

顾问 唐贤江 翁凯庆 杜 斌
主编 罗朝述 (金牌教练)

巧上加巧

QIAO
SHANG JIA
QIAO

小学数学培优

XIAOXUE SHUXUE PEIYOU



YZLI0890141201



一例一练 巧学解题方法



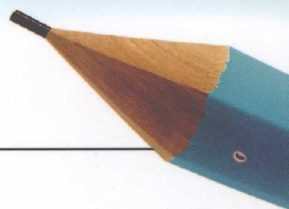
名校名师 巧引名校之路



金牌教练 巧点竞赛迷津



六年级



四川出版集团 · 四川辞书出版社

巧上加巧

QIAO
SHANG JIA
QIAO

小学数学培优

XIAOXUE SHUXUE PEIYOU

六年级

顾问 唐贤江 翁凯庆 杜斌

主编 罗朝述 (金牌教练)

副主编 阎小雄 (特级教师·教育专家)

敬娥君 (特级教师·教育专家)

马绍萍 (特级教师·教育专家)

廖代寿 肖德静 李宇明

付云涛 曹建军 杨开智

编写 罗朝述 向前军 古建全 肖德静

袁刚 李彬彬 黄林林 龚玲

罗池池 华威 张恩明 金铭



YZLI0890141201

四川出版集团·四川辞书出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

巧上加巧: 小学数学培优·六年级/罗朝述主编. —成都:
四川出版集团·四川辞书出版社, 2011. 4

ISBN 978-7-80682-667-6

I. ①巧… II. ①罗… III. ①小学数学课—教学参考
资料 IV. ①G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 041225 号

巧上加巧: 小学数学培优·六年级

QIAO SHANG JIA QAO XIAOXUE SHUXUE PEIYOU LIUNIANJI

罗朝述 主编

策 划	田学宾
责任编辑	田学宾
封面设计	墨创文化
版式设计	王 跃
责任印制	严红兵
出版发行	四川出版集团·四川辞书出版社
地 址	成都市三洞桥路 12 号
邮政编码	610031
印 刷	成都金祥龙实业有限公司
开 本	787 mm×1092 mm 1/16
版 次	2011 年 4 月第 1 版
印 次	2011 年 4 月第 1 次印刷
印 张	17.5
书 号	ISBN 978-7-80682-667-6
定 价	25.80 元

· 本书如有印装质量问题, 请寄回印刷厂掉换。

· 市场营销部电话: (028)87734330 87734332

前言

一次有人问本丛书主编罗朝述：“小学数学培优有啥‘营养’？”老罗沉思片刻答道：“打个比方，我们知道牛奶对于小学生的身体成长是很重要的，而小学数学培优好比是智力成长‘牛奶’，对促进小学生智力水平的提高非常有效。”

这套《巧上加巧——小学数学培优》丛书就是我们为同学们调制的一份精制的数学“营养奶”，它每一节的内容分为三部分：巧点睛、巧指导、巧练习，现分别介绍如下：

巧点睛——不是送你火眼金睛，而是让你领会数学的思想方法，让你在解题时有更宏观的视野，少走些弯路。

巧指导——这是本书的精华部分，它以经典例题作为引导，向同学们介绍具体的解题方法，并且边讲边练，每个例题后面都紧跟相应的练习，让同学们即时掌握所学的方法。这部分的“营养”很丰盛，由浅入深分为**冲刺名校、培优竞赛、决胜总决赛（选学）**三部分，你可以逐一“尝尝”，也可以有选择地“尝”，不合“口味”就吐，特别是决胜总决赛的内容太难，仅供少数同学选用。

巧练习——练拳不练功，到老一场空；内练一口气（自己争点气，让父母少生点气），外练筋骨皮（为升入高一级学校打下基础，让自己强大）。练习太多，同学们会吃不消，造成消化不良；一点不练，就不会长进，这个“度”自己把握。

成都华数培训中心的名师们，凭着一股“牛劲”，以知名奥数教练罗朝述为核心，在畅销的《华罗庚数学教程》的基础上，积数年之功，打造出了《巧上加巧——小学数学培优》丛书，希望能成为同学们数学营养大餐中的“牛初乳”。

特别感谢中国科技大学博士后黄祥娣先生、深圳南山实验小学朝宣老师对我们工作的支持！

成都华数培训中心名师工作室

2011年3月

美国著名心理学家布卢姆经过多年研究，得出一个重要的结论：七岁前儿童的智力已达到成人智力水平的80%。这一已得到国际学术界公认的结论说明：抓紧儿童的早期教育是至关重要的。

“数学是锻炼思维的体操”（苏联著名社会活动家加里宁语），通过数学来训练、开发智力无疑是行之有效的一种途径。

为了适应社会的需要，我们根据小学各个年级学生的年龄特点、智力水平及心理特征，依据教育部新颁数学课程标准，借鉴现代认知心理学的成果，编写了这套适合小学3~6年级学生学习的系列读物：《巧上加巧——小学数学培优》。

本丛书遵从可接受性原则，按年级分设课题，内容大致与教材同步，便于同学们在所学课本知识的基础上适当拓宽、加深，满足个性化学习的需要。本书在编排上突出学案的功能，有着鲜明的特色：经典例题启迪数学智慧，一例一练即时巩固所学方法，习题编排由浅入深、循序渐进，非常适合同学们自学。本书源于教材，高于教材，启迪智慧，发展思维，融知识性和趣味性于一体，适合各层次学生使用，让同学们事半功倍巧上加巧地学好小学数学。

参加本书编写的作者是以金牌教练罗朝述老师为核心的“成都华数培训中心”的名师队伍，他们有着丰富的教学、辅导经验，辅导的学生曾多次在全国及省、市各级竞赛中获奖。

由于编写时间紧张，书中难免有不足之处，欢迎老师、同学们给我们提出宝贵意见，以便我们进一步修订。

中国数学学会普委会副主任

唐贤江 教授

四川大学数学学院

四川省数学学会普委会副主任

翁凯庆 教授

四川师范大学数学与软件科学院

四川大学数学学院

杜斌 副教授

2011年4月

目 录

第 1 讲	巧解分数的计算(一)	1
第 2 讲	巧解分数的计算(二)	6
第 3 讲	巧解分数的计算(三)	11
第 4 讲	巧解估算及其应用	17
第 5 讲	巧解分数杂题	24
第 6 讲	巧解分数应用题(一)	32
第 7 讲	巧解分数应用题(二)	41
第 8 讲	巧解分数应用题(三)	49
第 9 讲	巧解工程问题(一)	58
第 10 讲	巧解工程问题(二)	65
第 11 讲	巧解圆的周长和面积(一)	73
第 12 讲	巧解圆的周长和面积(二)	80
第 13 讲	巧解百分数问题(一)	88
第 14 讲	巧解百分数问题(二)	95
第 15 讲	巧解百分数问题(三)	103
第 16 讲	巧用对称、旋转解图形题	110
第 17 讲	巧解经济生活中的数学问题	119
第 18 讲	巧解运筹学初步——最佳方案	126
第 19 讲	巧解圆柱和圆锥问题	135
第 20 讲	巧解行程问题(一)	142
第 21 讲	巧解行程问题(二)	152

目 录

第 22 讲	巧解时钟问题	161
第 23 讲	巧算最值初步	168
第 24 讲	巧解最值应用问题	175
第 25 讲	巧用乘法原理与加法原理解题	185
第 26 讲	巧解竞技数学问题	192
第 27 讲	巧解行程问题(三)	200
第 28 讲	巧解简单的不定方程	209
第 29 讲	巧解数列的组	216
第 30 讲	巧总结几种常见的解题方法	227
参考答案		233



第1讲 巧解分数的计算(一)



巧点睛——方法和技巧

分数计算是小学数学学习的重要内容,同时也是数学竞赛的重要内容之一。要使计算准确、快速,关键在于掌握运算技巧。观察算式的特点及规律,灵活地运用运算定律和性质,对启迪思维,提高应变能力,培养学生的综合分析 with 推理能力都有很大帮助。

常用主要技巧:①逆用乘法分配律;②代换法;③转化法。



巧指导——例题精讲

A级 冲刺名校·基础点睛

一、运用凑整法

【例1】 计算: $7\frac{7}{9} - 2\frac{8}{17} + (2\frac{2}{9} - 1\frac{9}{17})$

分析与解 先去掉小括号,使 $7\frac{7}{9}$ 和 $2\frac{2}{9}$ 相加凑整,再运用减法运算性质: $a - b - c = a - (b + c)$,变形式子求解。

原式 $= (7\frac{7}{9} + 2\frac{2}{9}) - (2\frac{8}{17} + 1\frac{9}{17}) = 10 - 4 = 6$

做一做1 计算: $7\frac{5}{9} - (3\frac{4}{5} + 1\frac{5}{9}) - 1\frac{1}{5}$

二、运用乘法分配律

【例2】 计算: $73\frac{1}{15} \times \frac{1}{8}$

分析与解 把 $73\frac{1}{15}$ 改写成 $72 + \frac{16}{15}$,再利用乘法分配律计算。

原式 $= (72 + \frac{16}{15}) \times \frac{1}{8} = 72 \times \frac{1}{8} + \frac{16}{15} \times \frac{1}{8} = 9\frac{2}{15}$

做一做2 计算: $\frac{1}{7} \times 57\frac{1}{6}$



三、运用拆项

【例 3】 计算： $166\frac{1}{20} \div 41$

分析与解 此题中的 $166\frac{1}{20}$ 可以分成一个 41 的倍数与另一个较小的数相加，再利用除法性质使运算简便。

$$\text{原式} = \left(164 + 2\frac{1}{20}\right) \div 41 = 164 \div 41 + \frac{41}{20} \div 41 = 4\frac{1}{20}$$

做一做 3 计算： $54\frac{2}{5} \div 17$

B级 培优竞赛·更上层楼

四、运用商不变的性质

【例 4】 计算： $\left(11\frac{2}{9} + 9\frac{2}{11}\right) \div \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{11}\right)$

解法 1 原式 $= \left(\frac{101}{9} + \frac{101}{11}\right) \div \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{11}\right) = \left[101 \times \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)\right] \div \left[2 \times \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)\right] = 50\frac{1}{2}$

解法 2 原式 $= \frac{20 + 2 \times \frac{20}{99}}{2 \times \frac{20}{99}} = \frac{20}{2 \times \frac{20}{99}} + 1 = 50\frac{1}{2}$

小结 解法 2 是将原式变形为繁分式，用繁分式化简的方法来计算，同时运用“分配律”降低运算难度。

做一做 4 计算： $\left(9\frac{2}{7} + 7\frac{2}{9}\right) \div \left(\frac{5}{7} + \frac{5}{9}\right)$

五、运用乘法分配律

【例 5】 计算： $29\frac{15}{34} \times 2 - 27\frac{9}{17} \div 13$

解 原式 $= \left(29 + \frac{15}{34}\right) \times 2 - \left(26 + 1\frac{9}{17}\right) \div 13 = 29 \times 2 + \frac{15}{34} \times 2 - 26 \div 13 - \frac{26}{17} \times \frac{1}{13}$
 $= 58 + \frac{15}{17} - 2 - \frac{2}{17} = 56\frac{13}{17}$

做一做 5 计算： $31\frac{15}{26} \times 2 - 57\frac{1}{13} \div 7$



六、逆用乘法分配律

【例6】 计算： $\frac{20.03 \times 3.6 \times 7\,900 + 4\,500 \times 2.003}{79 \times 3.7 - 3.4}$

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= 2\,003 \times \frac{3.6 \times 79 + 4.5}{3.7 \times 79 - 3.4} = 2\,003 \times \frac{3.6 \times 79 + 4.5}{(3.6 + 0.1) \times 79 - 3.4} \\ &= 2\,003 \times \frac{3.6 \times 79 + 4.5}{3.6 \times 79 + 7.9 - 3.4} = 2\,003 \times \frac{3.6 \times 79 + 4.5}{3.6 \times 79 + 4.5} = 2\,003\end{aligned}$$

做一做6 计算： $\frac{1\,995 \times (4.3 \times 87 + 4.4)}{4.4 \times 87 - 4.3}$

C级 (选学) 决胜总决赛·勇夺冠军

七、代换法

把相同的算式用同一个字母表示,先进行字母运算,得到最简单的字母的表达式,再把算式代入,这是一种巧妙的方法。

【例7】 计算： $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2\,002}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2\,003}\right) -$
 $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2\,003}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2\,002}\right)$

$$\text{解 令 } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2\,002} = A \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2\,003} = B$$

$$\text{原式} = (1+A) \times B - (1+B) \times A = B + AB - A - AB = B - A$$

$$\text{所以,原式} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2\,003}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2\,002}\right) = \frac{1}{2\,003}$$

做一做7 计算:

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$$

巧练习——温故知新(一)

A级 冲刺名校·基础点睛

计算下面各题:

$$1. 7\frac{7}{9} - 2\frac{8}{17} + (2\frac{2}{9} - 1\frac{9}{17})$$

$$2. 64\frac{1}{17} \times \frac{1}{9}$$



3. $48 \frac{3}{10} \div 23$

4. $(3 \frac{7}{11} + 1 \frac{12}{13}) \div (1 \frac{5}{11} + \frac{10}{13})$

5. $3 \frac{3}{5} \times 25 \frac{2}{5} + 37.9 \times 6 \frac{2}{5}$

B级 培优竞赛·更上层楼

6. $\frac{9}{10} \times 34.5 + 111 \times 1.8 + 54.3 \div 1 \frac{1}{9}$

7. $\frac{382+498 \times 381}{382 \times 498 - 116}$

8. $3.6 \times 1994.4 + 2006.9 \times 6.4$

9. $\frac{1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1}{88888888 \times 88888888}$

10. $(\frac{1}{11} + \frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{41}) \times (\frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{41} + \frac{1}{51}) - (\frac{1}{11} + \frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{41} + \frac{1}{51}) \times (\frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{41})$


C级 (选学) 决胜总决赛·勇夺冠军

$$11. \left(\frac{531}{135} + \frac{579}{357} + \frac{753}{975} \right) \times \left(\frac{579}{357} + \frac{753}{975} + \frac{135}{531} \right) - \left(\frac{531}{135} + \frac{579}{357} + \frac{753}{975} + \frac{135}{531} \right) \times \left(\frac{579}{357} + \frac{753}{975} \right)$$

$$12. \frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + 7 \times 14 \times 21}{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 7 \times 21 \times 35}$$

$$13. \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{9^2} \right) \times \left(1 - \frac{1}{10^2} \right)$$

$$14. 1\,949 \times \left(\frac{1}{43} - \frac{1}{1\,992} \right) + 43 \times \left(\frac{1}{1\,949} - \frac{1}{1\,992} \right) - 1\,992 \times \left(\frac{1}{1\,949} + \frac{1}{43} \right) + 13$$

$$* 15. \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \cdots + \frac{1}{1\,993} - \frac{1}{1\,994}}{\frac{1}{1+1\,995} + \frac{1}{2+1\,996} + \cdots + \frac{1}{997+2\,991}}$$

巧总结

本节我的收获是: _____

不足之处有: _____



第2讲 巧解分数的计算(二)



巧点睛——方法和技巧

在计算分数的加减法时,有一些分数计算题按照常规方法计算会很复杂,此时可以通过观察考虑将其中一些分数拆开,使得拆开后的一些分数相互抵消,以达到简算的目的,这就是拆项法或裂项法。以下是一些常用公式:

$$1. a \div b = (a \div c) \div (b \div c);$$

$$2. \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}, \frac{1}{n \times (n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right), \frac{k}{n \times (n+k)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+k}.$$



巧指导——例题精讲

A级 冲刺名校·基础点睛

灵活运用上一讲的巧算方法,从多个角度进行思考分析,常可得到一个问题的多种解法,有的甚至是十分巧妙、独特的。

【例1】 计算: $2\,007 \div 2\,007 \frac{2\,007}{2\,008}$

解法1 直接利用带分数除法法则和乘法分配律。

$$\text{原式} = 2\,007 \div \frac{2\,007 \times 2\,008 + 2\,007}{2\,008} = 2\,007 \div \frac{2\,007 \times (2\,008 + 1)}{2\,008} = 1 \times \frac{2\,008}{2\,009} = \frac{2\,008}{2\,009}$$

解法2 利用商不变的性质和除法的运算性质。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (2\,007 \div 2\,007) \div \left(2\,007 \frac{2\,007}{2\,008} \div 2\,007 \right) = 1 \div \left(2\,007 \div 2\,007 + \frac{2\,007}{2\,008} \div 2\,007 \right) \\ &= 1 \div 1 \frac{1}{2\,008} = \frac{2\,008}{2\,009} \end{aligned}$$

解法3 利用乘法分配律和倒数知识。

$$\text{原式} = 2\,007 \div \left(2\,007 + \frac{2\,007}{2\,008} \right) = 2\,007 \div \left[2\,007 \times \left(1 + \frac{1}{2\,008} \right) \right] = 1 \times \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2\,008} \right)} = \frac{2\,008}{2\,009}$$

你还有别的方法吗?

做一做1 计算: $231 \div 231 \frac{231}{232}$



【例2】 计算: $25.1 \times 63 + \frac{7}{250} \times 251 + 419.672$

解 原式 $= 25.1 \times 63 + 0.028 \times 251 + 25.1 \times 16.72$
 $= 25.1 \times 63 + 25.1 \times 0.28 + 25.1 \times 16.72$
 $= 25.1 \times (63 + 0.28 + 16.72) = 2008$

小结 首先尝试把 419.672 拆开, 即 $419.672 = 25.1 \times 16.72$ 。想一想, 为什么要这样做? 其次应注意到 $\frac{7}{250}$ 能化成有限小数, 此题用小数计算更为简便。

做一做 2 计算: $1994.5 \times 79 + \frac{6}{25} \times 790 + 244.9$

【例3】 计算: $\frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$

分析与解 本题属于“ $\frac{1}{n \times (n+1)}$ ”类型, 因而有 $\frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ 成立。

原式 $= \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right) + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{12}\right) + \dots + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) = \frac{1}{10} - \frac{1}{100} = \frac{9}{100}$

做一做 3 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{49 \times 50}$

B级 培优竞赛·更上层楼

【例4】 计算: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$

分析与解 本题似乎不属于上面所讲的题型, 但我们可以将分数的分母分解为两个连续自然数乘积的形式, 即转化为“ $\frac{1}{n \times (n+1)}$ ”类型, 如 $2 = 1 \times 2, 6 = 2 \times 3, 12 = 3 \times 4, \dots$

原式 $= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{7 \times 8}$
 $= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right)$
 $= \frac{7}{8}$

做一做 4 计算: $\frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} + \frac{1}{156}$



【例 5】 计算： $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{97 \times 99}$

解 原式 $= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right)$
 $= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right) = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{99} \right) = \frac{49}{99}$

小结 本题属于“ $\frac{1}{n \times (n+k)}$ ”类型，因而有 $\frac{1}{n \times (n+k)} = \frac{1}{k} \times \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$ 成立。

做一做 5 计算： $\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots + \frac{1}{98 \times 100}$

【例 6】 计算： $\left[\left(\frac{35}{6} - \frac{49}{12} + \frac{63}{20} - \frac{77}{30} + \frac{91}{42} - \frac{105}{56} \right) - 1 \frac{3}{8} \right] \div \frac{1}{8}$

解 原式 $= \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{7}{12} + \frac{9}{20} - \frac{11}{30} + \frac{13}{42} - \frac{15}{56} \right) \times 7 - 1 \frac{3}{8} \right] \div \frac{1}{8}$
 $= \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right) \times 7 - \frac{11}{8} \right] \times 8$
 $= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) \times 7 \times 8 - \frac{11}{8} \times 8 = 21 - 11 = 10$

做一做 6 计算： $1 \frac{1}{3} - \frac{7}{12} + \frac{9}{20} - \frac{11}{30} + \frac{13}{42} - \frac{15}{56}$

C级 (选学) 决胜总决赛 · 勇夺冠军

【例 7】 计算： $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+49+50}$

分析与解 本题可先利用等差数列求和公式将各分数的分母化简，再利用公式来求和。

原式 $= \frac{1}{\frac{(1+2) \times 2}{2}} + \frac{1}{\frac{(1+3) \times 3}{2}} + \frac{1}{\frac{(1+4) \times 4}{2}} + \dots + \frac{1}{\frac{(1+50) \times 50}{2}}$
 $= \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} + \dots + \frac{2}{50 \times 51} = 2 \times \left(\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{50 \times 51} \right)$
 $= 2 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{50} - \frac{1}{51} \right) = \frac{49}{51}$

做一做 7 计算： $\frac{1}{3+6} + \frac{1}{3+6+9} + \frac{1}{3+6+9+12} + \dots + \frac{1}{3+6+9+\dots+150}$



巧练习——温故知新(二)

A级 冲刺名校·基础点睛

计算下列各题:

$$1. \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \cdots + \frac{1}{39 \times 40}$$

$$2. \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132}$$

$$3. \frac{1}{13 \times 15} + \frac{1}{15 \times 17} + \frac{1}{17 \times 19} + \cdots + \frac{1}{37 \times 39}$$

$$4. 2\,008 \div 2\,008 \frac{2\,008}{2\,009}$$

$$5. \frac{1}{2 \times 7} + \frac{1}{7 \times 12} + \frac{1}{12 \times 17} + \frac{1}{17 \times 22} + \cdots + \frac{1}{92 \times 97} + \frac{1}{97 \times 102}$$

B级 培优竞赛·更上层楼

$$6. 11 + 13 \frac{1}{6} + 15 \frac{1}{12} + 17 \frac{1}{20} + 19 \frac{1}{30} + 21 \frac{1}{42} + 23 \frac{1}{56} + 25 \frac{1}{72} + 27 \frac{1}{90}$$

$$7. \left(1 - \frac{1}{15}\right) + \left(1 - \frac{1}{35}\right) + \left(1 - \frac{1}{63}\right) + \left(1 - \frac{1}{99}\right) + \left(1 - \frac{1}{143}\right) + \left(1 - \frac{1}{195}\right) + \left(1 - \frac{1}{255}\right) + \left(1 - \frac{1}{323}\right) + \left(1 - \frac{1}{399}\right) + \left(1 - \frac{1}{483}\right)$$



8. $\left(\frac{15}{56} - \frac{13}{42} + \frac{11}{30} - \frac{9}{20} + \frac{7}{12} - \frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{22} \times 91 \div \frac{1}{8}$

9. $\left[7\frac{1}{3} - \left(\frac{49}{12} - \frac{63}{20} + \frac{77}{30} - \frac{91}{42} + \frac{105}{56}\right)\right] \div 22$

10. $7\frac{4480}{8333} \div \frac{21934}{25909} \div 1\frac{18556}{35255}$

C级 (选学) 决胜总决赛·勇夺冠军

11. $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+1990}$

12. $\frac{(2^2+4^2+\dots+100^2)-(1^2+3^2+\dots+99^2)}{1+2+\dots+10+9+\dots+1}$

13. 计算: $\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81} + \frac{2}{243}$

14. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$

* 15. 比较 $S_{2000} = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots + \frac{2000}{2^{2000}}$ 与 2 的大小。

巧总结

本节我的收获是: _____

不足之处有: _____