

全国优秀畅销书（文教类）

# 小学数学 奥林匹克 训练指导

第4版  
(五年级)



顾汝佐 顾问

周鸿兴 俞仁杰 主编

上海科学普及出版社

全国优秀畅销书(文教类)

ISBN 978-7-5321-4238-1

# 小学数学奥林匹克训练指导

(五年级) 中华书局编印

第4版

顾汝佐 顾问

周鸿兴 编

俞仁杰



有兴趣 才有趣

上海科学普及出版社

(类英文) 中国科学院全

### 图书在版编目(CIP)数据

小学数学奥林匹克训练指导·五年级/周鸿兴,俞仁杰主编·一上海:上海科学普及出版社,2011.7  
ISBN 978-7-5427-4962-8

I. ①小… II. ①周… ②俞… III. ①小学数学课—教学参考资料 IV. ①G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 090916 号

策 划 郭子安  
责任编辑 郭子安

### 小学数学奥林匹克训练指导

(五年级)

第 4 版

顾汝佐 顾问

周鸿兴 主编  
俞仁杰

上海科学普及出版社出版发行

(上海中山北路 832 号 邮政编码 200070)

<http://www.pspsh.com>

各地新华书店经销 常熟市新骅印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 13.5 字数 320000

2011 年 7 月第 4 版 2011 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5427-4962-8 定价: 18.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题  
请向出版社联系调换

## 内 容 提 要

本丛书是为数学爱好者所编写，并按数学分类方法从三年级至六年级分为四册。每一册的内容由浅入深，语言通俗易懂，对于比较难理解的内容，配以图表说明。其特点是每章节前均有知识点导读，对新的定理与知识都给予详细介绍，并有例题剖析，能尽快了解新的知识点。书中的习题，从易到难，有利于培养学生学习数学的兴趣和自信心，书后附有解答提示和参考答案，所以本书可以作为数学爱好者的自学用书。

本册为小学五年级用书，主要讲述的内容是：速算与巧算、数的整除、奇数与偶数、质数、合数、分解质因数、最大公约数和最小公倍数、同余问题、几何图形、排列与组合、数字问题、数列问题、抽屉原理、行程问题、逻辑推理、统筹规划等问题。最后还有综合训练及自测题，以及竞赛试卷汇编，可供读者进行自我考查。



*Round and round  
the rugged rocks  
the ragged rascal ran.*

## 努力训练终有收获

# 小学数学奥林匹克训练指导

(五年级) 内

## 编委会名单

顾 问：顾汝佐

主 编：周鸿兴

本书主编：陆耀君

审 核：郭妙蓉

编 委：张若雪

张 诚

郭妙蓉

俞仁杰

陈国虞

夏剑明

蕙 兰

俞仁杰

王臻珺

章芳瑾

邱咏梅

柴常龙

章芳瑾

陆耀君

蔡莉华

赵伟然

包 靓

蕙 兰

张蓓君

周鸿兴

王臻珺

贾迪新

邱应芳



Which watch would you wear?  
Answer: I would wear number \_\_\_\_\_

答案请在本书内寻找



## 序

### ——向小读者说几句话

小读者们，你们一定很喜欢数学吧！可是你们不一定知道学习数学对自己的一生有多大作用。也许你们会说数学的用途很广泛，能够帮助人们解决生活、工作中的实际问题，又是学习科学技术必要的基础知识。这当然是对的，但是还不是最主要的作用。学习数学对人的一生最重要的作用是学会科学的思考方法，使自己的头脑更聪明，智力更高。尤其是 21 世纪，整个世界是一个智力竞争的时代，谁的智慧高，创造发明多，谁就能取得优胜。哲人说：“数学是思维的体操。”你们可知道，人的大脑是十分神奇的，大约有 1000 亿个活动的神经细胞，平常人只用了其中很少一部分，还有大量的神经细胞没有被开发利用，这说明我们的思维能力还有很大的潜在力。这种潜在力如果不开发利用它，久而久之就会逐渐地退化，而有针对性地对大脑进行训练，则有可能挖掘出那无与伦比的潜在力，俗话说“脑子越动越灵”就是这个道理。

你们在学校数学课学习数学知识和技能，是学会科学思考方法的重要途径，一定要认真学好。只是学校的数学课程是面向全民族的义务教育，仅仅是数学中最基础的部分，对于学有余力的学生，或者从小爱好数学的学生，难以满足自己学习的需求，总希望多学一点，学好一点。新修订的《小学数学奥林匹克训练指导》丛书，就是为学有余力的数学爱好者所编著，它完全能够满足你们智力快速发展的需求。

这一套丛书原按数学分类方法从三年级至六年级分为四册，现应读者一再要求，增加小学一、二年级两册，作为思维训练和奥数的启蒙教育。本丛书每一册的内容由浅入深，语言通俗易懂，对于比较难理解的内容，配以图表说明，的确是一套图文并茂的好材料。其编写的特点是每章节前均有知识点导读，对新的定理与知识都给予详细介绍，并有大量的例题分析，通过对例题的剖析，能尽快了解新的知识点。书中配置了适量的习题，内容从易到难、逐步深入，有利于培养学生学习数学的兴趣和自信心，书后附有解答提示和参考答案。你们可以将学到的思考方法，独立进行操作训练。只要认真踏实地坚持学习，一定会有所收益。

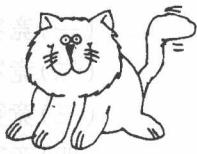
小读者们，你们学习这套丛书的内容，目的是学会科学的思考方法，而不是仅仅为了数学竞赛。各种数学竞赛只是为了培养竞争意识和衡量自己的思考能力，以及锻炼自己的意志和毅力。通过数学竞赛，自己评价自己的数学素养，既要看到自己的成绩而感到高兴，又要找到自己的不足之处，吸取教训，努力进取。

最后，还要提醒小读者们，要科学合理地支配学习时间，切忌废寝忘食。要德、智、体全面发展，而且是持续地全面发展，才能把自己锻炼成高素质的公民。

本丛书自出版以来，得到了广大读者的欢迎，并有不少学校及数学课外活动小组选用作为思维训练指导用书，在全国广大读者的支持下，本丛书被评为全国优秀畅销书。现在，我们对本丛书进行修订，调整了部分题目，修正了失误之处，并增补了一些最新的试题，以适应形势的发展。希望本丛书能得到广大读者的支持和帮助，希望关心我们的读者能提宝贵的意见和建议。

教育部小学数学教材审查委员  
特级教师 顾汝佐

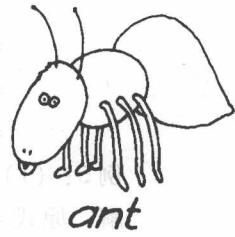




## 目 录

一、速算与巧算	1
二、数的整除	7
三、奇数与偶数	14
四、质数、合数、分解质因数	20
五、最大公约数和最小公倍数	25
六、同余问题	31
七、几何图形	37
(一) 几何图形(1)	37
(二) 几何图形(2)	44
八、排列与组合	52
(一) 排列	52
(二) 组合	58
(三) 排列组合的综合运用	63
九、数字问题	69
十、数列问题	74
十一、抽屉原理	83
(一) 抽屉原理(1)	83
(二) 抽屉原理(2)	88
十二、行程问题	93
(一) 行程问题(1)	93
(二) 行程问题(2)	100
十三、逻辑推理	108
十四、统筹规划	115
十五、杂题	123
十六、综合训练	128
(一) 综合训练(1)	128
(二) 综合训练(2)	130
十七、自测试题	133
(一) 自测试题(1)	133
(二) 自测试题(2)	135

十八、竞赛试卷	138
(一)竞赛试卷(1)	138
(二)竞赛试卷(2)	140
(三)竞赛试卷(3)	143
(四)竞赛试卷(4)	147
答案与提示	150
练习一	150
练习二	151
练习三	153
练习四	155
练习五	156
练习六	158
练习七(1)	160
练习七(2)	162
练习八(1)	164
练习八(2)	166
练习八(3)	168
练习九	170
练习十	172
练习十一(1)	175
练习十一(2)	176
练习十二(1)	179
练习十二(2)	180
练习十三	184
练习十四	186
练习十五	189
综合训练(1)	191
综合训练(2)	192
自测试题(1)	194
自测试题(2)	195
竞赛试卷(1)	197
竞赛试卷(2)	199
竞赛试卷(3)	201
竞赛试卷(4)	204



## 一、速算与巧算

数的加、减、乘、除运算,有时可利用运算定律、性质以及和、差、积、商的变化规律以及公式等,把常规计算转化为较简便、迅速的计算,有时也可根据数的本身的特点,采用一些技巧,将一些计算量大、较复杂的问题,转化为简单易算的问题。

**例 1:** 计算:  $99 + 198 + 297 + 396 + 495 + 594 + 693 + 792 + 891 + 990$

**分析:** 本题数据有这样的特点,从首项开始分别是 99 的 1 倍、2 倍、3 倍……10 倍。我们可把每项都改写成 99 乘以几的形式,然后利用乘法分配律进行简算。

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 99 \times 1 + 99 \times 2 + 99 \times 3 + 99 \times 4 + \cdots + 99 \times 10 \\ &= 99 \times (1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 10) \\ &= 99 \times 55 \\ &= 5445\end{aligned}$$

**例 2:** 计算:  $(2000 - 1) + (1999 - 2) + (1998 - 3) + \cdots + (1002 - 999) + (1001 - 1000)$

**分析:** 通过整理题中数据不难发现,题中共有 1000 个差从 1999 开始逐个减少 2,形成了一个首项为 1999,末项为 1,项数为 1000,公差为 2 的等差数列。这样,便可运用等差数列求和公式进行计算,因为题中从 1 到 1999 正好是 1000 个连续的奇数,所以可直接用  $1000 \times 1000$  求得。

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 1999 + 1997 + 1995 + \cdots + 3 + 1 \\ &= 1000 \times 1000 \\ &= 1000000\end{aligned}$$

**例 3:** 计算:  $1998 \times 19991999 - 1999 \times 19981998$

**分析:** 仔细观察每一个数,寻找它们的特点,如 19991999 可分解成  $1999 \times 10001$ ,而 19981998 也可分解成  $1998 \times 10001$ 。

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 1998 \times 1999 \times 10001 - 1998 \times 1999 \times 10001 \\ &= 0\end{aligned}$$

**例 4:** 计算:  $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + 10 + 11 - 12 + \cdots + 97 + 98 - 99$

**分析:** 根据这 99 个连续自然数的结构规律,从左往右看,以每三个数为一组,可分为  $99 \div 3 = 33$ (组),且每组数经过加、减后、其结果都是 3 的倍数,然后按等差数列求和公式进行计算。

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= (1 + 2 - 3) + (4 + 5 - 6) + (7 + 8 - 9) + \cdots + (97 + 98 - 99) \\ &\quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{99 \div 3 = 33(\text{组})} \\ &= 0 + 3 + 6 + 9 + \cdots + 93 + 96\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (0 + 96) \times 33 \div 2 \\
 &= 48 \times 33 \\
 &= 1584
 \end{aligned}$$

**例 5:** (1) 计算  $66666 \times 10001 + 66666 \times 6666$  (2) 计算:  $13 \times 77 + 250 \times 999 + 500$

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= 11111 \times (60006 + 6 \times 6666) \\
 &= 11111 \times 100002 \\
 &= 1111122222
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= 1001 + 250 \times 999 + 250 \times 2 \\
 &= 1001 + 250 \times (999 + 2) \\
 &= 1001 \times (1 + 250)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{或原式} &= 66666 \times (1001 + 6666) \\
 &= 66666 \times 16667 \\
 &= 22222 \times 3 \times 16667 \\
 &= 22222 \times 50001 \\
 &= 22222 \times 50000 + 22222 \times 1 \\
 &= 1111122222
 \end{aligned}$$

**例 6:** 计算  $1234567898^2 - 1234567897 \times 1234567899$

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= 1234567898^2 - (1234567898 - 1) \times (1234567898 + 1) \\
 &= 1234567898^2 - (1234567898^2 - 1) \\
 &= 1234567898^2 - 1234567898^2 + 1 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

**例 7:** 计算:  $28.4 \times 187 - 15.4 \times 284 + 3.3 \times 16$

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= 284 \times 18.7 - 15.4 \times 284 + 3.3 \times 16 \\
 &= 284 \times (18.7 - 15.4) + 3.3 \times 16 \\
 &= 284 \times 3.3 + 3.3 \times 16 \\
 &= 3.3 \times (284 + 16) \\
 &= 3.3 \times 300 \\
 &= 990
 \end{aligned}$$

**例 8:** 计算:  $(12345678 + 23456781 + 34567812 + \dots + 81234567) \div 6$

**分析:** 括号内的八个加数,都是由 1,2,3,4,5,6,7,8 这八个数字组成,换句话说,这八个数的每一位也分别是 1,2,3,4,5,6,7,8,列出竖式是:

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\
 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 + & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\
 \hline
 \end{array}$$

如果还不进位,每一位的和都是 36。

解: 原式 =  $(11111111 \times 36) \div 6$   
=  $11111111 \times (36 \div 6)$   
=  $11111111 \times 6 = 66666666$

例 9:  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \cdots + 2^{49}$

分析:  $1 + 1 = 2, 2 + 2 = 2^2, 2^2 + 2^2 = 2^3, 2^3 + 2^3 = 2^4, 2^4 + 2^4 = 2^5, \dots$

解: 原式 =  $(1 + 1) + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{48} + 2^{49} + 1$   
=  $2^2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^{48} + 2^{49} - 1$   
=  $2^3 + 2^3 + \cdots + 2^{48} + 2^{49} - 1$   
=  $2^{49} + 2^{49} - 1$   
=  $2^{50} - 1$

例 10: (1) 已知  $11^2 = 121, 111^2 = 12321, 1111^2 = 1234321,$

求:  $11111^2 = ?$

分析: 由  $11^2 = 121, 111^2 = 12321, 1111^2 = 1234321, \dots$  可以发现  $11111^2 = 12345654321.$

根据竖式运算的规律,  $11111^2$  是错位相加的结果。

$$\begin{array}{r} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ + & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

因此,  $11111^2 = 12345654321.$

(2)  $12345654321 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)$  是哪个数的平方?

分析: 根据上题所知  $11111^2 = 12345654321,$

而  $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 6^2$

解: 原式 =  $11111^2 \times 6^2$

$$= 66666^2$$

例 11: 下图是一张把自然数按一定顺序排列的数表,用一个有五个空格的十字可以框出不同的五个数字,现在框出的五个数字的四个角上的数字之和是 80,如果当框出的五个数字的和是 500 时,四个角上数字的和是多少?

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:

**分析与解答：**仔细观察十字框中的五个数里，中间一个是这五个数的平均值，也是其余四个数的平均值，所以中间一个数可由  $500 \div 5 = 100$  得到，即得四个角上数字之和为： $100 \times 4 = 400$ 。

### 练习一

1. 计算： $302 \div 13 - 115 \div 13 - 83 \div 13$

2. 计算： $33333 \times 66666$

3. 计算： $(199.9 + 19.99 + 1.999 + 0.1999) \div 0.1111$

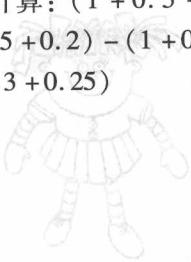
4. 计算： $13.6 \times 68 - 13.6 \times 32 - 3.6 \times 36$

5. 计算： $12345679 \times 720$

6. 计算： $(2 + 4 + 6 + \dots + 1996 + 1998) - (1 + 3 + 5 + \dots + 1995 + 1997)$

7. 计算： $1998 + 1997 - 1996 - 1995 + 1994 + 1993 - 1992 - 1991 + 1990 + 1989 - 1988 - 1987 + \dots + 10 + 9 - 8 - 7 + 6 + 5 - 4 - 3 + 2 + 1$

8. 计算:  $(1 + 0.5 + 0.3 + 0.25) \times (0.5 + 0.3 + 0.25 + 0.2) - (1 + 0.5 + 0.3 + 0.25 + 0.2) \times (0.5 + 0.3 + 0.25)$



9. 计算:  $989898 \times 999999 \div 10101 \div 111111$

10. 计算:  $(32.8 \times 91 - 16.4 \times 92 - 1.75 \times 656) \div (0.2)^2$

11. 计算:  $1998 \times 1998 + 1997 \times 1997 - 1998 \times 1997 - 1997 \times 1996$

12. 若  $A = 123456788 \times 987654322$ ,  $B = 123456789 \times 987654321$ , 那么  $A$  大还是  $B$  大?

13. 在下面四个算式中, 最大的数是多少?

①  $1992 \times 1999 + 1999$

数独游戏(1)

从 1 至 9 中选数填入空格, 使每个数字在每一行、每一列和每一个标有粗线的宫中只能出现一次。(答案请在书中找)

5		2	3	1	6		4	
3	8		9				1	
9		6	8			5	7	
6					3	2	9	
					2		6	8
	4		1	6	9		5	7
	9	3					8	6
1					8	9		
	2				7	4		

(1)

	5	3	7					9
2				3	9		5	4
9	1	4		-				
	4			5	2	3	8	7
5				1		9	2	
8			3				4	1
	2	6		7	3	1		5
		5	2		1		7	
7							6	

(2)

				9	6			8
			8					
5		6			1			3
9	2			8	3	7	5	1
	6		1		9			
3	7			5		6	8	
			7	1	2	8		4
	8	9	4		5	3	1	7
4		7		8	2			5

(3)

$$\textcircled{2} 1993 \times 1998 + 1998$$

(1) 跟着做题

在下面的数表中，从左到右

每行一格分空这6个数，得

和的进位数有： 请填入

$$\textcircled{3} 1994 \times 1997 + 1997$$

在下面的数表中，从左到右

每行一格分空这6个数，得

$$\textcircled{4} 1995 \times 1996 + 1996$$

在下面的数表中，从左到右

每行一格分空这6个数，得

和的进位数有： 请填入

$$+ 2.0 \times (25.0 + 6.0 + 24.0 + 1) = \text{算出} 8$$

$$+ 2.0 \times (25.0 + 6.0 + 6.0 + 2.0) = \text{算出} 8$$

$$+ 2.0 \times (25.0 + 6.0 + 6.0 + 2.0) = \text{算出} 8$$



14.  $\underbrace{99\cdots 9}_{1998 \text{ 个}} \times \underbrace{99\cdots 9}_{1998 \text{ 个}} + \underbrace{19\cdots 9}_{1998 \text{ 个}}$  得数末尾有\_\_\_\_\_个零。

15. 把 1 至 100 的自然数如下表那样排列，在这个数表里，用 3 个数长，2 个数宽的长方形把 6 个数围起来，这 6 个数的和为 81。在数表的其他地方，如上面一样地框起来的 6 个数的和为 429，问此时长方形框子里最大的数是多少？

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	97	98
99	100					



## 二、数的整除

数的整除问题，内容丰富，解题思维技巧性强。这里所说的整数是指全体自然数和零，解题时应掌握下面的一些基本知识。

### 一、基本概念和知识

#### 1. 整除——约数和倍数

例如： $35 \div 5 = 7$ ， $21 \div 7 = 3$ 。

一般地，如  $a, b, c$  为整数， $b \neq 0$ ，且  $a \div b = c$ ，即整数  $a$  除以整数  $b$  ( $b$  不等于 0)，除得的商  $c$  正好是整数而没有余数(或者说余数是 0)，我们就说， $a$  能被  $b$  整除(或者说  $b$  能整除  $a$ )，记作  $b \mid a$ 。否则，称为  $a$  不能被  $b$  整除(或  $b$  不能整除  $a$ )记作  $b \nmid a$ 。

如果整数  $a$  能被整数  $b$  整除， $a$  就叫做  $b$  的倍数， $b$  就叫做  $a$  的约数。

例如：在上面算式中， $35$  是  $5$  的倍数， $5$  是  $35$  的约数； $21$  是  $7$  的倍数， $7$  是  $21$  的约数。

#### 2. 数的整除性质

**性质 1：**如果  $a, b$  都能被  $c$  整除，那么它们的和与差也能被  $c$  整除。

即：如果  $c \mid a, c \mid b$ ，那么  $c \mid (a \pm b)$ 。

例如：如果  $2 \mid 8, 2 \mid 6$ ，那么  $2 \mid (8 + 6)$ ，

并且  $2 \mid (8 - 6)$ 。

**性质 2：**如果  $b$  与  $c$  的积能整除  $a$ ，那么  $b$  与  $c$  都能整除  $a$ 。

即：如果  $bc \mid a$ ，那么  $b \mid a, c \mid a$ 。

**性质 3：**如果  $b, c$  都能整除  $a$ ，且  $b$  和  $c$  互质，那么  $b$  与  $c$  的积能整除  $a$ 。

即：如果  $b \mid a, c \mid a$ ，且  $(b, c) = 1$ ，那么  $bc \mid a$ 。

例如：如果  $2 \mid 36, 9 \mid 36$ ，且  $(2, 9) = 1$ ，

那么  $(2 \times 9) \mid 36$ 。

**性质 4：**如果  $c$  能整除  $b$ ， $b$  能整除  $a$ ，那么  $c$  能整除  $a$ 。

即：如果  $c \mid b, b \mid a$ ，那么  $c \mid a$ 。

例如：如果  $2 \mid 8, 8 \mid 16$ ，那么  $2 \mid 16$ 。

#### 3. 数的整除特征

①能被 2 整除的数的特征：个位数字是 0, 2, 4, 6, 8 的整数。“特征”包含两个方面的意

义：一方面，个位数字是 0 或偶数的整数，必能被 2 整除；另一方面，能被 2 整除的数，其个位数字只能是 0 或偶数。下面“特征”含义相似。

②能被 5 整除的数的特征：个位数是 0 或 5。

③能被 3(或 9)整除的数的特征：各个数位数字之和能被 3(或 9)整除。

④能被 4(或 25)整除的数的特征：末两位数能被 4(或 25)整除。

⑤能被 8(或 125)整除的数的特征：末三位数能被 8(或 125)整除。

例如： $39625 = 39000 + 625$ ，因为 1000 是 8 与 125 的倍数，所以 39000 是 8 与 125 的倍数。又因为  $125 \nmid 625$ ，所以 39625 能被 125 整除，但因为  $8 \nmid 625$ ，所以  $8 \nmid 39625$ 。

⑥能被 11 整除的数的特征：这个整数的奇数位上的数字之和与偶数位上的数字之和的差(以大减小)是 11 的倍数。

例如：判断 987654321 这九位数能否被 11 整除？

解：这个数奇数位上的数字之和是  $1+3+5+7+9=25$ ，偶数位上的数字之和是  $2+4+6+8=20$ 。因为  $25-20=5$ ，又因为  $11 \nmid 5$ ，所以 987654321 不能被 11 整除( $11 \nmid 987654321$ )。

⑦能被 7(11 或 13)整除的数的特征：一个整数的末三位数与末三位以前的数字所组成的数之差(以大减小)能被 7(11 或 13)整除。

例如：判断 1122345 是否是 7 的倍数？

解：把 1122345 分成 1122 和 345 两个数。因为  $1122 - 345 = 777$ ，又  $7 \mid 777$ ，所以  $7 \mid 1122345$ ，因此 1122345 是 7 的倍数。

再例如：判断 3466645 能否被 13 整除？

解：把 3466645 分为 3466 与 645 两个数。因为  $3466 - 645 = 2821$ 。再把 2821 分为 2 和 821 两个数，因为  $821 - 2 = 819$ ，又  $13 \mid 819$ ，所以  $13 \mid 2821$ ，进而  $13 \mid 3466645$ 。

## 二、例题

例 1：已知  $45 \mid \overline{x1999y}$ ，求所有满足条件的六位数  $\overline{x1999y}$ 。

解： $\because 45 = 5 \times 9$

$\therefore$  根据整除“性质 2”可知：

$5 \mid \overline{x1999y}, 9 \mid \overline{x1999y}$

$\therefore y$  可取 0 或 5。

当  $y=0$  时，根据  $9 \mid \overline{x1999y}$  及数的整除特征③可知  $x=8$ ，

当  $y=5$  时，根据  $9 \mid \overline{x1999y}$  及数的整除特征③可知  $x=3$ 。

$\therefore$  满足条件的六位数是 819990 或 319995。

例 2：用 0,3,5,7 这四个数字排成四位数：

(1) 能被 3 整除的有多少个？

(2) 能被 2,5,3 都整除的有多少个？