

QIANWANG WEISHENME



• 学生版 •

千万个为什么 数学小博士

(二)



30

长春儿童出版社

·学生版千万个为什么·

数学小博士

(二)

本书编委会编

长春儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

学生版千万个什么. 陈国勇 主编. 长春儿童出版社. 2003. 2

书号 ISBN 7-80613-265-1/ I .227

I .学生... II .版... III .千万

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 082275 号

学生版千万个什么

主 编. 陈国勇

长春儿童出版社

长春印刷厂

开本: 787 × 1092 1/32 印张: 212.5

版次: 2003 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

印数: 1-5000 套

书号 ISBN 7-80613-265-1/ I .227

定价: (全套 50 本) 428.80 元

目 录

怎样利用“假设”的数学思想解答应用题	(1)
怎样利用“转化”的数学思想解答应用题	(3)
怎样利用“对应”的数学思想解答应用题	(5)
怎样用“点图”的思考方法解答应用题	(6)
怎样利用“倒推法”灵活巧妙地解决实际问题	(7)
怎样利用“列举法”解答应用题	(8)
怎样利用“加法原理”解决生活中的实际问题	(11)
怎样利用“乘法原理”解决生活中的实际问题	(12)
什么叫等差数列和等差数列通项公式	(14)
怎样应用“等差数列求和”公式解决实际问题	(16)
怎样求等差奇数列的和	(18)
为什么周长一定的长方形中,以正方形(长=宽)的面积为最大	(20)
为什么放大镜不能把“角”放大	(21)
为什么车轮采用圆形	(23)
为什么热水瓶、水杯等都是圆柱形的	(25)
为什么“四年闰,百年不闰,四百年又闰”	(27)
为什么二月份不是30天	(27)

为什么已知 1992 年元旦是星期三，就能很快推出 2000 年“六一”儿童节也是星期三	(29)
不翻日历，你能算出某一天是星期几吗	(30)
什么情况下 $a \times b = a - b$	(33)
为什么铁栅栏门推拉起来非常轻松	(36)
为什么加固椅子的时候，要斜着钉一根木条	(37)
为什么说自己戴黑帽子的那个人聪明	(38)
为什么叫“七巧板”	(40)
为什么一个纸圈只有一个面	(41)
为什么国王无法把棋盘上的麦粒赏给宰相	(42)
为什么说这是“墓碑上的数学”	(44)
什么是“高斯问题”	(47)
为什么小高斯算得这么快	(48)
什么叫“抽屉原则”	(51)
什么是“中国剩余定理”	(53)
什么是“幻方”	(56)
什么是“百鸡问题”	(60)
什么是“牛吃草”问题	(62)
什么是“陈氏定理”	(64)
什么是《算经十书》	(66)
什么是《周髀算经》	(67)
什么是《九章算术》	(68)
光辉灿烂的中国古代数学	(69)

为什么古代中国应称为数学王国	(72)
你知道数的概念的发展吗	(73)
你知道一些数学符号的来历吗	(75)
数“e”	(76)
π 是超越数	(78)
虚数形成的历史	(80)
是谁首先用 $f(x)$ 表示函数的	(81)
古代数学史上的第一个极值问题	(83)
为什么欧几里得的“第五公设”不是定理	(84)
为什么“虚几何学”是非欧几何	(86)
为什么说“祖暅是最早提出微积分”思想的人	(87)
为什么说中国是最早应用负数的国家	(88)
为什么说“三斜求积公式”与海伦公式等价	(88)
康托尔和他的集合论	(90)
“理发师悖论”的数学背景是什么	(92)
为什么模糊数学并不模糊	(93)
为什么存在突变理论	(95)
你知道最古老的数学书吗	(96)
你知道谁是三角学的主要奠基人吗	(97)
你知道什么是“菲尔兹奖”吗	(98)
何谓秦九韶“三斜求积术”	(99)
为什么巴黎科学院宣布不再审查三大难题的“论文”	(101)

为什么称秦九韶为“最幸运的天才”	(102)
为什么把海王星叫做“笔尖上的星”	(102)
为什么数学也会发生危机	(103)

怎样利用“假设”的数学思想解答应用题

有些应用题可将题中某个条件假设为与之相近的另一个条件，并从假设条件入手，分析数量关系，找出解题思路。

例如：“学校买了4个篮球和9个足球，共花161.2元，一个篮球比一个足球贵7.8元，一个足球多少元？”

可以这样想：假设把4个篮球换4个足球，可以少花 $7.8 \times 4 = 31.2$ （元），就可以找到 $(9+4)$ 个足球的总价是 $(161.2 - 31.2)$ 元，从而求出每个足球的单价是：

$$\begin{aligned}& (161.2 - 31.2) \div (9 + 4) \\&= 130 \div 3 \\&= 10 \text{ (元)}\end{aligned}$$

篮球单价是： $10 + 7.8 = 17.8$ （元）

如果把足球假设成篮球，思路也是一样。

再举一道数学竞赛中的题目。

“蜘蛛有8条腿，蝴蝶有8条腿和2对翅膀，蝉有6条腿和1对翅膀。现在这三种小虫共21只，共140条腿和23对翅膀。问蜘蛛、蝴蝶、蝉各多少只？”

题中要求三个未知量。但是，蝴蝶与蝉每只的腿数相

同，因此按每只腿的多少，可分为两类：8条腿的蜘蛛和都是6条腿的蝴蝶与蝉。

假设21只都是蝴蝶与蝉，那么应有 $6 \times 21 = 126$ （条）腿，比实际的总腿数少了 $140 - 126 = 14$ （条）这是由于每只蜘蛛少算了2条腿，从而算出7只蜘蛛，蝴蝶与蝉一共14只。

再根据翅膀数分别求出蝴蝶和蝉。假设14只都是蝴蝶，那么应有翅膀 $2 \times 14 = 28$ （对），这比实际翅膀总数多了 $28 - 23 = 5$ （对），这是由于每只蝉多算了1对翅膀，从而算出蝉的只数。

$$\text{即 } (140 - 621) \div (8 - 6)$$

$$- 14 \div 2 = 7 \text{（只）} \quad \text{（蜘蛛数）}$$

$$21 - 7 = 14 \text{（只）} \quad \text{（蝴蝶和蝉共有数）}$$

$$(2 \times 14 - 23) \div (2 - 1)$$

$$= 5 \text{（只）}$$

$$14 - 5 = 9 \text{（只）} \quad \text{（蝴蝶数）}$$

用不同的假设也可以例如求出蜘蛛、蝴蝶、蝉各多少只。

怎样利用“转化”的数学思想解答应用题

有些应用题，题里给出两个或两个以上未知数量的关系。要求这些未知数量，思考的时候，可以根据所给的条件，用一个未知数量转化为另一个未知数量，从而找到解题的方法。

例如，“师徒二人合作一批零件，徒弟做了6小时，师傅做了8小时，一共做了312个零件。徒弟5小时的工作量等于师傅2小时的工作量。师徒每小时各做多少个？”

可以这样想：把师傅的工作量转化为徒弟的工作量。以徒弟每小时工作量作为1份，师傅2小时的工作量相当于这样的5份，8小时里有4个2小时，相当于20份徒弟每小时的工作量。从而得出：

$$\begin{aligned} & 312 \div [6 + 5 \times (8 \div 2)] \\ & = 12 \text{ (个)} \quad \text{(徒弟每小时工作量)} \end{aligned}$$

$$12 \times 5 \div 2 = 30 \text{ (个)} \quad \text{(师傅每小时工作量)}$$

也可以这样想：以徒弟每小时工作量作为1份，先看师傅1小时工作量相当于这样的几份，再看师傅8小时的工作量相当于这样的几份，从而得出徒弟每小时的工作量。即 $312 \div [6 + 8 \times (5 \div 2)]$

也可以以师傅每小时的工作量作为一份，把徒弟的工作量转化为师傅的工作量，从而得出师傅每小时的工作量。即

$$312 \div [8 + 6 \times (2 \div 5)]$$

又如，“某农机场修理一批拖拉机，在责任制前每天只修3台，实行责任制后，每天比原来多修2台。因此，这批拖拉机可以提前4天修好，这批拖拉机有多少台？”

根据现有条件，不易直接求出这批拖拉机有多少台。把已知条件加以转化。

$$1 \text{ 天} \quad 3 \text{ 台} \longrightarrow 1 \text{ 台} \quad \frac{1}{3} \text{ 天}$$

$$1 \text{ 天} \quad 5 \text{ 台} \longrightarrow 1 \text{ 台} \quad \frac{1}{5} \text{ 天}$$

责任制后比责任制前每台少用

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15} \text{ (天)}$$

因为这批拖拉机提前4天完成，从而求出这批拖拉机的总台数。

$$4 \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = 30 \text{ (台)}$$

怎样利用“对应”的数学思想解答应用题

利用集合 A 的元素和集合 B 元素之间的对应关系来分析应用题，找到其解题思路。例如，“洗衣机厂门市部上午卖出 3 台洗衣机，下午卖出 5 台洗衣机，下午比上午多收货款 378 元，每台洗衣机售价多少元？”

这题中下午比上午多卖出的台数，和下午比上午多收的钱数是对应关系。多卖出 $(5 - 3)$ 台，多收 378 元，即 378 元所对应的是 $(5 - 3)$ 台洗衣机，从而求出每台洗衣机的售价。

再看下例：

“一堆苹果，3 人平分剩 1 个，4 人平分剩 2 个，5 人平分剩 3 个，6 人平分剩 4 个，7 人平分剩 5 个。这堆苹果至少有多少个？”

我们以苹果数为被除数，那么除数与余数的对应关系如下表：

除数	3	4	5	6	7
余数	1	2	3	4	5
除数 - 余数	2	2	2	2	2

由表可见：除数与余数的差都是 2，这就是说，被除数加 2 的和能分别被 3、4、5、6、7 整除。因此，先求出 3、4、5、6、7 的最小公倍数是 420， $420 - 2 = 418$ （个）就是这堆苹果的个数。

怎样用“点图”的思考方法解答应用题

有些应用题的题意比较抽象，关系比较复杂，我们可以用“点图”表示它们之间的关系，不仅直观、形象，甚至能直接找到问题的答案。请看下例。

“甲、乙、丙、丁与小强五名同学一起比赛象棋，每两人都要比赛一盘，到现在为止，甲已经赛了 4 盘，乙赛了 3 盘，丙赛了 2 盘，丁赛了 1 盘。问小强已经赛了多少盘？”

在分析这个问题时，先将五个人看成五个“点”，两人比赛过，就用线段连结相应的两点，根据“甲已赛了 4

盘”，画出图后，再依次根据“丁赛了1盘”、“乙赛了3盘”、“丙赛了2盘”，再画图就可以直接看出：小强已经赛了2盘。

怎样利用“倒推法” 灵活巧妙地解决实际问题

生活中有些实际问题，如果按照事情发展的过程，由先到后顺序思考，不易得到解决。如果换一个方向，用倒推法分析，有时倒能灵活巧妙地解决实际问题。现举两例：

例1 有1989个空格排成一行，每一格中放一枚棋子。现有两个人做游戏，轮流移动棋子，每人每次可前移1格、2格或3格。谁先到最后一格，谁为胜者。问确保获胜的方法是什么？

用倒推法分析。为了先占领第1989格，就应先占领第1985格。因为这时，对方前移1格，你就移3格；对方前移2格，你也移2格；对方前移3格，你就移1格。这样就可以确保你先到最后一格。这样从后往前依次类推，1985、1977……9、5。也就是每次两人共移动4格。

为了确保胜利，应让对方先走，每次若对方前移 a 格

($1 \leq a \leq 3$)，那么你就前移 $(4-a)$ 格。

例2 有一天，三个小朋友在图书馆相会。甲说：我每隔一天来一次。乙说：我每隔两天来一次。丙说：“我每隔三天来一次。管理员告诉他们说：“每逢星期三闭馆。三个小朋友说：如果预定来的日子正好是闭馆日，那就次日来。从今天开始，他们按这个办法来，上一次星期一他们三人又在图书馆相聚。上次谈话离这个星期一最近的可能是星期几？

用倒推法分析，列出下表：

星期	六	日	一	二	三	五	六	一
甲	✓		✓		✓		✓	✓
乙	✓			✓			✓	✓
丙	✓					✓		✓

从表中可以看出本题的答案是星期六。

怎样利用“列举法”解答应用题

有些应用题的数量关系较为隐蔽，可以用列表的方式，把应用题的条件所涉及的数量或结论的各种可能——

列举出来，使人“了如指掌”，这就是列举法。

例如，“有1张伍元币，4张贰元币，8张壹元币。要拿出8元钱，可以有几种拿法？”

如果随拿出8元钱，是很容易的，难就难在把所有情况考虑全，既不遗漏，也不重复，用列表法就容易做到这点。

在列表中可先排伍元币，再排贰元币，按顺序排，就不会重复，也不地遗漏了。

伍元币	贰元 币	壹元币	
取的张数	1	0	3
	1	1	1
	0	1	6
	0	2	4
	0	3	2
	0	4	0
	0	0	8

从表中看出，有7种拿法。

又如，“三个盒子里的珠宝数不等。第一次从甲盒里拿出一些珠宝放入乙、丙盒内，使乙、丙两盒里的珠宝数

增加一倍；第二次从乙盒里拿出一些珠宝放入甲、丙盒里，又使甲、丙两盒的珠宝数增加一倍；第三次从丙盒里拿出一些珠宝放入乙两盒里，又使甲、乙两盒的珠宝数增加一倍。这时三个盒里都有 48 颗珠宝。问最初三个盒里各有珠宝多少颗？”

可以采用倒推法，再结合列表法进行分析，从最后三个盒里都有 48 颗珠宝进行逆推。甲、乙两盒的珠宝增加一倍后才是 48 颗，原来应是 24 颗，甲、乙两盒珠宝减半后还给丙，丙原来有 $48 + 24 \times 2 = 96$ （颗），以此类推，列表如下。

甲	乙	丙	
第三次后珠宝数	48	48	48
第二次后珠宝数	24	24	96
第一次后珠宝数	12	84	48
最初珠宝数	78	42	24

从表中看出：最初甲盒有 78 颗，乙盒有 42 颗，丙盒有 24 颗。