ad = F_{Rx}, \quad ac = F_{1x}, \quad cd = ab = F_{2x}$$

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x}$$

由两个力与合力的投影关系可知, 多个力与合力的投影关系为

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum F_y \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

式(1-2)表明: 合力在某一坐标轴上的投影, 等于各个分力在同一坐标轴上投影的代数和。这就是合力投影定理。

根据这个定理, 对于在同一平面上作用线汇交于同一点的多个力, 可以由各力在 x 轴和 y 轴上的投影代数和 $\sum F_x$ 、 $\sum F_y$, 得到合力 F_R 在这两个坐标轴上的投影 F_{Rx} 、 F_{Ry} , 再计算求得合力 F_R 的大小和方向(图 1-4), 即

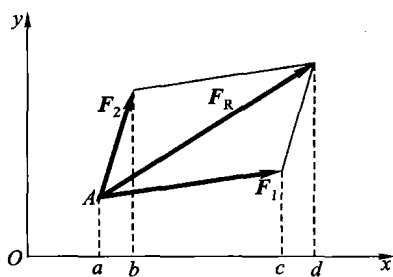


图 1-3

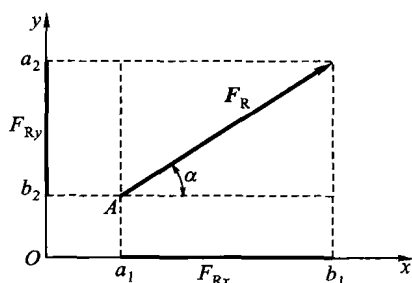


图 1-4

$$\left. \begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \\ \tan \alpha &= \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right| = \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right| \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

例题 1-1 作用在吊钩上的三个拉力为: $F_1 = 450 \text{ N}$, $F_2 = 140 \text{ N}$, $F_3 = 300 \text{ N}$, 方向如图 1-5a 所示, 处于同一平面。试计算其合力的大小和方向。

解 建立直角坐标系 Oxy (图 1-5a), 应用式(1-2), 有

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \\ &= -450 \text{ N} + 0 + 300 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ = -300 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \\ &= 0 - 140 \text{ N} - 300 \text{ N} \cdot \sin 60^\circ = -400 \text{ N} \end{aligned}$$

将上述数值代入式(1-3), 得

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-300 \text{ N})^2 + (-400 \text{ N})^2} = 500 \text{ N}$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right| = \left| \frac{-400 \text{ N}}{-300 \text{ N}} \right| = 1.333, \quad \alpha = 53.1^\circ$$

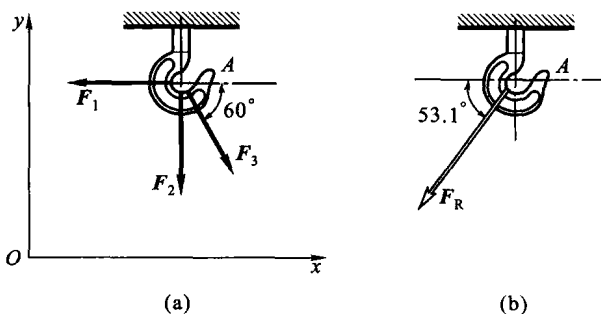


图 1-5

因为合力在两个坐标轴上的投影 F_{Rx} 、 F_{Ry} 都是负值，说明平行于两坐标轴方向的分力与坐标轴反向，所以，合力 F_R 的指向应如图 1-5b 所示。

§ 1-2 力矩与力偶

一、力矩

1. 力矩的概念

用扳手拧紧螺栓时(图 1-6)，其转动效果不仅与力 F 的大小有关，还与螺栓中心点 O 到力作用线的垂直距离 d 有关。力 F 愈大，距离 d 愈远，转动效果愈显著。可以用力的大小 F 和距离 d 的乘积 Fd 来衡量力对物体的转动效果。

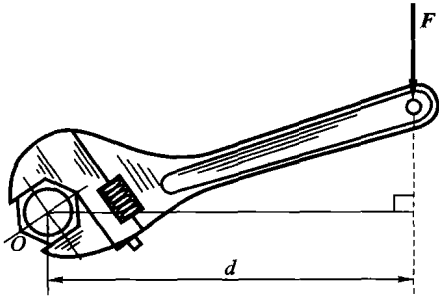


图 1-6

转动中心点 O 称为矩心。 O 点至力 F 作用线的垂直距离称为力臂，用符号 d 表示(图 1-6)。

力的大小 F 和力臂 d 的乘积，称为力矩，亦称力 F 对 O 点之矩，用符号 $M_O(F)$ 表示，即

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-4)$$

式中，下标 O 为矩心；正号或负号“ $\pm$ ”的规定：使物体绕矩心逆时针转动的力矩为正值，顺时针转动的力矩为负值。

力矩的法定计量单位为 $N \cdot m$ (牛顿·米)。

力矩特例：如果力作用线通过矩心，力臂为零，力矩即为零。

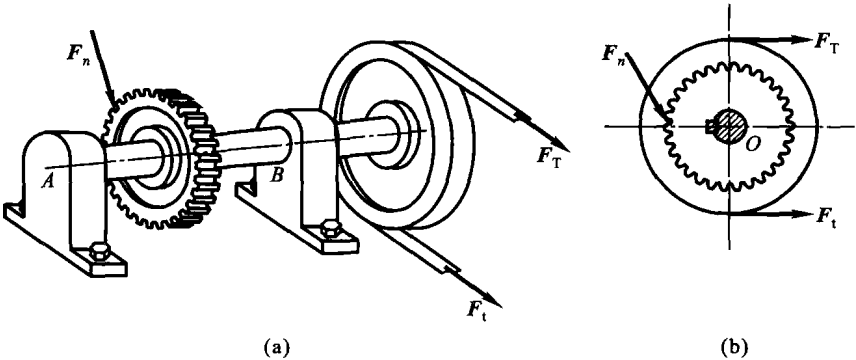


图 1-7

受力矩作用而转动的机械零部件，绝大多数是绕着固定的轴线转动，这种转动称为定轴转动。如图 1-7 所示的轮轴，虽然齿轮与带轮的受力不在同一平面上，但是计算这类零件的力矩时，可以将力投影到与转动轴线垂直的同一平面上(图 1-7b)，计算各力对该平面与轴线交点 O 的力矩。实际都是力对转动轴的力矩，也称为力对轴之矩。

2. 合力矩定理

合力对一点(轴)的力矩等于各分力对该点(轴)力矩的代数和。

如图 1-8 所示的力 F_R 是力 F_1 和力 F_2 的合力, 合力和两个分力对于矩心 A 的力矩有下述关系:

$$M_A(F_R) = M_A(F_1) + M_A(F_2)$$

$$F_R d = F_1 d_1 - F_2 d_2$$

因为合力对物体的作用效果与各分力共同作用的效果相同, 所以, 无论是两个力或更多力的合成, 无论各分力的作用线是否相交于一点或各分力的作用线是否在同一个平面上, 合力的力矩都等于各分力力矩的代数和。

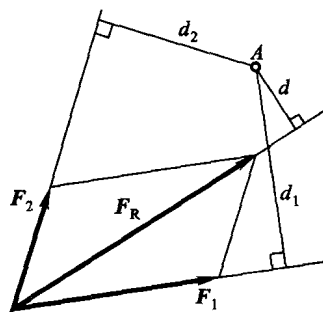


图 1-8

例题 1-2 图 1-9a 所示为一对直齿圆柱齿轮传动, 大齿轮的分度圆直径 $D_2 = 300 \text{ mm}$, 齿面受小齿轮的啮合力 $F_n = 1 \text{ kN}$, 该力方向与两轮分度圆公切线的夹角 $\alpha = 20^\circ$ 。试求啮合力 F_n 对大齿轮转轴中心点 O 的力矩 $M_O(F_n)$ 。

解一 按力矩的定义计算(图 1-9b)

$$M_O(F_n) = F_n R = F_n \frac{D_2}{2} \cos \alpha = 1000 \text{ N} \times 0.15 \text{ m} \times \cos 20^\circ = 141 \text{ N} \cdot \text{m}$$

解二 按合力矩定理计算(图 1-9c)

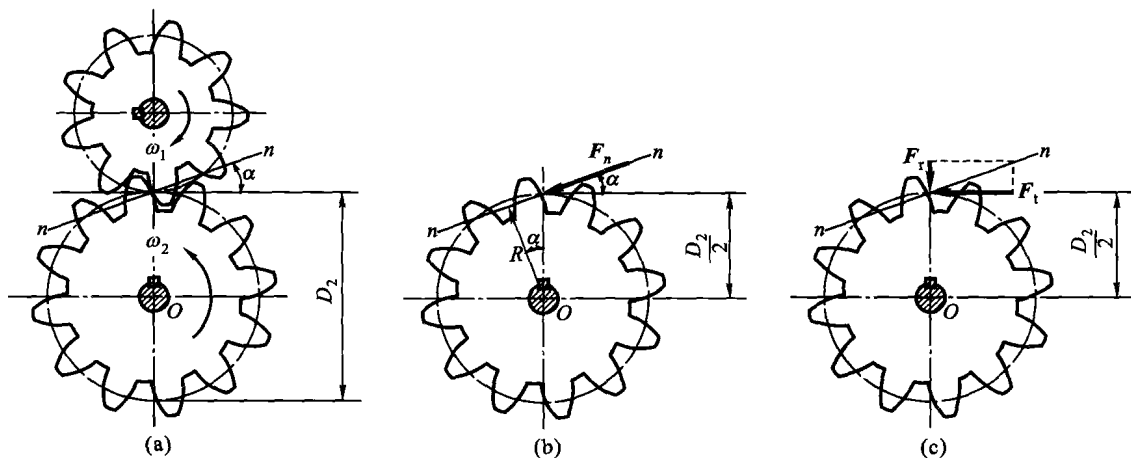


图 1-9

将力 F_n 分解为圆周的切线方向和半径方向的两个分力, 称为圆周力 F_t 和径向力 F_r (图 1-9c), 其大小分别为

$$F_t = F_n \cos \alpha, \quad F_r = F_n \sin \alpha$$

力 F_n 对 O 点的力矩等于圆周力 F_t 和径向力 F_r 对 O 点力矩的代数和, 有

$$\begin{aligned} M_O(F_n) &= M_O(F_t) + M_O(F_r) = F_t \frac{D_2}{2} + 0 = F_n \cos \alpha \cdot \frac{D_2}{2} \\ &= 1000 \text{ N} \times \cos 20^\circ \times 0.15 \text{ m} = 141 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

例题 1-3 如图 1-10 所示的刹车操纵机构, 作用在脚踏板 A 上的压力 $F = 300\text{ N}$, 方向与水平线夹角 $\alpha = 30^\circ$ 。在图示位置, 踏板 A 与支座 B 的相对尺寸 $a = 0.25\text{ m}$, $b = 0.05\text{ m}$ 。试计算压力 F 对转动中心点 B 的力矩。

解 压力 F 的力臂是 B 点到力作用线的垂直距离 BD , 计算这个尺寸比较复杂, 可以将力 F 分解为与 a 、 b 尺寸线垂直的两个分力 F_x 和 F_y (图 1-10), 按合力矩定理计算。

$$F_x = F \cos \alpha = 300\text{ N} \times \cos 30^\circ = 260\text{ N}$$

$$F_y = F \sin \alpha = 300\text{ N} \times \sin 30^\circ = 150\text{ N}$$

$$M_B(F) = M_B(F_x) + M_B(F_y) = F_x a - F_y b$$

$$= 260\text{ N} \times 0.25\text{ m} - 150\text{ N} \times 0.05\text{ m} = 57.5\text{ N} \cdot \text{m}$$

注意: 在上述的计算中, F_x 和 F_y 是分力, 不是投影! 分力的数值为正值, 其力矩的正、负号则由转动的方向决定, 与力投影的正、负号无关。

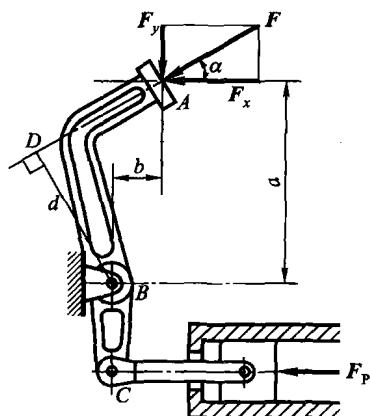


图 1-10

二、力偶

1. 力偶的概念

用图 1-6 所示的扳手旋紧螺栓时, 由于被联接件上螺栓孔的约束作用, 只要在扳手末端作用一个力 F , 就可以使扳手和螺栓一起转动。

而用图 1-11 所示的丝锥开始攻制内螺纹时, 由于工件上圆孔较小, 不能保持丝锥的正确位置, 如果只在手柄一端作用一个力 F , 丝锥转动的同时, 还会发生偏离圆孔的移动, 不能在孔内旋转。即使攻丝有了一定的深度, 由于丝锥的材料较脆, 靠一个力的力矩作用, 常会使其发生弯曲折断。为了在转动丝锥攻制螺纹时, 不使其折断, 必须在手柄上作用两个力 F 和 F' 。这两个力的大小相等, 方向相反, 作用线平行, 这样等值、反向、平行的两个力称为力偶。

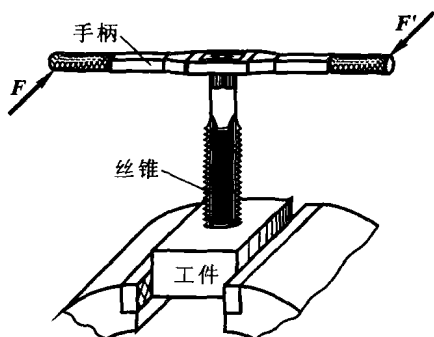


图 1-11

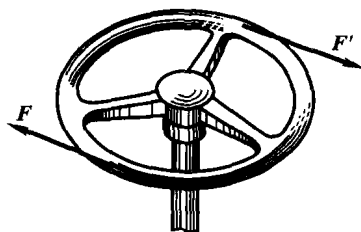


图 1-12

力偶是机械工程中常见的一种受力形式, 如, 汽车司机左右手作用在方向盘上的两个力组成一个力偶(图 1-12)。电动机通过联轴器带动机器时, 联轴器凸缘四个螺栓孔的受力组成两个力偶(图 1-13)。在日常生活中, 用钥匙开门, 拧水龙头, 拧毛巾、转动螺丝刀等等, 都是