

ZHONGGUOLISHIZHISHIQUANSHU

辉煌科技

中国历史知识全书

中国古代数学



北京科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

中国古代数学/赵籍丰编著. —北京:北京科学技术出版社,2009.4 重印
(中国历史知识全书)

ISBN 978-7-5304-1673-0

I. 中 II. 赵… III. 古典科学-中国 IV. 0112

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 11773 号

作 者:赵籍丰

责任编辑:吴 建

责任印制:臧桂芬

封面设计:永铭记

版式设计:金诚电脑制作公司

图文制作:金诚电脑制作公司

出 版 人:张敬德

出版发行:北京科学技术出版社

社 址:北京西直门大街 16 号

邮政编码:100035

电话传真:0086-10-66161951(总编室)

0086-10-66113227(发行部) 0086-10-66161952(发行部传真)

电子信箱:postmaster@bjpress.com

网 址:www.bjpress.com

经 销:新华书店

印 刷:三河市德辉印务有限公司

开 本:850mm×1168mm 1/32

字 数:86 千字

印 张:4.75

印 次:2009 年 4 月印刷

印 数:5000 册

ISBN 978-7-5304-1673-0/K·049

定 价:17.80 元



京科版图书,版权所有、侵权必究。

京科版图书、印装错误、负责退换。

目 录

一、中国数学发展概述	(1)
二、算术	(7)
1. 从结绳记事到十进制	(7)
2. 神秘的“八卦”和二进制	(10)
3. 河图、洛书与幻方	(13)
4. 分数、小数和负数	(16)
5. 比例问题和盈不足术	(21)
6. 计算工具：从算筹到算盘	(24)
三、几何	(28)
1. 墨经中的几何学	(28)
2. 勾股术	(29)
3. 相似三角形与测量	(33)
4. 圆周率 π 的计算	(38)
5. 平面图形的面积计算	(42)
6. 立体图形体积的计算	(44)
7. 圆的弧、矢、弦、径与面积计算	(49)
8. 三角学	(53)
四、代数学	(56)
1. 古代的“方程”和“方程术”	(56)
2. 高次方程与开方术	(61)
3. 天元术和四元术	(68)
4. 不定方程与一次同余式	(81)

5. 杨辉三角	(88)
6. 数列	(89)
五、微积分思想的萌芽及西方数学的传人	(94)
六、中国古算家要述	(97)
商高	(97)
赵爽	(98)
刘徽	(99)
祖冲之和他的儿子祖暅	(100)
王孝通	(101)
贾宪	(103)
沈括	(103)
李冶	(104)
杨辉	(105)
秦九韶	(107)
朱世杰	(108)
七、汇刊“算经十书”的经过	(110)
八、“算经十书”简介	(112)
《周髀算经》	(112)
《九章算术》与《海岛算经》	(113)
《孙子算经》	(114)
《张邱建算经》	(115)
《五曹算经》	(116)
《五经算术》	(117)
《缉古算经》	(117)
《数术记遗》	(118)
《夏侯阳算经》	(118)
参考书目	(120)



一、中国数学发展概述

我们的祖国具有悠久而辉煌的历史,在科学领域里对人类做出了极其重要的贡献。在我国科学技术史中,数学更是一颗璀璨的明珠。

在此,先对中国数学发展史按照年代顺序做一个简要追溯。

上古

据《易·系辞》记载:“上古结绳而治,后世圣人,易之从书契。”由此可见约公元前4000年以前的上古时期,我们的祖先便以结绳记事,当然也会以结绳记数。后来人们又学会用刻符号表示数字。在今西安半坡出土的约公元前4000多年的陶器上,就有数字刻符。

约公元前2600年到公元前2300多年的黄帝时代,人们已用规、矩、准、绳作为几何工具。见尸佼《尸子》:“古者垂为规、矩、准、绳,使天下放焉。”

约公元前1400年殷商时期甲骨文卜辞中,已有十进数字的记录,其中最大的数字为三万。据考证,十进位制和位值制,很早就在我国使用,这对世界数学发展是一个伟大贡献。

春秋战国

约公元前400年,我国墨子学派的著作《墨经》中出现了许多几何命题,它记载了中国最古老的几何知识。

早在商周时期我国已掌握了自然数四则运算。在春秋战国时期的著作《荀子》、《管子》、《法经》中都有记载。约公元前

300年算筹成为古代中国的计算工具,利用算筹进行计算是当时的计算方法。

《庄子·天下篇》称:“一尺之棰,日取其半,万世不竭”,这说明庄周时代已有了极限的思想。

《考工记》中记载了分数的简单运算法及特殊角度的概念和名称。

《史记》记载了齐威王与田忌赛马的故事,这被认为是对策论在中国的最早例证。

西汉

约公元前100年,《周髀算经》成书。作者姓名不详。这是一部天文与数学的著作。书中记载有:勾股定理、测日径、用矩之道、日高术、简单的等差级数及繁杂的分数运算。这是现存的中国最早的天文学数学著作。

约公元50年东汉时期,《九章算术》成书,作者不详。这本书是中国流传至今最古老的一部数学专著。全书共有246道与生产实践有关的数学问题。全书分为“方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股”九章。这本书比起《周髀算经》来,反映出更为进步的数学知识水平,是中国数学史中影响最大的一部数学著作。特别是在分数四则运算、解线性方程组、正负数运算、几何图形的求积问题等方面在当时居世界领先的地位。

三国

约公元220—265年,赵爽注《周髀算经》,其中《勾股圆方图注》论证了勾股形三边关系的21条命题及定理。在《日高图注》中用面积证明了日高术。

公元263年,刘徽注解《九章算术》。由注文可以看出,刘徽在数学理论上有许多建树和发现。例如刘徽在注中扩充了数系,建立了数的运算理论和相似勾股形理论,发展了勾股测量术,利用极限思想创造了“割圆术”,还使用了“出入相补原理”



等。刘徽的数学思想达到当时的顶峰。后来刘徽还推广了日高术,撰写了《海岛算经》一书。

约公元400年,《孙子算经》成书,全书共分三卷,作者不详。其下卷“物不知数”题被人们称之为“孙子剩余定理”,是世界上最早有关数论中一次同余式组的例题。

约公元466—485年,《张邱建算经》成书,全书共三卷。张邱建在书中提出了一个不定方程问题——世界数学史上有名的“百鸡问题”。

南北朝

约公元463年,祖冲之求得圆周率 π 的近似值 $3.1415926 < \pi < 3.1415927$,为 π 在小数点后6位准确数字。祖冲之著有《缀术》一书,可惜此书在北宋年间失传。

祖冲之的儿子祖暅在求球体积时,在刘徽《九章算术注》牟合方盖问题的基础上,概括出著名的祖暅原理:“缘幂势既同,则积不容异。”

隋

公元600年,刘焯在他的《皇极历》中采用了等间距二次内插法计算日、月的位置。刘焯是世界上最早提出等间距二次内插法的数学家。

唐

公元620—700年,王孝通《辑古算经》成书,书中根据大规模土木工程建立了三、四次方程,并推出求正根的解法。

唐初国子监规定“十部算经”为教科书,这十部算经为:《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《五曹算经》、《张邱建算经》、《夏侯阳算经》、《周髀算经》、《五经算术》、《缀术》、《辑古算经》。李淳风为十部算经做了注释。他是中国历史上最伟大的数学著作的注释家。

公元727年,张遂(法号一行)编成《大衍历》,书中不仅使

用了等间距二次内插法,而且创造性地使用了不等间距二次内插法,还涉及到了三次内插法。

宋

宋元时代我国古代数学可以说发展到了顶峰。

公元1000—1019年,北宋刘益著《议古根源》,提出了“正负开方术”。

约公元1050年,北宋贾宪著《算法斠古集》(斠=学,学习古算的文集)、《黄帝九章算法细草》二书,书中提出了“立成释锁平方法”、“增乘开平方法”、“立成释锁立方法”、“增乘开立方方法”及“开方作法本源”图,它是组合数学的早期记载,揭示了二项式高次幂展开式各项系数遵循的规律。

公元1086—1093年,北宋沈括先后撰写《梦溪笔谈》、《梦溪补笔谈》及《梦溪续笔谈》等书。书中提出了“隙积术”、“会圆术”和“棋局都数术”;还提出一些具有运筹学思想的实例。“隙积术”实际上开创了中国高阶等差级数的研究。“会圆术”给出了第一个求弧长的近似公式。

公元1247年,南宋秦九韶著《数书九章》,其中给出一次同余式组的正确解法,并推广增乘开方法可以解任意次数字方程的近似根。他还发明了“三斜求积术”,即利用三角形三边求三角形的面积。

公元1248年—1259年,李冶著《测圆海镜》系统而完整地论述了天元术。他所论述的天元术是现今一元高次方程的解法。他在10年后又完成了另一数学著作《益古演段》,进一步论述了64个数学问题。

公元1261年,南宋杨辉编著《详解九章算法》,其中选取《九章算术》80题进行详解。杨辉对秦九韶、李冶的著作做出重要补充。他保存、引用和发展了贾宪的“开方作法本源”图,所以后人称之为“杨辉三角”。杨辉还用垛积术求出高阶等差级



数之和。杨辉创“纵横图”之名,并略述了某些纵横图的构造方法。公元1262年后,杨辉还相继完成了多部著作。

元

公元1280年,王恂与郭守敬合编《授时历》,书中广泛地应用了三次内插法。郭守敬提出了“弧矢矢割圆术”几何证法,相当于现代球面三角学的两个公式。

公元1299年,朱世杰编数学入门书《算学启蒙》。1303年他的另一数学著作《四元玉鉴》完成。他把天元术推广发展为四元术。书中还论及垛积术与四次内插法,这四次内插法相当于牛顿1676年的内插法。

约公元1350年,珠算已开始广泛地流行,并逐渐代替了筹算。

明清

明清时期中国数学发展缓慢,这时西方数学渐渐传入,中西数学融合。

公元1592年,明程大位著《直指算法统宗》十七卷,此书流传最广,影响极大。这是一部用珠算盘为计算工具的应用数学算书。

公元1607年,明徐光启与意大利传教士利玛窦合译欧几里得《几何原本》前六卷。后又合译《测量法义》。徐光启还自编《测量异同》及《勾股义》。公元1631年徐光启又与其他人合撰《大测》、《测量全义》等,收入《崇祯历书》。这些书的主要内容是关于平面三角和球面三角的。

清康熙年间梅文鼎撰写数学著作近20种,他以毕生精力研究天文学和数学。他将中西数学融会贯通,对清代数学产生积极影响。

公元1721年,在清康熙帝的支持下,完成了《历象考成》四十二卷,《律吕正义》五卷,《数理精蕴》五十三卷,合称《律历渊

源》。其中《数理精蕴》是由梅文鼎之孙梅穀成等编撰,书中内容丰富,可算是当时一部齐全的数学百科全书。

公元1856年,清李善兰与伟烈亚力先后合译《几何原本》后九卷、《代数学》、《代微积拾级》,至此欧几里得《几何原本》全部传入中国。而西方的代数学、解析几何学、微积分学也第一次系统地传入中国。



二、算 术

1. 从结绳记事到十进进

人类在远古时代,没有文字,这一时期发生的事都是由口头流传下来的。于是就有了许多古老美好的传说。对于数学的起源,中国许多古籍都有这样的记载,说数是黄帝时一个叫隶首的人创造的。隶首何许人也?谁也不知道。其实古代伟大的创造发明大多是群众智慧的结晶,是千百年间逐渐积累、改进而成的。当后人追根溯源时便有人虚拟出一个被神化的人来,隶首造数也是如此。

大约在 25 万年前,各地聚居的人,还没有成熟的语言,更谈不到数。游猎的部落对于储存的猎获物或采集物,要心中有数。如何记住这数呢?我国古代有结绳记事之说,自然也会结绳记数。相传是伏羲创造了“结绳记事”。伏羲也是神话传说中的人物。后人是这样描述结绳记事的:“事大大其绳,事小小其绳,结之多少,随物众寡”,意思是说,记大事用粗绳,记小事用细绳,打多少个结,是根据物件多少而定。比如,猎得一个野兽便在一条绳上打个结,用结的多少表示猎获物的多少。

当时部落与部落之间也需要交换,若想拿自己的一只鹿换人家三个石镞,便用一个手指头指指自己的鹿,再用三个手指头指指对方的石镞。这就是我们祖先懂得的仅有的数学。在漫长

的远古时代,人们把三个以上的东西统称为大堆。

假若他们要到远处去围猎,而过些天后还要回来,那就要记天数。天数不像石鏢或鹿可以摆成一排然后对着它们打结,于是他们便带上一片木板或木棒,每过一天就在上边凿一个刻痕,也可以在一块石头或一棵树上刻道道,一个刻痕代表一事物,这就是数字的起源。现在汉字的一、二、三就是刻道记数遗留下来的痕迹。北京周口店“山顶洞人”故居出土的骨管镂孔,西安半坡遗址出土的陶器上的刻符中,有不少是数字。我们的祖先在长期的劳动中,慢慢把事物的数量与自然数之间一一对应起来,逐渐摆脱具体的东西而提炼出数目这个概念。西安半坡出土的一种彩陶钵(大约6千年前)上斜画着一组组的直线,每一组都是7条,这不可能是盲目画的,可见当时人们已有数“七”的概念了。

在公元前14世纪殷代甲骨文上以及周代青铜器铭文中已有数字写法和十进制法的记录。在商代甲骨文记数的文字中,自然数都用十进位制,其中一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万各有专名,用十三个单字表示,下边是甲骨文中的十三个记数单字:

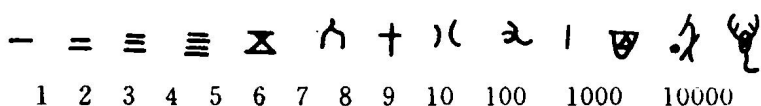


图2-1

我国很早就应用十进位法和位值制。什么是“十进位值制”记数法呢?“十进制”就是每数满十就换一个高级单位。“位值制”就是在不同的位置上安排不同级的数。例如12、27、234,这三个数中的2分别代表二、二十、二百。同一个符号“2”在不同位置上表示不同的数。现在人们都习惯使用十进位值



制,觉得这很简单,但在发明之初却不然。我们以 375 这个数字为例,对比中国殷代和古埃及的写法:

中国殷代写法: 

(3 7 5)

古埃及写法: 

图 2-2

以上可以看出,我们祖先的记数法比古埃及的要优越、先进得多,因为它不但是十进位而且按位值分别表示不同的单位。在西方,不论是数的读法或是记法,都相当复杂。例如古希腊就是用 27 个希腊字母相互配合,才能表示 1000 以内的数字。

不过,我们祖先的计算并不是用这些记数的文字来进行,而是用“算筹”作工具。什么是“算筹”呢?就是一些长短粗细一样的小棍,大多是用竹子、木、骨、铜、铁等材料制作。自西周直至宋、元,在长达 2 千年历史时期内,“算筹”是我国社会各行各业通用的算具。到汉代时“算筹”已很流行,一些知识分子经常把“算筹”带在身上。我国古代怎样用算筹记数呢?《孙子算经》、《夏侯阳算经》编有押韵的口诀:“凡算之法,先识其位,一纵十横,百立千僵,千十相望,万百相当。”“满六以上,五在上方,六不积算,五不单张。”记五或小于五的数,几根算筹就表示几,记六、七、八、九用一根横置的筹以一当五,放在上面。算筹表示多位数则有纵横两式。纵横式摆法如下;

摆多位数时,个位用纵式,十位用横式,百位再用纵式,千位再用横式……这样纵横相间,依次类推,遇到零时就不放算筹留个空位。这样用算筹纵横布置。就可以表示出任何一个自然数。例 1793 可以摆成一    。算筹在我国使用了二千多年,直到 15 世纪算盘推广后,才逐渐退出历史的舞台。



图 2-3

中国算术四则运算在春秋战国时代就已确立。用“算筹”作为运算工具,称为“筹算”。在加减法基础上,我国很早就有了乘法,因为乘法运算的大量反复使用,乘法口诀形成,但在早期的文献中没有保存完整的乘法表,只有零星的记载。例如在《管子》(春秋时代)中有“七八五十六”、“七七四十九”、“六六三十六”等等,古代乘法表与现代不同的是从“九九八十一”开始到“二二如四”止,因此称它为“九九表”。

2. 神秘的“八卦”和二进制

人类采用的记数法中,不仅有十进位制,还有五进位制、八进位制、六十进位制等等。其中最低的进位制是二进制制。

在二进制制中,只有0和1两个符号。0代表零,1代表一,二就没有数码代表了,要向左进一位,这样“逢二进一”就可以用0和1两个数码来表示一切自然数。下面给出一个二进制和十进制的对照表:

十进制	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
二进制	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	...

现在的计算机都采用二进制的数字线路。因为数字0、1用电路中的“开”和“关”很容易表示出来。二进制究竟是谁发明的呢?在西方一直认为是17世纪德国数学家莱布尼兹(Leibniz 1646—1716)首先发明的。然而,据说在1701年莱布尼兹见到



中国的“八卦”图后,感到非常惊奇,自认为重新发现了中国古代计算上的秘密。他从中得到宝贵的启示,领悟出文明世界最早的系统的二进制制数学。

中国的八卦最早的文字记载见于《周易》:是故《易》有太极,是生两仪,两仪生四象,四象生八卦。实际上这种分割还包含着辩证法的萌芽。八卦中创立了记数的两种基本符号:阳爻(yáo)“—”和阴爻“--”,这两种爻合称“两仪”,每次取两个,共有四种不同的排列,叫做四象:

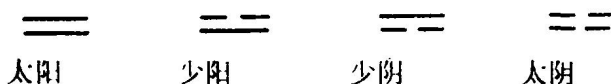


图 2-4

每次取三个,共有八种不同的排列法,对这八个符号分别规定了名称,称之为“八卦”:

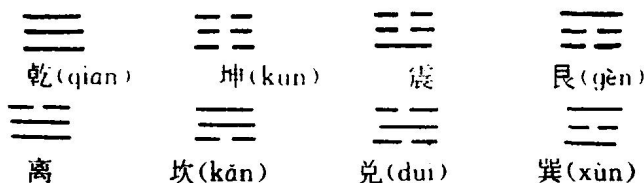


图 2-5

这八个符号常用来代表八种不同的事物,依次为天、地、雷、山、火、水、泽、风、八种自然物,或四方四隅八个方位。在寺庙中或戏剧古装的云冠道袍上能见到一种“八卦太极图”,如图:

图形的中圆叫做“太极”,黑白部分鱼形称为“两仪”,正八边形的各边三迭线段是“八卦”,其中上、下、左、右四卦(乾、坤、离、坎)的内层两迭线段为四象。

如果把阳爻“—”当做数码 1,阴爻“--”当做数码 0,并



图 2-6 八卦

且自下而上把它看作第一位、第二位和第三位上的数字,我们就可以把“八卦”的八个符号看作以下的二进位数:

如果每次取 6 个爻,可得 2^6 即 64 种不同的排列,叫做 64 卦,而 64 卦对应的二进数则相当于十进数中 0 到 63 这 64 个数。

由此可见我国古老的“八卦”中还蕴含有二进制数学思想的萌芽。

卦名	坤	震	坎	兑	艮	离	巽	乾
符号	000	001	010	011	100	101	110	111
二进位 记法								
十进位	0	1	2	3	4	5	6	7
记法								

图 2-7

我们现代人的“正”和“负”概念恰恰相当于“八卦”中的“两仪”,平面直角坐标系的四个象限正好相当于“八卦”中的“四象”,如图各象限的正负符号规则与“四象”也完全符合。平面直角坐标的“象限”之称就来自八卦的“四象”。用八卦中的上、中、下爻表示三维空间直角坐标的 x 、 y 、 z 则同样符合八个卦限的正负要求。

古老的八卦中包含着丰富的数学原理。

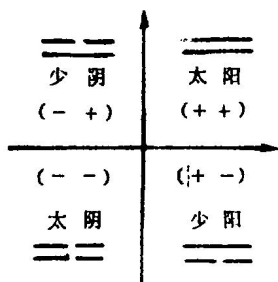


图 2-8 符号规则

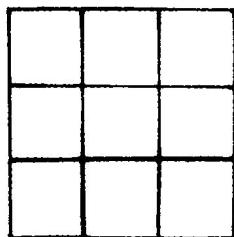


图 2-9

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 2-10 三阶幻方

3. 河图、洛书与幻方

在小学生们的智力游戏中常常见到像下面这样的题：

试将 1、2、3…9 分别填入左面方阵的九个方格中，使每一行，每一列及对角线上的三个数的和都相等。

首先我们来计算每一行里三个数的和，因为这九个数的和 $1+2+3+\cdots+9=45$ ，故每一行三个数的和为 15，不难发现中间一个方格的数字很特殊，确定它为 5 后，两端的数有四对，1 和 9、2 和 8、3 和 7、4 和 6。试着可以填出方阵如图 2-10。

当然这样的方阵不只一个。像这种三行三列的方阵叫做三阶幻方。我国古代流传的洛书就是最早出现的三阶幻方。《易》书中有“河出图，洛出书，圣人则之”的话，意思是说黄河里出现一幅图，洛水里出现一幅画。传说就在大禹治水成功的那一天，黄河里跳出一匹“龙马”，洛水里爬出一只神龟，各自背着一幅图画，这两幅图画的出现象征着吉祥的开始，就是所谓的“龟马呈祥”，同时这两图的出现也意味着数理活动的开始，从直观的计数进入数的演算。

神话里的“河图”、“洛书”如图所示：

两幅图中用白点表示奇数，黑点表示偶数。河图是用 1 至