



全国教育科学“十一五”规划课题研究成果

大学物理学

习题分析与解答

林铁生 高兴茹 王雪梅 主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



全国教育科学“十一五”规划课题研究成果

04
467c

大学物理学

习题分析与解答

DAXUE WULIXUE XITI FENXI YU JIEDA

林铁生 高兴茹 王雪梅 主编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是为配合林铁生、高兴茹主编的全国教育科学“十一五”国家规划课题“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”物理类子课题的研究成果《大学物理学》而编写的配套辅导书。本书适度降低习题难度,注重解题分析过程,培养学生运用物理知识解决实际问题的能力。本书可作为独立学院、应用型本科院校工科各专业大学物理课程的教材,也可供理科有关专业作为教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习题分析与解答/林铁生,高兴茹,王雪梅主编. —北京:高等教育出版社,2011.8

ISBN 978-7-04-032705-2

I. ①大… II. ①林…②高…③王… III. ①物理学-高等学校-题解 IV. ①O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 141096 号

前 言

本书是与林铁生和高兴茹主编的《大学物理学》配套的学习辅导书。本书的章节和顺序都与主教材同步,每章包括:教学基本要求,基本概念及基本规律,习题分析与解答三个部分。教学基本要求部分简明扼要地指出每章应该掌握、理解与了解的主要内容;基本概念及基本规律部分系统地归纳和总结了每章的知识点,使学生在复习各章内容时思路清晰、重点突出,在处理问题时能够有的放矢;习题分析与解答部分给出该题知识点、解题分析和解题步骤,有些题目在解题之后还做了讨论与说明,注重培养和锻炼学生分析问题、解决问题的能力。

本书可供工科院校各专业及成人教育学院相关专业师生使用,还可用于习题课或学生课后自学。

本书由林铁生、高兴茹和王雪梅主编。参加编写工作的有高兴茹(第十二、十三章)、姜黎霞(第一、二、三、七、八章)、姚淑娜(第九、十、十一章)、王雪梅(第四章)、母小云(第五、六章)。高等教育出版社的高建、高聚平和缪可可编辑对本书的完成提出了宝贵建议,这对我们的编写工作有很大帮助,在此,我们表示衷心感谢。

因编者水平有限,书中的错误和不当之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2010年9月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第一章 质点运动学与牛顿运动定律	1
一、教学基本要求	1
二、基本概念及基本规律	1
三、习题分析与解答	4
第二章 运动定律与守恒定律	14
一、教学基本要求	14
二、基本概念及基本规律	14
三、习题分析与解答	16
第三章 刚体的定轴转动	24
一、教学基本要求	24
二、基本概念及基本规律	24
三、习题分析与解答	26
第四章 静电场	36
一、教学基本要求	36
二、基本概念及基本规律	36
三、习题分析与解答	40
第五章 恒定磁场	65
一、教学基本要求	65
二、基本概念及基本规律	65
三、习题分析与解答	68
第六章 电磁感应 电磁场	92
一、教学基本要求	92
二、基本概念及基本规律	92
三、习题分析与解答	94
第七章 气体动理论	112
一、教学基本要求	112
二、基本概念及基本规律	112
三、习题分析与解答	115
第八章 热力学基础	124

一、教学基本要求	124
二、基本概念及基本规律	124
三、习题分析与解答	129
第九章 振动	140
一、教学基本要求	140
二、基本概念及基本规律	140
三、习题分析与解答	141
第十章 波动	153
一、教学基本要求	153
二、基本概念及基本规律	153
三、习题分析与解答	154
第十一章 波动光学	167
一、教学基本要求	167
二、基本概念及基本规律	167
三、习题分析与解答	170
第十二章 狭义相对论	183
一、教学基本要求	183
二、基本概念及基本规律	183
三、习题分析与解答	186
第十三章 量子物理	196
一、教学基本要求	196
二、基本概念及基本规律	196
三、习题分析与解答	199

第一章 质点运动学与牛顿运动定律

一、教学基本要求

1. 掌握位置矢量、位移、速度、加速度等描述质点运动的物理量概念.
2. 理解质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度,并能对一些基本问题进行计算.
3. 理解相对运动.
4. 掌握牛顿三定律及其适用条件,能用微积分方法求解一维变力作用下质点动力学的一般问题.

二、基本概念及基本规律

1. 质点的位置矢量、位移、速度和加速度

(1) 位置矢量 $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$

用位置矢量表示质点的运动方程

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

其分量形式为

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

将上式中的参数 t 消去, 即得质点的轨道方程

$$f(x, y, z) = 0$$

(2) 位移 位移是描述质点位置变化的物理量.

设某质点沿一曲线运动, t 时刻质点在 A 点, 位矢为 $\mathbf{r}(t)$, 经过 Δt 时间后, 质点运动到 B 点, 位矢为 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$, 质点在 t 到 $t + \Delta t$ 时间间隔内的位移为

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{r} &= \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A \\ &= (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k} \\ &= \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} + \Delta z\mathbf{k}\end{aligned}$$

(3) **速度** 速度是描述质点运动快慢和方向的物理量。

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}) = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

(4) **加速度** 加速度是描述质点运动速度随时间变化快慢程度的物理量。

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

在直角坐标系中,加速度可表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} \\ &= \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}\end{aligned}$$

2. 圆周运动

(1) 加速度

法向加速度 描述速度方向变化快慢的物理量,方向沿法向,大小为 $a_n = \frac{v^2}{R}$ 。

切向加速度 描述速度大小变化快慢的物理量,方向沿切向,大小为 $a_t = \frac{dv}{dt}$ 。

总加速度 $\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_t$

(2) **角速度** $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

(3) **角加速度** $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

(4) **角量和线量的关系**

$$\mathbf{v} = R\omega, \quad a_n = R\omega^2, \quad a_t = R\alpha$$

3. 相对运动

(1) **位置矢量关系** 设一质点在空间运动,当它位于 P 点时,相对于点 O 的位置矢量为 $\mathbf{r}$,相对于点 O' 的位置矢量为 $\mathbf{r}'$,两者之间的关系为 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'$ 。

(2) **速度关系** $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ 为质点相对于静止参考系的绝对速度; $\mathbf{v}' = \frac{d\mathbf{r}'}{dt}$ 为质点相对于运动参考系的相对速度; $\mathbf{v}_0 = \frac{d\mathbf{r}_0}{dt}$ 为两参考系的牵连速度。三个速度的关系为 $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'$ 。

(3) **加速度关系** 质点的绝对加速度等于相对加速度与牵连加速度的矢量

和,表示为 $a=a_0+a'$.

4. 牛顿运动定律

(1) **牛顿第一定律** 任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态,直到外力迫使它改变这种运动状态为止. 牛顿第一定律也叫做**惯性定律**.

惯性参考系 惯性定律成立的参考系.

(2) **牛顿第二定律** 物体动量随时间的变化率正比于该物体所受的合外力.

其数学表达式为

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$$

当物体在低速情况下运动时,即物体运动速度的大小 v 远小于光速 c 时,物体的质量可视为不依赖于速度的常量,于是上式可写成

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$$

因此,牛顿第二定律也可表述为:物体加速度的大小与其所受合外力的大小成正比,与物体的质量成反比,加速度的方向与合外力的方向相同. 牛顿第二定律的数学表达式,是质点动力学的基本方程.

(3) **牛顿第三定律** 两个物体之间的作用力 $\mathbf{F}$ 与反作用力 $\mathbf{F}'$ 大小相等,方向相反,作用在同一条直线上,且分别作用在两个物体上. 其数学表达式为 $\mathbf{F} = -\mathbf{F}'$.

5. 力学中常见的几种力

(1) **万有引力** 任何质量不为零的物体之间都存在着一种相互作用的引力,这种力称为万有引力. 根据万有引力定律,质量为 m_1 和 m_2 的两个质点相距 r 时,它们之间的万有引力为 $\mathbf{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \mathbf{e}_r$, G 为万有引力常量.

(2) **弹性力** 当相互接触的两个物体发生形变时,彼此之间存在力的作用,称为**弹性力**. 常见的弹性力有:绳子被拉伸时,在绳子内部产生的**张力**;两个物体因相互挤压而发生形变时,一个物体对另一个物体的**正压力**或**支持力**;弹簧被拉伸或被压缩时,弹簧施于与相连物体的**弹簧弹力**.

根据胡克定律,在弹性限度内,弹簧弹力与弹簧的形变量有关系

$$F = -kx$$

(3) **摩擦力** 两个相互接触的物体间有相对滑动的趋势,但尚未相对滑动时,在接触面上产生的阻碍发生相对滑动的力,称为**静摩擦力**. 静摩擦力是一个变力,当两物体相对静止时,静摩擦力随物体所受的合外力增大而增大,当合外力达到某一定值,物体即将做相对运动时,静摩擦力最大,称为**最大静摩擦力**. 实验表明,最大静摩擦力的值与物体所受的正压力 N 成正比,即 $f_{\max} = \mu_0 N$.

当两个相互接触的物体沿接触面发生相对滑动时,在接触面间产生的一对摩擦力叫做滑动摩擦力.其方向总是与物体相对运动的方向相反,大小也与物体所受的正压力 N 成正比,即 $f_r = \mu N$.

μ 略小于 μ_0 ,它不仅和接触面材料、性质有关,而且也随两个物体的相对速率的变化而有所改变,但这种变化只在高速情况下才明显,在通常的速率范围内可以认为 μ 与速率无关.在一般问题的简要分析中,常近似认为 μ 和 μ_0 的值相同.

6. 变力作用下的质点动力学基本问题

变力作用下的质点动力学基本问题有三类:一类是已知力求运动,即已知物体所受的外力求其加速度、速度、位移等;一类是已知运动求力,即已知物体的位移、速度、加速度求其所受的外力;再一类是前两类的混合问题,即已知物体所受的若干力和加速度的分量,求其余的力和加速度的其余分量.这三类基本问题都可以用牛顿运动定律解决.

三、习题分析与解答

1.1 据观察发现:离我们越远的星系正以越大的速率远离我们飞去.例如牧夫座内一星云与我们银河系的距离为 2.74×10^9 l. y. (l. y. 为光年,1 l. y. = 9.64×10^{15} m),它正以 3.93×10^7 m $\cdot$ s $^{-1}$ 的速率飞离.假定飞离速率是恒定的,试问它是多少年前和我们银河系分离的?(根据大爆炸宇宙论,这一段时间可以认为是宇宙年龄.)

本题知识点 匀速运动速度公式 $t = \frac{s}{v}$

逻辑推理与分析 本题为匀速运动问题.

解:由匀速运动的速度公式得

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2.74 \times 10^9 \times 9.64 \times 10^{15}}{3.93 \times 10^7} \text{ s} = 6.60 \times 10^{17} \text{ s} = 2.09 \times 10^{10} \text{ a} \quad (\text{a 为年})$$

1.2 木星的一个卫星——木卫 1 上的珞玕火山喷发出的岩块上升高度可达 200 km,这些岩石喷出的速度是多大?已知木卫 1 上的重力加速度为 1.80 m $\cdot$ s $^{-2}$,而且在木卫 1 上没有空气.

本题知识点 竖直上抛运动速度公式 $v_0 = \sqrt{2gh}$

逻辑推理与分析 本题为竖直上抛,匀减速运动问题.

解:由竖直上抛运动的速度公式得

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 1.80 \times 200 \times 10^3} = 849 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

结果讨论与说明 注意:本题木卫 1 上的重力加速度为 $1.80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 而且在木卫 1 上没有空气.

1.3 一种喷气推进实验车,从静止开始在 1.80 s 内可加速到 $1600 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 的速率.按匀加速运动计算,它的加速度是否超过了人可以忍受的加速度 $25g$? 在 1.80 s 内该车跑了多少距离?

本题知识点 匀加速运动速度公式 $v=v_0+at$

逻辑推理与分析 本题为匀加速运动问题.

解:由匀加速运动公式

$$v=v_0+at=at$$

得

$$a=\frac{v}{t}=\frac{1600 \times 10^3 / 3600}{1.80} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}=2.47 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}=25.2g > 25g$$

$$\text{该车跑的距离为 } s=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2} \times 2.47 \times 10^2 \times 1.80^2 \text{ m}=400 \text{ m}$$

1.4 一质点沿 x 轴运动,运动方程为 $x=8t-2t^2$,式中各量均为 SI 单位.求质点:(1) 出发时($t=0$)的位置和速度;(2) $t=1 \text{ s}$ 和 $t=3 \text{ s}$ 时速度的大小和方向;(3) 速度为零的时刻和回到出发点的时刻.

本题知识点 速度公式 $v=\frac{dx}{dt}$.

逻辑推理与分析 本题为一维运动问题.

解:(1) 由运动方程 $x=8t-2t^2$ 得

$$v=\frac{dx}{dt}=8-4t$$

出发时($t=0$)的位置和速度为

$$x_{t=0}=0, \quad v_{t=0}=8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(2) $t=1 \text{ s}$ 和 $t=3 \text{ s}$ 时速度的大小和方向为

$$v_{t=1 \text{ s}}=4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ 方向沿 } x \text{ 轴正方向.}$$

$$v_{t=3 \text{ s}}=-4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ 方向沿 } x \text{ 轴负方向.}$$

(3) 令 $v=8-4t=0$, 得 $t=2 \text{ s}$.

令 $x=8t-2t^2=0$, 得 $t_1=0, t_2=4 \text{ s}$, 回到出发点的时刻为 $t=4 \text{ s}$.

1.5 A、B 两车沿直线行驶,运动方程分别为 $x_A=4t+t^2, x_B=2t^2+t^3$.
(1) 它们刚一离开出发点时,哪辆车运动的速度快?(2) 在哪一时刻两车在同一位置?

本题知识点 速度公式 $v=\frac{dx}{dt}$.

逻辑推理与分析 本题为一维运动问题.

解:(1) 由两车运动方程 $x_A = 4t + t^2$, $x_B = 2t^2 + t^3$ 得

$$v_A = \frac{dx_A}{dt} = 4 + 2t, \quad v_B = \frac{dx_B}{dt} = 4t + 3t^2$$

当 $t=0$ 时 $v_A = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_B = 0$, 所以 A 车速度快.

(2) 当两车在同一位置时, 有 $x_A = 4t + t^2 = x_B = 2t^2 + t^3$

解得 $t = 1.56 \text{ s}$.

1.6 质点沿 x 轴运动, 其速度与时间的关系为 $v = 10 + 2t^2$, 式中各量均为 SI 单位. 已知 $t=0$ 时质点位于正半轴 20 m 处, 求 (1) $t=2 \text{ s}$ 时质点的位置; (2) 此时质点的加速度.

本题知识点 ① 速度公式 $v = \frac{dx}{dt}$

② 加速度公式 $a = \frac{dv}{dt}$

逻辑推理与分析 本题为一维运动问题.

解:(1) 由速度定义及已知的速度与时间的关系 $v = 10 + 2t^2$ 得

$$v = \frac{dx}{dt} = 10 + 2t^2$$

$$dx = (10 + 2t^2) dt$$

两边积分, 并考虑到 $t=0$ 时质点位于正半轴 20 m, 有

$$\int_{20}^x dx = \int_0^t (10 + 2t^2) dt$$

得

$$x = 20 + 10t + \frac{2}{3}t^3$$

$t=2 \text{ s}$ 时质点的位置为 $x = 45.3 \text{ m}$.

(2) 由加速度定义得 $a = \frac{dv}{dt} = 4t$, $t=2 \text{ s}$ 时质点的加速度为 $a = 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1.7 已知质点的运动方程为 $x = 2t$, $y = 2 - t^2$, 式中各量采用 SI 制, 求:

(1) 质点的轨道方程; (2) $t=1 \text{ s}$ 和 $t=2 \text{ s}$ 时质点的位置矢量以及 $t=1 \text{ s}$ 和 $t=2 \text{ s}$ 之间质点的位移; (3) 第二秒末的速度; (4) 质点在任意时刻的加速度.

本题知识点 ① 轨道方程 $f(x, y) = 0$;

② 位置矢量定义 $rx\mathbf{i} + y\mathbf{j}$

③ 速度定义 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}$

④ 加速度定义 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$

逻辑推理与分析 本题为二维运动问题.

解:(1) 消去已知运动方程组中的时间 t , 即可求得轨道方程

$$y = 2 - \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 2 - \frac{1}{4}x^2$$

(2) 由位置矢量定义得 $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = (2t)\mathbf{i} + (2 - t^2)\mathbf{j}$

$t = 1$ s 时质点的位置矢量为 $\mathbf{r}_{t=1\text{s}} = (2\mathbf{i} + \mathbf{j})\text{m}$

$t = 2$ s 时质点的位置矢量为 $\mathbf{r}_{t=2\text{s}} = (4\mathbf{i} - 2\mathbf{j})\text{m}$

$t = 1$ s 和 $t = 2$ s 之间质点的位移为 $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_{t=2\text{s}} - \mathbf{r}_{t=1\text{s}} = (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j})\text{m}$

(3) 由速度定义得 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = 2\mathbf{i} - (2t)\mathbf{j}$

第二秒末的速度为 $\mathbf{v}_{t=2\text{s}} = (2\mathbf{i} - 4\mathbf{j})\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

(4) 由加速度定义得 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = (-2\mathbf{j})\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, 为匀变速曲线运动.

1.8 质点的运动方程为 $\mathbf{r}(t) = 8\cos(2t)\mathbf{i} + 8\sin(2t)\mathbf{j}$, 求: (1) 质点在任意时刻速度和加速度的大小; (2) 质点的法向加速度、切向加速度及运动轨迹方程.

本题知识点 ① 速度公式 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$

② 加速度公式 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$

③ 法向加速度公式 $a_n = \frac{v^2}{R}$; 切向加速度公式 $a_t = \frac{dv}{dt}$

逻辑推理与分析 本题为圆周运动问题.

解: (1) 由速度定义得 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = -16\sin(2t)\mathbf{i} + 16\cos(2t)\mathbf{j}$

质点在任意时刻速度的大小为 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 16\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

由加速度定义得 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -32\cos(2t)\mathbf{i} - 32\sin(2t)\mathbf{j}$

质点在任意时刻加速度的大小为 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 32\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

(2) 由法向加速度定义得 $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{16^2}{8} = 32\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

由切向加速度定义得 $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$

由运动方程 $\begin{cases} x = 8\cos(2t) \\ y = 8\sin(2t) \end{cases}$, 消去时间 t , 即可求得运动轨迹方程

$$x^2 + y^2 = 64$$

1.9 在生物物理实验中用来分离不同种类分子的超级离心机的转速是 $6 \times 10^4 \text{r} \cdot \text{min}^{-1}$. 在这种离心机的转子内, 问距离轴 10 cm 的一个大分子的向心加速度是重力加速度的几倍?

本题知识点 向心加速度公式 $a_n = R\omega^2$

逻辑推理与分析 本题为匀速圆周运动问题.

解:由向心加速度定义 $a_n = R\omega^2$ 得

$$\frac{a_n}{g} = \frac{R\omega^2}{g} = \frac{0.1 \times (6 \times 10^4 \times 2\pi/60)^2}{9.8} = 4 \times 10^5$$

1.10 北京天安门所处纬度为 39.9° , 求它随地球自转的速度和加速度. (将地球视为球体, 其半径为 $6.37 \times 10^6 \text{ m}$)

本题知识点 ① 匀速圆周运动速度公式 $v = r\omega$

② 向心加速度定义 $a_n = r\omega^2$

逻辑推理与分析 本题可视为匀速圆周运动问题.

解:由匀速圆周运动速度公式得

$$\begin{aligned} v &= r\omega = r \frac{2\pi}{T} = R \cos 39.9^\circ \frac{2\pi}{T} \\ &= 6.37 \times 10^6 \times \cos 39.9^\circ \times \frac{2\pi}{24 \times 3600} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 355 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

由向心加速度定义得

$$\begin{aligned} a_n &= r\omega^2 = r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = R \cos 39.9^\circ \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \\ &= 6.37 \times 10^6 \times \cos 39.9^\circ \times \left(\frac{2\pi}{24 \times 3600} \right)^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 2.60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

1.11 太阳在我们的银河系中离银河系中心的距离为 $2.9 \times 10^4 \text{ l.y.}$, 它绕银河系中心运动的速度和加速度各为多少? (已知太阳绕银河系中心的公转周期为 $2.5 \times 10^8 \text{ a}$, a 为年)

本题知识点 ① 匀速圆周运动速度公式 $v = r\omega$

② 向心加速度定义 $a_n = r\omega^2$

逻辑推理与分析 本题可视为匀速圆周运动问题.

解:由匀速圆周运动速度公式得

$$\begin{aligned} v &= r\omega = r \frac{2\pi}{T} \\ &= 2.9 \times 10^4 \times 9.46 \times 10^{15} \times \left(\frac{2\pi}{2.5 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 3600} \right) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ &= 2.2 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

由向心加速度定义得

$$\begin{aligned} a_n &= r\omega^2 = r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \\ &= 2.9 \times 10^4 \times 9.46 \times 10^{15} \times \left(\frac{2\pi}{2.5 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 3600} \right)^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

$$=1.7 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

结果讨论与说明 本题注意 $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

1.12 汽车在半径 $R=400 \text{ m}$ 的圆弧弯道上减速行驶. 设在某一时刻, 汽车的速率为 $v=10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 切向加速度的大小为 $a_t=0.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. 求汽车的法向加速度和总加速度的大小和方向?

本题知识点 法向加速度公式 $a_n = \frac{v^2}{R}$

逻辑推理与分析 本题为圆周运动问题.

解: 由法向加速度定义得 $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{10^2}{400} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 0.25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

总加速度的大小为 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 0.32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

由于减速, 总加速度与速度的夹角为

$$\alpha = 90^\circ + \arctan \frac{a_t}{a_n} = 128^\circ 40'$$

结果讨论与说明 由于减速, 总加速度与速度的夹角为 $\alpha = 90^\circ + \arctan \frac{a_t}{a_n}$.

1.13 质点做半径为 0.20 m 的圆周运动, 其运动方程为 $\theta = \pi + \frac{1}{4}t^2$, 求:

(1) 质点在任意时刻的角速度和角加速度; (2) 质点在任意时刻的切向加速度及法向加速度.

本题知识点 ① 角速度和角加速度公式为 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

② 切向加速度 $a_t = R\alpha$, 法向加速度 $a_n = R\omega^2$

逻辑推理与分析 本题为圆周运动问题.

解: (1) 由运动方程得质点在任意时刻的角速度和角加速度为

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}t, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

(2) 任意时刻的切向加速度 $a_t = R\alpha = 0.20 \times 0.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 0.1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

任意时刻的法向加速度 $a_n = R\omega^2 = 0.20 \times \left(\frac{1}{2}t\right)^2 = 0.05t^2$

1.14 有一半径为 R 的定滑轮, 轮周上绕有一根不能伸长的绳子, 悬在绳子下端的物体按 $y = \frac{1}{2}bt^2$ 规律运动. 若绳子与轮周之间无相对滑动, 求任意时刻轮周上一点 P 的速度、切向加速度、法向加速度及总加速度的大小.

本题知识点 ① 速度公式 $v = \frac{dy}{dt}$

$$\textcircled{2} \text{ 切向加速度 } a_t = \frac{dv}{dt}; \text{ 法向加速度 } a_n = \frac{v^2}{R}$$

逻辑推理与分析 本题为圆周运动问题,注意悬在绳子下端的物体的速度及加速度同时也是轮周上绳子切点处的速度及切向加速度.

解:由物体运动规律 $y = \frac{1}{2}bt^2$, 得任意时刻轮周上一点 P 的

$$\text{速度} \quad v = \frac{dy}{dt} = bt$$

$$\text{切向加速度} \quad a_t = \frac{dv}{dt} = b$$

$$\text{法向加速度} \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(bt)^2}{R}$$

$$\text{总加速度的大小} \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{b^2 t^2}{R}\right)^2 + b^2}$$

1.15 当速率为 $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的西风正吹时,相对于地面,向东、向西和向北传播的声音的速率各为多大? 已知声音在空气中传播的速率为 $344 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

本题知识点 相对运动的速度关系 $v = v_0 + v'$

逻辑推理与分析 本题为相对运动问题,可用相对运动的速度关系求解.

解:由 $v = v_0 + v'$, 其中 $v_0 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 方向向东; $v' = 344 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 相对于地面:

向东传播的声音的速率为 $v = v_0 + v' = (344 + 30) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 374 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

向西传播的声音的速率为 $v = v_0 - v' = (344 - 30) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 314 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

向北传播的声音的速率为 $v = \sqrt{v'^2 - v_0^2} = \sqrt{344^2 - 30^2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1.16 在一个无风的雨天,一火车以 $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度前进,车内旅客看见玻璃窗上雨滴的下落方向与竖直方向成 75° 角,求雨滴下落的速度(设雨滴做匀速运动).

本题知识点 相对运动的速度关系 $v_{\text{雨对地}} = v_{\text{雨对车}} + v_{\text{车对地}}$

逻辑推理与分析 本题为相对运动问题,由相对运动的速度关系求解.

解:以地面为参考系,火车相对地面的速度为 v_1 ,雨滴相对地面竖直下落的速度为 v_2 ,旅客看到雨滴的下落速度为 v_3 . 根据相对运动的速度关系可得



题 1.16 图

$$v_{\text{雨对地}} = v_{\text{雨对车}} + v_{\text{车对地}} \Rightarrow v_2 = v_1 + v_3,$$

如图所示,有