



普通高等教育机械类国家级特色专业系列规划教材



# 工程流体力学 (上册)

蒋洪德 马晖扬 司 鹄 编著

 科学出版社

普通高等教育机械类国家级特色专业系列规划教材

# 工程流体力学

(上册)

王保国 蒋洪德 编著  
马晖扬 司 鹤

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书是面向理工类专业本科生的一部内容齐全、涵盖面广、深入浅出、构思巧妙的《工程流体力学》教材,由北京理工大学、清华大学、中国科学技术和重庆大学的四位教授共同编著。全书分为上、下两册,共五篇 18 章。上册包括前三篇,主要讲述流体力学的基本方程与重要定理、流体的不可压缩流动、可压缩无黏流体的流动;下册包括第四篇和第五篇,主要讲述流体力学的工程应用、计算流体力学基础。每一篇相对独立完整,授课教师可根据自身专业特点及学时选讲部分篇章或全部内容。\* 号章节为本科生拓展内容。

本书可作为普通高等院校理工类专业本科生的教材,也可作为学生考研复习的辅导书,还可供相关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程流体力学.上册/王保国等编著. —北京:科学出版社,2011  
普通高等教育机械类国家级特色专业系列规划教材  
ISBN 978-7-03-032036-0

I. ①工… II. ①王… III. ①工程力学:流体力学-高等学校-教材  
IV. ①TB126

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 163004 号

责任编辑:毛莹 杨然 / 责任校对:张凤琴  
责任印制:张克忠 / 封面设计:迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

保定市 中画美凯印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2011 年 7 月 第 一 版 开本:787×1092 1/16

2011 年 7 月 第一次印刷 印张:19 1/4

印数:1—3 000 字数:492 000

定价:38.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 前 言

本书是由北京理工大学、清华大学、中国科学技术大学和重庆大学四位长期处于教学与科研第一线的教授共同编著的面向机械类、动力能源工程类和航空航天类本科生的《工程流体力学》教材。本书的第一作者王保国教授是北京市教学名师，他在中国科学院工作过 16 年，两次荣获中国科学院重大成果科技进步奖，曾先后在清华大学力学系和北京理工大学宇航学院任教授、博士生导师，长期从事流体力学、空气动力学和高超声速气动热力学方面的教学与科学研究工作，多次荣获清华大学教学优秀奖，并著有《流体力学》、《空气动力学基础》、《气体动力学》、《高超声速气动热力学》、《叶轮机械跨声速及亚声速流场的计算方法》以及《稀薄气体动力学计算》等教材与专著；第二作者蒋洪德教授是中国工程院院士，工程热物理学家，清华大学热能工程系教授、博士生导师，他在叶轮机械流动的机理研究和数值分析方面具有非常深厚的理论功底，为我国汽轮机的气动热力设计以及汽轮机的更新改造作出了重大贡献；第三作者马晖扬教授是中国科学技术大学流体力学教授，他编著的《流体力学》教材和《湍动力学引论》专著深得学子们的喜爱；第四作者司鹤是重庆大学的教授，她在流固耦合以及安全工程方面颇有建树。四位作者密切合作、深入浅出地写出这部面向理工类本科生的《工程流体力学》基础性教材，从某种意义上可认为是 Prandtl 的 *Essentials of Fluid Dynamics* 一书的继续与发展，建议学子们不妨一读。

本书分五篇 18 章。第一篇(第 1~6 章)为流体力学的基本方程与重要定理，其中包括了静力学、运动学、动力学的主要基本方程及一些重要定理，另外还将量纲分析与相似原理作为一章进行了详细讨论；第二篇(第 7~10 章)为流体的不可压缩流动，其中包括无黏流、层流以及湍流流动；第三篇(第 11、12 章)为可压缩无黏流体的流动，其中主要包括一维与二维流动；第四篇(第 13~17 章)为流体力学的工程应用，其中包括内流、外流、气体射流与扩散、翼型与叶栅绕流、多相流以及非牛顿流体力学等；第五篇(第 18 章)为计算流体力学基础，该篇虽仅有一章，却概括了计算流体力学的最基本内容。每一篇都相对独立完整，便于各院校以及各专业教师根据自身专业特点及学时选择其部分篇章或全部内容进行讲解。本书主要具有如下三点特色：①内容齐全，涵盖面广，注重基础内容和基本概念的讲述，强调物理直观；②将当前最新科研成果深入浅出地编写入书，并抽取了其中最基本的部分编写成习题，更进一步辅助学生们掌握相关概念，深化理解；③十分注重介绍华人科学家(如王竹溪、李政道、周培源、钱学森、钱伟长、郭永怀、冯元桢、吴仲华、谈镐生、王承书、陆士嘉、卞荫贵、刘高联、童秉纲、罗时钧、柏实义、陈懋章、陶文铨等)的学术贡献，激励学子们奋发向上。

本书反映了集体的智慧和心血，凝聚着众多教师们多年来教学与科研的经验与成果，同时也广泛继承与吸收了国内外同领域中的精华与营养，因此具有一定的代表性和通用性。

四位作者衷心地向流体力学界的老前辈、尤其是书中所提到的 18 位著名物理学家和流体力学家致以诚挚的感谢！向书中参考文献里所列出的作者以及历届讲授过这门课的老师与同仁表示感谢。

虽然书中的主要内容在多所高校的教学中多次讲授过而且反响较好，但由于作者水平有限，书中仍可能存在疏漏与不妥之处，敬请广大读者及专家批评指教。E-mail: wjmsef@yahoo. cn.

作 者

2011 年 7 月

# 目 录

## 前言

## 第一篇 流体力学的基本方程与重要定理

<b>第 1 章 流体力学的基本概念以及流体的基本物理性质</b> .....	1
1.1 流体力学研究的基本任务及其发展概述 .....	1
1.2 流动区域的划分以及流动的几种基本流态 .....	2
1.3 流体的主要物理性质以及运输系数 .....	5
1.4 作用在流体微团上的体积力与表面力 .....	9
1.5 牛顿流体、非牛顿流体以及本构方程 .....	10
1.6 平衡态热力学基本关系以及非平衡态热力学基础.....	12
习题 .....	18
<b>第 2 章 流场的张量表达以及流体静力学基础</b> .....	20
* 2.1 基矢量与张量的并矢表示法.....	20
* 2.2 流场中张量的梯度、散度与旋度运算 .....	22
* 2.3 一些重要的积分关系式.....	25
2.4 流体的静力平衡方程以及静止流场的基本特征.....	27
2.5 重力作用下静止流体的压强分布.....	31
2.6 静止流体作用在物面上的总压力.....	32
2.7 非惯性坐标系中流体的静力平衡.....	37
习题 .....	38
<b>第 3 章 流体运动学</b> .....	40
3.1 描述流体运动的两种方法.....	40
3.2 流体微团的运动分析.....	44
3.3 有旋流场及一般性质.....	48
3.4 无旋流场及其一般性质.....	51
* 3.5 给定流场的散度与涡量求速度场.....	53
习题 .....	56
<b>第 4 章 流体动力学的基本方程</b> .....	58
4.1 一般控制体以及 Reynolds 输运定理 .....	58
4.2 连续方程的积分与微分形式.....	59
4.3 动量方程的积分与微分形式.....	61
4.4 能量方程的积分与微分形式.....	63
4.5 动量矩方程的积分与微分形式.....	66

4.6	Newton 流体力学的基本方程及初边值条件 .....	67
4.7	直角与圆柱坐标系下流体力学的基本方程组 .....	74
	习题 .....	77
<b>第 5 章</b>	<b>流体力学中的几个重要定理与方程 .....</b>	<b>80</b>
5.1	Kelvin 定理、Lagrange 定理以及 Helmholtz 定理 .....	80
5.2	Bernoulli 方程 .....	85
5.3	非惯性系中的 Bernoulli 方程 .....	86
5.4	涡动力学的基本方程组以及胀量与涡量间的耦合 .....	89
	习题 .....	96
<b>第 6 章</b>	<b>量纲分析与相似原理 .....</b>	<b>99</b>
6.1	量纲分析中的重要概念以及 $\pi$ 定理 .....	99
6.2	流体力学中常使用的主要无量纲数 .....	107
6.3	流场的力学相似以及相似条件 .....	109
6.4	动力相似准则以及相似准则数 .....	111
6.5	模型实验以及动力相似准则的使用 .....	115
	习题 .....	118
<b>参考文献</b>	.....	<b>121</b>

## 第二篇 流体的不可压缩流动

<b>第 7 章</b>	<b>无黏不可压缩流体的运动 .....</b>	<b>122</b>
7.1	无黏不可压缩流的基本方程 .....	122
7.2	不可压缩无黏无旋流动以及速度势函数的一般性质 .....	124
7.3	不可压缩无黏平面或空间轴对称流动 .....	128
7.4	不可压缩平面定常无旋运动的复势方法及几个重要定理 .....	131
7.5	无黏不可压缩流体的有旋流动及其主要性质 .....	140
	习题 .....	147
<b>第 8 章</b>	<b>黏性不可压缩流体的流动 .....</b>	<b>149</b>
8.1	黏性流体运动的性质以及几种基本的旋涡运动 .....	149
8.2	黏性流体运动的相似律以及模型律的选择与实现 .....	158
8.3	黏性不可压缩流的某些精确解以及 Stokes 第一、第二问题 .....	162
8.4	小 Reynolds 数流动的两种近似解法 .....	166
8.5	Reynolds 数不很小时的流动以及大 Reynolds 数下物体绕流的特性 .....	173
8.6	滑动轴承内润滑油的流动 .....	174
	习题 .....	176
<b>第 9 章</b>	<b>层流边界层 .....</b>	<b>178</b>
9.1	边界层各种厚度的定义及其数量级 .....	178
9.2	边界层微分方程 .....	179
9.3	层流边界层方程的相似解 .....	183

9.4	边界层方程的动量积分关系式解法 .....	185
9.5	层流温度边界层的非耦合求解 .....	188
	习题 .....	193
<b>第 10 章</b>	<b>湍流边界层 .....</b>	<b>195</b>
10.1	湍流的平均方法以及湍流运动的基本方程 .....	195
10.2	湍流涡黏模式以及二阶矩模式 .....	199
10.3	湍流速度与温度边界层方程组及其封闭模式 .....	206
10.4	基于实验结果的平面湍流速度边界层一般特征 .....	208
10.5	绕平板湍流流动时速度与温度边界层的求解 .....	213
	习题 .....	216
	<b>参考文献 .....</b>	<b>218</b>

### 第三篇 可压缩无黏流体的流动

<b>第 11 章</b>	<b>可压缩无黏流体的一维流动 .....</b>	<b>219</b>
11.1	可压缩、无黏、非定常流动基本方程组的数学结构以及一维流动 .....	219
11.2	声速与 Mach 数 .....	223
11.3	一维无黏流中常用的方程 .....	227
11.4	几种典型的定常一维流动 .....	234
11.5	非定常一维均熵流动与分析 .....	243
11.6	运动正激波与驻激波 .....	247
	习题 .....	250
<b>第 12 章</b>	<b>可压缩无黏流体的二维流动 .....</b>	<b>251</b>
12.1	二维定常与非定常速度势方程 .....	251
12.2	小扰动线化理论 .....	253
12.3	定常、有旋、非等熵流动的流函数方法 .....	257
12.4	跨声速 Tricomi 方程 .....	262
* 12.5	跨声速流函数方法及人工可压缩性 .....	264
12.6	二维跨声速势函数方程的数值解 .....	266
12.7	亚声速定常、无旋、均熵流动的速度图法 .....	268
12.8	绕流问题边界条件的概述 .....	274
12.9	膨胀波、压缩波的形成以及 Prandtl-Meyer 流动 .....	276
12.10	定常、无黏、无旋、等熵超声速流的特征线法 .....	282
12.11	定常、无黏、等熵、有旋超声速流的特征线法 .....	286
12.12	斜激波 .....	288
	习题 .....	292
	<b>参考文献 .....</b>	<b>294</b>

<b>部分习题参考答案 .....</b>	<b>296</b>
-----------------------	------------

# 第一篇 流体力学的基本方程与重要定理

流体力学作为力学的一个分支学科,既应注意物理上的描述,也应注意数学上的表达。因此,通常《流体力学》教程既要着重物理概念的阐述,也不应放弃数学表达上的严谨要求<sup>[1~4]</sup>,本书当然也应遵循这一特点。第一篇包括第1~6章,主要研究流体力学中常用的一些基本物理模型、基本概念、流场张量的表达、流体运动所遵循的基本方程组,以及流体力学中经常使用的一些重要定理等。显然,本篇是全书的最基础部分。

## 第1章 流体力学的基本概念以及流体的基本物理性质

由物理学知道,随着能量状态的不断增加,物质形态分别处于固态、液态、气态和等离子状态。后三种状态的物质都是流体。流体力学是经典力学中的一个分支,在经典力学中流体被看作连续介质,因此弄清楚流体的连续介质模型、掌握流体的基本物理属性是十分重要的。

### 1.1 流体力学研究的基本任务及其发展概述

流体力学是一门基础性很强、应用性很广的力学分支学科,它是以流体为对象,研究流体宏观运动规律的科学。通常,按照流体的可压缩性可分为不可压缩流体力学与可压缩流体力学;按照流体的黏性特点可分为无黏流体力学与黏性流体力学;按照流体的本构关系可分为牛顿流体力学与非牛顿流体力学;按照流体流动中化学反应特点以及流体介质的特征又可以分为化学流体力学、电磁流体力学、生物流体力学、水力学、空气动力学、气体动力学、多相流体力学、渗流力学、环境流体力学等。由此可见流体力学是深深植根于航空航天、能源和动力工程、力学、物理和化学、建筑、采暖、水利、海洋、大气、环境、安全工程、冶金、化工、生物等领域的一门基础科学与应用科学,所以学好流体力学这门专业基础课程是十分重要的<sup>[5~7]</sup>。

流体力学的历史非常悠久,其初步形成可追溯到18世纪。随着牛顿运动定律与微积分方法的建立,流体力学进入了理性发展的阶段。Euler、Bernoulli、d'Alembert、Lagrange和Laplace等一批科学家建立了关于无黏流体的理论流体力学。到了19世纪,法国的Navier和英国的Stokes分别用不同的方法建立了黏性流体力学运动的方程,在此期间,Hagen、Poiseuille和Chezy等一批著名实验家建立了关于真实流体的实验流体力学;另外,Froude建立了模型试验法则,Rayleigh建议采用量纲分析法,Reynolds发现了两种流动状态。应当指出,19世纪末人们已认识到应该将无黏性的理论流体力学与真实流体的实验流体力学相互结合。进入20世纪以后,随着航空航天事业的发展,边界层理论、湍流理论、可压缩流体力学都获得了巨大的成就。1904年德国流体力学家Prandtl提出了边界层理论,1902年Kutta与1906年Joukowski分别独立提出了特殊的和一般情况下的Kutta-Joukowski假定,即著名的翼型绕流尾缘条件。1910年Blasius和Chaplygin分别独立地提出了一般二维物体的受力公式,建立了完善的二维升力理论;1910年,Joukowski用保角变换法获得了一种理想的翼型,建立了Joukowski升力定理,Lanchester提出了速度环量的概念,发展了有限翼展理论,Lanchester和Joukowski在升力定理方



面都作出了重大贡献。von Karman 与钱学森先生建立了可以预测翼型高亚声速条件下压强系数的 Karman-钱学森公式; Whitcomb 提出了超临界翼型, 这种翼型能将临界 Mach 数提高到 0.9 以上; 在高超声速飞行方面, Allen 在 1952 年提出了著名的钝体理论, 为高超声速飞行器再入大气层时所遇到的严重气动热问题指出了热防护的方向。总之, 正是以 Prandtl、von Karman 和 Taylor 为代表的一批流体力学专家在空气动力学、湍流和旋涡理论等方面的卓越成就才奠定了 20 世纪现代流体力学的基础。应该指出, 以周培源、钱学森、郭永怀和吴仲华先生为代表的科学家在湍流理论、空气动力学和叶轮机械气动热力学等许多领域内也作出了基础性和开创性的重要贡献。尤其是周培源先生 1945 年提出湍流相关张量的动力学方程被国际上公认为近代湍流模式理论的奠基方程; 钱学森先生 1946 年提出高超声速流动的概念, 并提出了高超声速相似律, 于是这个相似律与 Prandtl 的亚声速相似律、von Karman 的跨声速相似律以及 Ackeret 的超声速相似律合在一起形成了可压缩空气动力学的完整基础理论体系; 另外, 1953 年前后, 郭永怀先生在进行激波与边界层相互作用的研究中, 成功地将小参数求解方法用于远场解与近场解的对接问题, 这个方法被学术界称为 PLK 方法(它是以三个人的姓氏所命名), 即奇异摄动法。应当指出, 这一方法曾被推广应用到数学的许多分支中去, 并逐步形成了著名的渐近展开匹配方法。在内流流体力学的数值求解研究中, 吴仲华先生曾作出了重大贡献。早在 1952 年前后, 吴仲华先生就率先提出了用两类流面交叉迭代去求解叶轮机械三元流动的通用理论, 这就是国际学术及工程技术界常称的“吴氏三元流动通用理论”, 其两类流面  $S_1$  与  $S_2$  上的控制方程被称为“吴氏方程”。1976 年前后, 吴先生又提出了使用任意非正交曲线坐标与相应的非正交速度分量的叶轮机械三元流动基本方程组。在此基础上, 吴仲华先生率领中国科学院的科研人员发展了一整套求解亚、跨、超声速流场的计算方法并编制了具有我国自主知识产权的计算机源程序, 这就使得我国在这一领域的整体研究水平处于当时国际领先的位置。应当指出: 吴仲华提出的三元流动理论至今还广泛地应用于工程技术界新型动力机械的气动设计。为此, 国际吸气式发动机大会在每两年召开的大型国际会议上设立了永久性的“吴仲华讲座”, 以此纪念吴先生的重大贡献<sup>[8]</sup>。

最后, 简略说明一下“流体力学”与“工程流体力学”两门课程间的区别。从严格含义上讲, 前者偏理论、重分析, 后者偏应用、重工程。工程流体力学是机械、材料、热能与动力、船舶与海洋、航空、航天、建筑、采暖、通风、环境、水利、交通工程、安全工程、冶金、化工、生物工程等工程类专业的专业基础课程, 其内容并不包括流体力学课程的全部专门知识, 它主要讲授流体力学的基本原理与基本方法, 并通过一些实例说明如何运用这些原理与方法去分析和解决与流动运动相关的实际工程问题。所以, 在内容组织上重点不是放在一些公式的推导上而是侧重于基本原理、基本方法与基本公式的应用, 力图做到“概念准确、通俗易懂、内容均衡、学以致用”, 应当讲这 16 个字是编著本书时的努力方向。

## 1.2 流动区域的划分以及流动的几种基本流态

随着现代高新技术的发展, 工程流体力学研究的范围不断地扩大。例如, 以航空航天为背景, 深入研究多个物理过程相互耦合(如湍流、激波、化学反应、高温高速非平衡等)时的复杂流动; 再如以微机电系统(micro-electromechanical-systems, MEMS)和生物工程为背景, 深入研究微尺度、多尺度以及从毫米到纳米的跨尺度下的流动问题等。尽管上述两个例子所涉及的基础知识都远远超出了流体力学的内容, 它们需要多个学科之间的交叉与融合, 但在动手解决这些问

题时首先要弄清楚所研究的流体到底属于哪类流区,在所研究的范围内所研究的流动是否符合流体力学中连续介质模型的假定。显然,这些问题所涉及的就是流体力学中最基础的概念性问题。

### 1.2.1 Knudsen 数与流动特性的分区

令  $\lambda$  为分子平均自由程,  $L$  为流体特征长度, 则  $\lambda$  与  $L$  的比值定义为 Knudsen 数, 记为  $Kn$ , 即

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \quad (1.2.1)$$

它表征了气体的稀薄程度。在实际应用中, 还常用 Reynolds 数  $Re$  与 Mach 数  $M$  来表达  $Kn$ , 即

$$Kn = \frac{M}{Re} \quad (1.2.2)$$

式中,  $Re$  与  $M$  分别定义为

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} \quad (1.2.3)$$

$$M = \frac{V}{a} \quad (1.2.4)$$

式中,  $\rho$ 、 $V$ 、 $\mu$  与  $a$  分别为气体的密度、流速、黏性系数与声速。在许多工程问题中, 如在研究飞行器表面与外界气流之间的摩擦与传热问题时, 由边界层理论可知, 这时合理的特征常数不再是物体的特征长度  $L$  而是边界层厚度  $\delta$ , 这里  $\delta$  可表达为

$$\delta = \frac{L}{\sqrt{Re_L}} \quad (1.2.5)$$

式中,  $Re_L$  代表用特征长度  $L$  所定义的 Reynolds 数; 类似地用  $\delta$  所定义的 Reynolds 数  $Re_\delta$  为

$$Re_\delta = \frac{\rho V \delta}{\mu} \quad (1.2.6)$$

因此当流动特征长度分别取  $L$  与  $\delta$  时, 则相应的 Knudsen 数变为  $Kn_L$  与  $Kn_\delta$ , 其表达式为

$$Kn_L \equiv \frac{\lambda}{L} = \frac{M}{Re_L} \quad (1.2.7)$$

$$Kn_\delta \equiv \frac{\lambda}{\delta} = \frac{M}{\sqrt{Re_\delta}} \quad (1.2.8)$$

为了便于研究, 根据气体的稀薄程度, 钱学森先生建议将流动区域进行适当的划分。通常, 可划分为:

(1)  $Kn_\delta < 0.01$  时为连续介质流动区域。在这个区域内, 流动服从 Navier-Stokes 方程组, 在物面上, 满足速度无滑移和温度无跳跃的假设。

(2)  $Kn_\delta = 0.01 \sim 0.1$  时为滑移流动区域。在这个区域内, 流动仍服从 Navier-Stokes 方程, 而且 Fourier 热传导以及 Fick 质量扩散关系依然适用, 但在物面上出现了速度滑移、温度跳跃和热滑移等现象。

(3)  $Kn_L < 10, Kn_\delta > 0.1$  时为过渡区域 (transition) 区域。在这个区域内, 气体分子的平均自由程  $\lambda$  与物理特性长度  $L$  属于同一量级, 因此这时气体分子之间的碰撞以及气体分子与物体表面之间的碰撞对气体流动的影响具有同等重要的意义。连续介质的假设已不再成立, 流场的求解需要采用稀薄气体动力学的方法。

(4)  $Kn_L > 10$  时为自由分子(free molecule)流动区域。在这个区域内,分子平均自由程远大于所研究的流动问题的特征长度。此时可以忽略气体分子之间的碰撞而仅考虑气体分子与界面之间的相互作用,这就使流动区域的处理大为简化。应该指出,在现代高超声速飞行器的再入飞行中,经常会遇到飞行器在上述四个流动区域中的运动。

### 1.2.2 连续介质模型

在连续介质中,常引进流体微团的概念。流体微团具有如下性质:

(1) 流体微团的体积  $\Delta\tau$  相对于被考查的流体运动尺度  $L$  应该满足

$$\frac{\Delta\tau}{L^3} \ll 1$$

(2) 流体微团的体积  $\Delta\tau$  相对于分子的平均自由程长度  $l$  应该满足

$$\frac{\Delta\tau}{l^3} \gg 1$$

概括地说流体微团在宏观上是充分小而在微观上是充分大的物质集合。流体微团又称流体质点或流体元,它既具有数学上点集的概念,又具有确定的物理状态。当流体运动时,流体的状态随之发生变化。流体质点包含很多分子,流体质点所具有的物理量是均匀的,它是其中众多粒子的统计平均值。连续介质就是由这些连续分布的流体质点所组成的。对于绝大多数实验室里的流体实验来讲,流体所占据区域尺寸至少为  $1\text{cm}$ ,而在  $10^{-3}\text{cm}$  量级的距离上流体的物理量变化是极其微小的(除了在激波等特殊的流体之外)。因此用一个感受体积为  $10^{-9}\text{cm}^3$  的仪器来量度流体特性,测得的仍是巨量分子运动的统计平均量,即宏观属性。对于地球大气层来讲,在常温常压下  $10^{-9}\text{cm}^3$  的体积,仍含有  $2.7 \times 10^{10}$  个空气分子,空气分子的平均自由程为  $10^{-8}\text{mm}$ ;对于水分子则所含的分子数目就更多。在  $10^{-9}\text{cm}^3$  的体积内,气体分子每秒要发生  $10^{20}$  次碰撞,因此在这种情况下分子运动具有稳定的统计特性。应该指出,在同样体积下空气所含气体分子的数目是与温度和压强密切相关的。对于空气来讲不同高度处其温度与压强都在变化,因此同样体积下所含气体分子数也在变化。例如,在  $30\text{km}$  高空,  $1\text{cm}^3$  的体积含  $4 \times 10^{17}$  个分子;在  $128\text{km}$  的高空,  $1\text{cm}^3$  的体积则含有  $10^{13}$  个分子。另外,分子的平均自由程随高度变化也很大,如海平面分子平均自由程为  $0.07 \times 10^{-6}\text{m}$ ,  $70\text{km}$  时约为  $0.001\text{m}$ ,  $85\text{km}$  时约为  $0.01\text{m}$ ,  $128\text{km}$  时约为  $0.3\text{m}$ 。显然,对于地球大气层而言,在海拔  $120 \sim 150\text{km}$  的高度上,空气分子的平均自由程与飞行器的特征尺寸处于同一个数量级,因此许多教科书中认为  $l/L \geq 0.01$  时,连续介质模型便不再适用了。

### 1.2.3 流体微团的运动形态

由于流体微团的运动形态不同,英国的物理学家 Reynolds 将流体的运动分为层流运动、湍流运动以及过渡(转捩)过程。层流流动时流体微团在各自的轨道上运动,彼此不发生干扰或碰撞,所以流动平稳有序。在通常情况下,流体运动速度较低时流动往往保持着层流流动形态,如图 1.1 中翼型下方的流动所示。

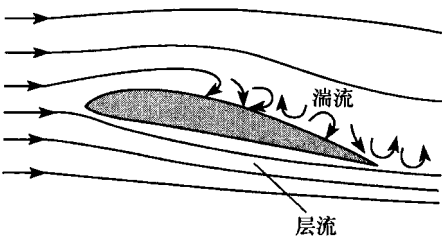


图 1.1 绕翼型流动的层流与湍流流动

湍流流动时,流体微团之间不断地碰撞与掺混,导致了扰动紊乱,流速与压强等参数随时间无序地脉动,

导致了扰动紊乱,流速与压强等参数随时间无序地脉动,

如图 1.1 中翼型上方靠近尾部的流动。层流转变为湍流的过程称为转捩,这是一个从有序变为混沌无序的过程。大量的研究表明,自然界存在的流动不仅应该满足黏性流体运动的微分方程组,还必须是稳定的。大量实验观察表明,高 Reynolds 数时的层流状态是不可能存在的,低 Reynolds 数时的湍流状态也是不可能存在的,这表明流体运动存在着稳定性问题。从数学角度来说,流体的任何一种运动都应满足黏性流体运动的微分方程组在一定的定解条件下的方程解,在高 Reynolds 数时虽然也可以得到层流解,但它在物理上是不存在的。应该指出,转捩问题是一个十分复杂的物理现象,目前在数学上仍缺乏有效的数学工具与分析方法,同时也缺乏研究这一问题的完善理论。虽然目前流行小扰动法,但它仍属于线性稳定性理论,它不可能描述转捩的全过程,因为它不能用于非线性影响起重要作用的阶段。另外,在非线性稳定理论中常采用的以谐波分析为基础的摄动法,虽然对某些过程可以得到与实验观察到的基本特征吻合得很好的结果,但这一理论仍在完善与发展中。总之,非线性理论中由于谐波振幅不再是无限小量,而且考虑了它们之间的相互影响,所以它比线性稳定性理论有更多的通用性,但整体来说它的完善性还有不足,仍需作大量的努力。

### 1.3 流体的主要物理性质以及运输系数

对于流体的主要物理性质这里主要讨论它的压缩性与膨胀性;而流体的运输系数,本小节则主要研究黏性系数、热传导系数与扩散系数。

#### 1.3.1 流体的可压缩性与热膨胀性

流体在外力作用下,其体积或密度可以改变的性质,称为流体的可压缩性;而流体在温度改变时其体积或密度可以改变的性质,则称为流体的热膨胀性。

由工程热力学中的一般热力学关系可知,对于一个简单可压缩系统总具有两个独立参数,这里选压强  $p$  与温度  $T$  为两个独立变量,于是密度  $\rho$  的改变为

$$d\rho = \frac{\partial\rho}{\partial p} dp + \frac{\partial\rho}{\partial T} dT = \alpha_T \rho dp - \beta \rho dT \quad (1.3.1)$$

式中,  $\alpha_T$  与  $\beta$  分别定义为等温压缩系数和热膨胀系数,其表达式为

$$\alpha_T = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial\rho}{\partial p} \right)_T = -\frac{1}{\nu} \left( \frac{\partial\nu}{\partial p} \right)_T \quad (1.3.2)$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial\rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\nu} \left( \frac{\partial\nu}{\partial T} \right)_p \quad (1.3.3)$$

在式(1.3.2)与式(1.3.3)中,符号  $\nu$  代表比热容,它与密度  $\rho$  呈倒数关系,即

$$\rho\nu = 1 \quad (1.3.4)$$

式(1.3.2)表明,对于同样的压强变化,  $\alpha_T$  值越大的流体,体积变化率也越大,也就是说这时越容易压缩;而  $\alpha_T$  值越小的流体,则越不容易压缩。因此,  $\alpha_T$  值标志着流体的可压缩性的大小。

等温压缩系数  $\alpha_T$  的倒数为体积弹性模量  $E$ ,其表达式为

$$E = \frac{1}{\alpha_T} = -\nu \left( \frac{\partial p}{\partial \nu} \right)_T \quad (1.3.5)$$

式中,  $\nu$  为比热容。

表 1.1 给出了一些常见流体的等温压缩系数  $\alpha_T$  以及体积弹性模量  $E$  的值。

表 1.1 一些常见流体的  $\alpha_T$  与  $E$  值

流 体	$\alpha_T/(10^{-11}\text{m}^2/\text{N})$	$E/(10^9\text{N}/\text{m}^2)$
二氧化碳	64	1.56
酒精	110	0.909
甘油	21	4.762
水银	3.7	27.03
水	49	2.04

由表 1.1 中可以看到,对液体来讲其压缩性很小,而体积弹性模量很大。例如,当压强从 10kPa 增加到 10MPa 时,水的体积改变量还不到 5%;工程上常用的其他工作液体,如液压油、机械油等,其  $E$  值也都很大。因此在工程计算中液体常可以看做不可压缩流体,也就是说这时将液体的密度视为常数(即密度视为不变)。

气体的可压缩性要比液体大得多,因此在一般情况下必须考虑气体压缩性的影响。应当指出,气体在低速(通常小于 50m/s)流动并且压强变化不大时,通常可以忽略可压缩性的影响,按不可压缩性流体来处理,其结果对工程问题来讲也是足够精确的。

表 1.2 给出了一些液体的热膨胀系数。可见,液体的膨胀系数是很小的,因此工程上一般不考虑它们的膨胀性。而对气体,由完全气体的状态方程  $\frac{p}{\rho} = RT$  可得

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T} \quad (1.3.6)$$

对于气体来讲,当温度变化时,体积的增加率可由下式得到

$$\frac{dV}{V} = \beta dT = \frac{dT}{T}$$

式中,  $V$  代表体积;而在一个大气压下,当温度由 273K 增加到 373K 时水的体积仅增加 4.3%。显然,液体的热膨胀系数要比气体的小得多。

表 1.2 一些液体的热膨胀系数

液 体	温度/K	$\beta/10^3\text{K}^{-1}$
润滑油	300	0.7
乙二醇	300	0.65
甘油	300	0.48
氟利昂	300	2.75
水银	300	0.181
饱和水	300	0.276

### 1.3.2 黏性系数、热传导系数与质量扩散系数

流体的输运性质,主要是指它们的动量输运、能量输运和质量输运。从宏观上看,它们分别表现为黏滞现象、导热现象、扩散现象,并具有各自的宏观规律。以下主要讨论三个系数,即黏性系数、热传导系数与质量扩散系数。

#### 1. 黏性系数

任何流体都有黏性,不过有的大、有的小。空气和水的黏性都不大,它们与机械油相比小得

多。为了进一步说明黏性力的作用情况和黏性系数的定义,这里讨论一个黏性实验。假设有一股直匀气流沿平板板面流动,如图 1.2 所示。

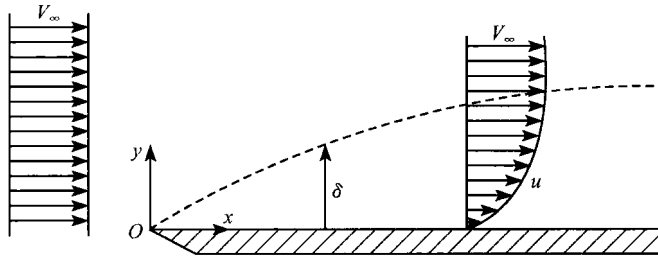


图 1.2 黏性流体流过物面时的速度分布

气流在没有流到平板以前,气流速度分布是均一的,其值为  $V_\infty$ ;在流过平板时,紧靠平板表面的那层气流就黏附在板面上,这时那里的气流速度降为零,称为无滑移。沿  $y$  方向随着逐渐远离平板,气流速度逐渐增大,直到在  $y$  方向离平板表面一定距离后,气流的速度才基本恢复到原来的来流值,因此沿  $y$  方向其速度剖面可用函数  $u=f(y)$  来描述(图 1.2)。引入摩擦应力  $\tau$  的概念,它代表单位面积上的摩擦力。Newton 通过实验与分析后于 1687 年指出,流体内部的摩擦应力  $\tau$  与速度梯度  $du/dy$  成正比,其比例系数  $\mu$  称为黏性系数(又称为动力黏性系数),这就是著名的一维黏性流动的 Newton 黏性定律<sup>[9,10]</sup>,其表达式为

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.3.7)$$

式中,  $\mu$  在国际单位制中的单位是  $\text{Pa} \cdot \text{s}$  或  $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ ,亦即  $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ;在 CGS 制中  $\mu$  的单位为  $\text{g}/(\text{cm} \cdot \text{s})$ ,又称泊,并且有  $1\text{Pa} \cdot \text{s}=10$  泊;在流体力学中,除了用  $\mu$  外还常用到运动黏性系数  $\nu$ ,其表达式为

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.3.8)$$

这里  $\nu$  的单位是  $\text{m}^2/\text{s}$ 。表 1.3 给出了一些流体的动力黏性系数与运动黏性系数。

表 1.3 一些流体的黏性系数

流 体	温度/K	动力黏性系数 $\mu/(\text{10}^7 \text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2)$	运动黏性系数 $\nu/(\text{10}^6 \text{m}^2/\text{s})$
空气	300	184.6	15.87
氮	300	101.5	14.7
二氧化碳	300	149	8.4
一氧化碳	300	175	15.6
氦	300	199	122
氢	300	89.6	111
氮	300	178.2	15.86
氧	300	207.2	16.14
水蒸气	400	134.4	24.25
润滑油	300	$48.6 \times 10^5$	550
乙二醇	300	$1.57 \times 10^5$	14.1
甘油	300	$79.9 \times 10^5$	634
氟利昂	300	$0.0254 \times 10^5$	0.195
水银	300	$0.1523 \times 10^5$	0.1125

## 2. 热传导系数

对单组元气体而言,热量传递有三种基本方式,即热传导、热对流与热辐射。对于多组元混合气体,传热除了热传导、对流和辐射之外,还有扩散传热。导热是一种与原子、分子及自由电子等微观粒子的无序随机运动相联系的物理过程。所有的物质,无论固相、液相、气相均具有一定的传导热量的能力,它是物质的一种固有属性。1822年,Fourier用最简单的热传导实验得到了Fourier定律,这个定律表明当气体中沿某一个方向存在温度梯度时,热量就会从高温度的地方传向低温度的地方;而且单位时间内所传递的热量与传热面积成正比,与沿热流方向的温度梯度成正比,即

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \mathbf{n} \quad (1.3.9)$$

式中, $\lambda$ 为热传导系数,其单位为kW/(m·K),即千瓦/(米·开);在通常温度范围内,空气的热传导系数 $\lambda$ 为 $2.47 \times 10^{-5}$  kW/(m·K); $\mathbf{q}$ 为热流矢量,它代表单位面积内通过垂直于 $\nabla T$ 方向上的单位面积所传递的热量; $\nabla T$ 为温度梯度;式(1.3.9)中的负号表示 $\mathbf{q}$ 传递的方向与温度梯度的方向相反。 $\mathbf{q}$ 的国际制单位为W/m<sup>2</sup>; $\mathbf{n}$ 为 $\nabla T$ 方向上的单位矢量,显然 $\frac{\partial T}{\partial n}$ 还有<sup>[11]</sup>

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \mathbf{n} \cdot \nabla T \quad (1.3.10)$$

表1.4列出了流体的热传导系数。

表 1.4 一些流体的热传导系数

流 体	温度/K	$\lambda$ /[kW/(m·K)]
空气	300	26.3
二氧化碳	300	16.55
氧	300	26.8
水蒸气	400	26.1
润滑油	300	145
甘油	300	286
水银	300	8540

## 3. 扩散系数

为了简单起见,这里假定组元*i*为均质介质,仅考虑组元*i*在组元*j*中的扩散,并认为扩散为各向同性。1855年Fick的实验结果表明有如下关系成立

$$\mathbf{J}_i \equiv \rho_i \mathbf{U}_i = -D_{ij} \nabla \rho_i = -\rho D_{ij} \nabla Y_i \quad (1.3.11)$$

式中, $\mathbf{J}_i$ 为扩散质量流矢量(如严谨一点写应为 $\mathbf{J}_{ij}$ ,通常可以省略下标*j*); $\rho$ 为混合气的密度, $\rho_i$ 为组元*i*的分密度; $Y_i$ 为质量比数(又称质量浓度)即 $Y_i = \rho_i / \rho$ ; $D_{ij}$ 为二组元扩散系数,它的单位是m<sup>2</sup>/s; $\mathbf{U}_i$ 为组元*i*的扩散速度,令 $\mathbf{V}_i$ 为组元*i*的运动速度, $\mathbf{V}$ 为混合气的运动速度,于是 $\mathbf{V}_i$ 、 $\mathbf{V}$ 与 $\mathbf{U}_i$ 满足如下关系

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{V} + \mathbf{U}_i \quad (1.3.12)$$

应该指出,式(1.3.11)所给出的质量输运表达式是仅考虑了组元质量浓度的梯度所带来的影响;如果还存在着压强梯度或温度梯度,则式(1.3.11)的等号右端还需要增加压强梯度或温度梯度所带来的影响项。

表 1.5 与表 1.6 分别给出了一些物质在空气中的扩散系数与在水中的扩散系数。

表 1.5 一些物质在空气中的扩散系数

溶质	溶剂	温度/K	$D_{ij}/(\text{m}^2/\text{s})$
水	空气	298	$0.26 \times 10^{-4}$
二氧化碳	空气	298	$0.16 \times 10^{-4}$
氧	空气	298	$0.21 \times 10^{-4}$
丙酮	空气	273	$0.11 \times 10^{-4}$
苯	空气	298	$0.88 \times 10^{-5}$
萘	空气	300	$0.62 \times 10^{-5}$

表 1.6 一些物质在水中的扩散系数

溶质	溶剂	温度/K	$D_{ij}/(\text{m}^2/\text{s})$
食盐	水	288	$1.1 \times 10^{-9}$
葡萄糖	水	298	$0.69 \times 10^{-9}$
酒精	水	298	$0.12 \times 10^{-8}$
甘油	水	298	$0.94 \times 10^{-9}$

从上面三个方面的讨论可以清楚地看出,流体的动量、热量与质量三种输运性质有相似之处,从微观上看都是通过了分子的热运动及分子的相互碰撞,输运了它们原先所在区域的宏观性质,从而使原先区域的状态不平衡渐渐趋向状态平衡。以一维为例,上述这三个方面在宏观上也具有类似的表达式,即

$$\text{黏性(Newton 定律)} \quad \tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.3.13a)$$

$$\text{热传导(Fourier 定律)} \quad q = -\lambda \frac{dT}{dy} \quad (1.3.13b)$$

$$\text{扩散(Fick 定律)} \quad J_{ij} = -D_{ij} \frac{d\rho_i}{dy} \quad (1.3.13c)$$

上述三种输运过程的一个重要的共同点是,三个输运过程均为不可逆过程。这些分子所显示的输运现象在层流流动中往往作用明显;而当流动为湍流流动时,由于湍流输运远远较分子输运强烈,所以对湍流流动来讲分子输运的作用常常可以被省略。

## 1.4 作用在流体微团上的体积力与表面力

### 1.4.1 作用在流体微团上的体积力

作用于流体上的外力通常可分为两类:一类是表面力,一类是体积力(又称为质量力或彻体力)。在地球引力场中,取体积为  $d\Omega$  的流体微团,令其所受引力为  $dG$ ,于是表达式为

$$dG = \rho g d\Omega \quad (1.4.1)$$

式中,  $g$  是重力加速度。又如飞行器在外层大气里飞行,气体分子处于离子状态,设所带的电荷密度为  $\rho_e$ ,这种带电的气体在电磁场中运动当然会受到一个电磁力,这个力也是一种彻体力,其表达式为

$$f_e = \rho_e [E + \mu(V \times H)] = \rho_e (E + V \times B) \quad (1.4.2)$$

式中,  $E$  与  $H$  分别为电场强度与磁场强度;  $B$  为磁感强度;  $\mu$  为磁导率;  $V$  为流体的速度。

又如在叶轮机机械气体动力学中,常选取固连于动轮并以常角速度  $\omega$  绕叶轮机转动轴旋转



的坐标系,即相对坐标系,它是一个非惯性坐标系。令  $\mathbf{V}$  与  $\mathbf{W}$  分别表示气体的绝对速度与相对速度,  $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  为圆周速度,并且有

$$\mathbf{V} = \mathbf{W} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (1.4.3)$$

$$\frac{d_a \mathbf{V}}{dt} = \frac{d_R \mathbf{W}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{W} \quad (1.4.4)$$

式中,  $\frac{d_a \mathbf{V}}{dt}$  与  $\frac{d_R \mathbf{W}}{dt}$  分别定义为绝对加速度与相对加速度,其表达式为<sup>[12]</sup>

$$\frac{d_a \mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial_a \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla_a \mathbf{V} \quad (1.4.5)$$

$$\frac{d_R \mathbf{W}}{dt} = \frac{\partial_R \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{W} \cdot \nabla_R \mathbf{W} \quad (1.4.6)$$

显然,式(1.4.4)等号右端的两项为惯性力,一项为离心力,另一项为 Coriolis 力,它们也属于体积力的一类。

#### 1.4.2 流场中任一点的应力 $\mathbf{P}_n$ 与应力张量 $\boldsymbol{\pi}$

今考察一面积元  $\Delta S$ ,取表面  $S$  的外法向单位矢量为  $\mathbf{n}$ ,设某时刻作用于  $\Delta S$  上的表面力为  $\Delta \mathbf{P}$ ,于是当面积元  $\Delta S$  缩小到一点  $A$  时其  $\frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta S}$  值,即

$$\mathbf{P}_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta S} \quad (1.4.7)$$

便表示以  $\mathbf{n}$  为法向的单位面积上的表面力(即应力)。如果令  $\mathbf{n}$  的方向余弦为  $n_x, n_y, n_z$ ,于是有

$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k} \quad (1.4.8)$$

显然,  $\mathbf{P}_n$  是空间点、时间以及  $\mathbf{n}$  的函数,即

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{P}_n(x, y, z, t, \mathbf{n}) \quad (1.4.9)$$

特别指出的是,在通常情况下这里矢量  $\mathbf{P}_n$  与  $\mathbf{n}$  的方向并不一致,只有当与  $\mathbf{n}$  相垂直的面元上的切应力为零时,这时应力  $\mathbf{P}_n$  才与  $\mathbf{n}$  方向相同。另外,由工程力学课程知道,在连续介质中任意一点的应力张量是一个二阶张量,于是流场中点  $A$  处的应力张量  $\boldsymbol{\pi}$  可写为

$$\boldsymbol{\pi} = \pi_{ij} \mathbf{e}^i \mathbf{e}^j = \pi^{ij} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j \quad (1.4.10)$$

式中,  $\pi_{ij}$  与  $\pi^{ij}$  为关于  $\boldsymbol{\pi}$  的协变分量与逆变分量;而  $\mathbf{e}^i$  与  $\mathbf{e}_i$  分别表示逆变基矢量与协变基矢量。如果取 Cartesian 直角坐标系,则去掉并矢基底后张量  $\boldsymbol{\pi}$  便可以用如下矩阵表示出

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} \end{bmatrix} \quad (1.4.11)$$

这里下标 1、2、3 分别代表  $x, y, z$ 。容易证明,对于点  $A$  处的应力张量  $\boldsymbol{\pi}$ ,与在点  $A$  处所选取的方向  $\mathbf{n}$  以及与  $\mathbf{n}$  相对应的应力  $\mathbf{P}_n$  之间有如下关系

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\pi} \quad (1.4.12)$$

这里  $\mathbf{P}_n$  为一阶矢量;应力张量  $\boldsymbol{\pi}$  为二阶对称张量,因此它只有 6 个独立的分量。

## 1.5 牛顿流体、非牛顿流体以及本构方程

### 1.5.1 牛顿型流体及其本构方程

令  $\boldsymbol{\tau}$  为黏性应力张量,  $\boldsymbol{\pi}$  为应力张量,  $\mathbf{D}$  为变形速率张量。如果流体的  $\boldsymbol{\tau}$  与  $\mathbf{D}$  间具有线性各