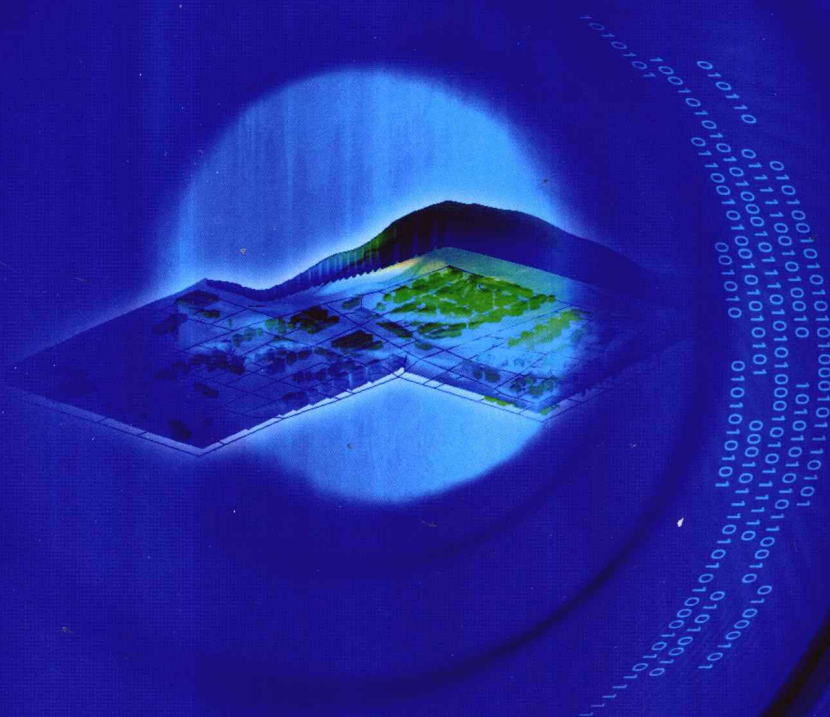




基于几何代数的多维统一GIS

——理论·算法·应用

袁林旺 闫国年 俞肇元 等 著



科学出版社

地球观测与导航技术丛书

基于几何代数的多维统一 GIS

——理论·算法·应用

袁林旺 闫国年 俞肇元 等 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书针对现有 GIS 体系向三维 GIS 以及时空 GIS 转变时,所面临的维度扩充困难、对象表达与计算分离、多维运算不统一以及时空维度不融合等问题,引入具有多维统一和坐标无关特性的几何代数理论,较为系统地探讨了基于几何代数的多维统一 GIS 创建的理论框架,构建了基于几何代数的 GIS 数据模型、多维统一索引方法以及典型 GIS 分析算法,并以三维城市、全球海面变化以及南极海-地-冰耦合系统演化为例进行了初步应用示范。本书研究表明,基于几何代数理论可建立多维统一的地理时空描述框架,突破基于欧氏几何的传统 GIS 在支撑复杂地理对象表达、多维空间关系计算和地学分析上的局限性,进而促进以多维(时空)统一为特征的 GIS 的发展。

本书主要适用于从事 GIS 及地学分析等方向的科研工作者与研究生;GIS 从业人员与政策制定者;计算机程序设计及应用数学爱好者等。

图书在版编目(CIP)数据

基于几何代数的多维统一 GIS:理论·算法·应用/袁林旺等著. —北京:科学出版社, 2012

(地球观测与导航技术丛书)

ISBN 978-7-03-032718-5

I. ①基… II. ①袁… III. ①地理信息系统-研究 IV. ①P208

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 228773 号

责任编辑:周 丹 罗 吉/责任校对:刘亚琦

责任印制:赵 博/封面设计:王 浩

科 学 出 版 社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京天时彩色印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 1 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2012 年 1 月第一次印刷 印张:15 3/4

印数:1—3 000 字数:345 000

定价:58.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《地球观测与导航技术丛书》出版说明

地球空间信息科学与生物科学和纳米技术三者被认为是当今世界上最重要、发展最快的三大领域。地球观测与导航技术是获得地球空间信息的重要手段,而与之相关的理论与技术是地球空间信息科学的基础。

随着遥感、地理信息、导航定位等空间技术的快速发展和航天、通信和信息科学的有力支撑,地球观测与导航技术相关领域的研究在国家科研中的地位不断提高。我国科技发展中长期规划将高分辨率对地观测系统与新一代卫星导航定位系统列入国家重大专项;国家有关部门高度重视这一领域的发展,国家发展和改革委员会设立产业化专项支持卫星导航产业的发展;工业与信息化部和科学技术部也启动了多个项目支持技术标准化和产业示范;国家高技术研究发展计划(863 计划)将早期的信息获取与处理技术(308、103)主题,首次设立为“地球观测与导航技术”领域。

目前,“十一五”计划正在积极向前推进,“地球观测与导航技术领域”作为 863 计划领域的第一个五年计划也将进入科研成果的收获期。在这种情况下,把地球观测与导航技术领域相关的创新成果编著成书,集中发布,以整体面貌推出,当具有重要意义。它既能展示 973 和 863 主题的丰硕成果,又能促进领域内相关成果传播和交流,并指导未来学科的发展,同时也对地球观测与导航技术领域在我国科学界中地位的提升具有重要的促进作用。

为了适应中国地球观测与导航技术领域的发展,科学出版社依托有关的知名专家支持,凭借科学出版社在学术出版界的品牌启动了《地球观测与导航技术丛书》。

丛书中每一本书的选择标准要求作者具有深厚的科学研究功底、实践经验,主持或参加 863 计划地球观测与导航技术领域的项目、973 相关项目以及其他国家重大相关项目,或者所著图书为其在已有科研或教学成果的基础上高水平的原创性总结,或者是相关领域国外经典专著的翻译。

我们相信,通过丛书编委会和全国地球观测与导航技术领域专家、科学出版社的通力合作,将会有一大批反映我国地球观测与导航技术领域最新研究成果和实践水平的著作面世,成为我国地球空间信息科学中的一个亮点,以推动我国地球空间信息科学的健康和快速发展!

李德仁

2009 年 10 月

序 一

随着物联网、网格计算及云计算等技术的不断涌现,地理信息技术发展日趋社会化、大众化、多元化和实用化,以共享、服务和参与为标志的新的地理信息时代业已来临。在此背景下,GIS的研究对象日趋复杂化、多维化与动态化,GIS的分析与建模能力亟待提升。以欧氏几何为基础的GIS在地理信息科学发展进程中做出了重要贡献,但在面向复杂地理对象与动态地理对象表达、时空多尺度分析以及与不同尺度地理模型耦合集成等方面仍有待深入研究。

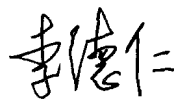
现在是一个学科大交叉、大融合的时代,多学科综合与交叉始终是GIS创新的重要途径。然而现有GIS的发展仍未脱离牛顿力学体系框架,对相对论物理学及底层数学支撑等方面研究则相对缓慢。数据模型、分析算法等独立组件的提升与构造是现阶段GIS创新的主要着眼点。从地理信息表达、分析的哲学基础与数学表达上进行创新,可望突破现有GIS的诸多局限,在多尺度地理对象与地理现象的表达与分析上取得突破。

在国家863计划课题、国家自然科学基金重点基金等项目的支持下,南京师范大学袁林旺等中青年学者针对基于欧氏几何的GIS缺乏多维统一性以及高维对象表达与分析能力不强等方面的不足,引入可连接不同几何、代数系统的几何代数理论,探讨了几何代数与GIS的内在关联性,提出了基于几何代数的多维统一GIS的体系架构、主要功能及实现方法。所取得的创新性成果形成了《基于几何代数的多维统一GIS——理论·算法·应用》研究专著。

该书中,作者较为系统地引入几何代数理论,构建了面向多维复杂地理对象及演化过程表达、建模、分析、应用为一体的新型GIS框架;提出了基于几何代数的多维对象表达理论、自适应多维统一数据模型、索引机制以及基于几何代数的多维统一计算框架与GIS算法;构建了基于几何代数的多维统一GIS系统的初步框架,并对其在三维社区、海面变化以及南极海-地-冰耦合演化模拟等领域的应用进行了探索。这些内容为推进我国新一代GIS的研发提供了新的思路、方法与技术支撑。

面向地学应用与地理信息共享与服务,突破现有GIS的理论基础及应用开发模式局限性,不断开展理论和技术创新,对促进我国地理信息理论和事业的进步与发展具有重要意义。该书的作者已经为我们带了头,我希望有更多的中青年学者在地球空间信息学科大发展的今天,能够锐意进取,埋头苦干,紧扣学科前沿,积极推进GIS理论和应用研究向深度和广度拓展,提升我国在GIS领域的学术地位,并促进我国与国际学术界的对话、交流与融合。

中国科学院院士
中国工程院院士



2011年8月18日于北京

序 二

有幸先读了即将出版的由袁林旺等所著《基于几何代数的多维统一 GIS——理论·算法·应用》一书,感到非常兴奋和欣慰,这是一部推动基于欧氏几何的传统地理信息系统(GIS)走向基于几何代数的现代地理信息系统的新作。

基于欧氏几何的传统 GIS 经历 40 多年的发展历程,在推动地理信息科学、技术和产业发展方面发挥了重要作用。但是,笛卡儿坐标系支持的传统 GIS 局限于地表相对简单的基本几何对象类型及其静态特征的表达与分析,在复杂地理对象表达与分析、动态地理对象和地理演变过程建模、时空一体多维信息融合与分析等方面存在缺陷,限制了地理信息系统的进一步深化发展。

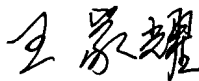
随着经济社会的迅速发展和人类文明进步需求的不断增长,人们对地理空间认知的广度和深度都在发生巨大变化,作为地理空间认知工具的 GIS,其研究对象正在由早期的地表简单几何对象、地上与地下割裂、时间与空间分离的静态特征分析与表达转向复杂地理对象、地上与地下一体、时间与空间统一的多维动态特征分析与表达,而这需要有新的数学理论支持。

几何代数是一种以维度运算为基础的结合代数语言,空间直接被定义为向量集合间的运算,空间维数直接由运算法则确定,使其成为连接代数和几何、数学和物理、抽象空间和实体空间的统一描述语言。它可有效解决复杂地理对象及其连续演变过程的时空统一表达与分析、多维统一计算与表达等复杂地学过程模拟问题,是构建多维统一 GIS 的理论基础。

袁林旺等在国家 863 计划课题“基于 Clifford 代数的时空统一数据模型关键技术研究”、国家自然科学基金重点项目“面向地理问题求解的分布式地理建模环境研究”和江苏高校优势学科建设工程项目等的联合资助下,引入几何代数理论和方法,以一种新的视角和思维,研究多维统一 GIS 的理论、算法和应用,这在 GIS 理论和方法上是一个突破,是一项创新性学术成果。

该书在内容组织上突出体现了“基础理论研究—核心算法实现—典型应用案例”这条主线,介绍了基于几何代数系统的多维统一 GIS 的理论、算法和应用,展现了现代多维统一 GIS 的广阔应用前景,相信广大读者和我一样有一种“新鲜感”,能从中受到启发和得到收益。我们应当感谢袁林旺、闫国年、俞肇元、罗文、易琳、盛业华为学界和业界奉献的这部佳作,我们也期待有更多的这类著作问世!

中国工程院院士
中国测绘学会荣誉会员



2011 年 6 月 6 日

前 言

基于欧氏几何的传统 GIS 在支撑复杂地理对象表达、多维空间关系计算和地学分析上存在局限性。寻求新的数学理论,从全新的视角开展可支撑多维融合分析的 GIS 数据模型及分析方法是值得探索的研究方向。引入可支撑多维统一表达的新型数学理论与数据模型构建方法,从底层数学基础上进行创新,建立不同维度地理对象和地理现象的统一表达和计算框架,对多维时空数据分析方法进行多维统一及时空融合的拓展,构建相应的 GIS 分析算法并进行新型 GIS 平台建设,是提升现有 GIS 表达能力、分析效率以及应用水平的可能途径。

近代科学发展表明,科学理论的重大变革往往以时空观为突破口,从牛顿绝对时空观到相对论一体时空观的演化,为时空分离的 GIS 向时空统一的 GIS 的发展提供了参考。基于双曲复空间的统一时空场构建不仅可实现不同参照系统、不同标度以及不同对象的统一,而且还构建了用于对象运动特征及演变规律分析的完整理论架构与方法体系。相对论一体时空观的思想与研究方法,为架构基于时空统一描述框架的地理时空,构建多维时空统一数据模型,提供了全新的、可参照的研究范式与数学基础。

几何代数有效地连接了数学空间和物理空间,并可能成为连接代数和几何、数学和物理、抽象空间和实体空间的统一描述性语言。它将维度运算作为几何运算基础,可用于进行多维时空的统一表达与分析,并可进行高维空间下的不依赖于坐标的几何计算。现有的微积分、几何学以及信号处理方法均可在该框架下进行重构,从而为现有地学模型向几何代数框架下的扩展提供坚实的理论基础。基于几何代数相关理论,不仅可建立多维统一的地理时空描述框架,而且可借鉴和继承现有算法和模型,在地理现象和地理过程的表达、分析与建模方面取得突破。

在国家 863 计划课题(2009AA12Z205)、国家自然科学基金重点项目(40730527)和江苏高校优势学科建设工程项目资助下,作者以“基础理论研究—核心算法实现—典型应用案例”为主线,尝试将几何代数和时空统一时空观引入 GIS,构建基于几何代数的 GIS 研究的理论和分析框架。实现了地理时空向几何代数空间转化,基于几何代数理论创建多维统一数据模型,并构建相应的数据存储与索引机制。扩展几何代数基本算子定义面向地理分析的拓扑、变换与分析算子,实现了面向 GIS 空间分析及地理模型分析的几何代数算法。研发了开放性、可扩展的多维统一 GIS 分析原型系统,并整合多源数据进行领域应用示范。

在理论研究方面,本书介绍了几何代数的基本理论,探讨了几何代数作为新型多维统一 GIS 的理论基础与数学工具的可行性,进而构建了基于几何代数的多维统一数据模型及分析算法的整体框架与实现方法。实现了具有维度自适应、几何结构自适应以及度量特征内蕴的几何对象自适应表达与建模方法,发展了面向多维地理对象的统一表达、存储、检索与分析方法。

在算法研究方面,本书从构建思路、整体架构和实现方法角度入手,基于几何代数理

论构建了基于几何代数的多维空间关系统一计算框架,实现了多维统一的几何度量、拓扑关系分析、运动表达与插值、实体对象变化检测、多维统一的网络分析算法与 Voronoi 算法。基于几何积实现对梯度、散度、旋度等时空场数据基本特征及其之间关系的统一表达,实现了标量场、矢量场以及多重向量场特征参数在算法结构的统一。建立了面向时空过程分析的多维统一 Clifford 代数算子集,实现了不同维度时空场数据及上述特征参数的融合表达与统一分析框架构建。

在应用研究方面,本书构建了基于几何代数的多维统一数据分析系统,构建了面向地学分析与计算的多维几何代数计算引擎与算子、算法库,实现了基于插件机制的几何代数空间分析算法构建框架,为基于几何代数的多维空间分析算法构建提供了基本的支撑平台。进而对基于几何代数的多维统一 GIS 进行领域应用,分别以三维社区、海面变化和南极冰盖演化为例进行应用示范。

本书是集体劳动的结晶,研究工作由袁林旺、闫国年、俞肇元、罗文、易琳和盛业华共同完成,袁林旺、盛业华和闫国年负责统稿。硕士研究生张季一、梅伟长、宗真、王建超、吴敏睫、李兰、李玉、石逸香、于丹盈、朱晓林等也参与了部分工作。作者的研究工作得到刘泽纯先生、谢志仁先生的鼓励和大力支持。虚拟地理环境教育部重点实验室龙毅教授、刘学军教授、张雪英教授、汪永进教授、江南教授、周卫教授,以及胡斌、吴明光、张书亮、王永君、周良辰、郭飞等同仁也给予了很多的帮助。作者还要感谢南京旅游职业技术学院周春林教授、中科院青藏高原研究所鞠建廷博士的支持与帮助。在此一并致谢!

综览几何代数的特色、优势与国内外相关领域的研究积淀,将几何代数理论引入 GIS 研究是有前景的研究方向,并可能催生出 GIS 领域新的研究生长点。但受作者水平和时间所限,我们目前所做的研究工作仍是初步的和尝试性的,尚有待于今后进一步深化和完善,恳请专家和读者批评指正。

作 者

2011 年 6 月 30 日

于南京师范大学

数学符号总表

符号	说明
α, β , etc.	标量
a_i, b^i , etc.	向量的系数
$\mathbf{a}, \mathbf{b}$, etc.	向量
$\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}$, etc.	$\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 方向上的单位向量
$\mathbf{e}_i$	正交基向量
$\mathbf{A}, \mathbf{B}$, etc.	多维片积(blade)
$\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$, etc.	k 维片积(blade)
A, B , etc.	多重向量(multivector)
A_k, B_k , etc.	k 维向量(vector)
$\mathbf{I}_n, \mathbf{I}$, etc.	单位伪标量
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	内积
$\mathbf{A} \rfloor \mathbf{B}$	左缩进
$\mathbf{A} \lrcorner \mathbf{B}$	右缩进
$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$	外积
$\mathbf{a}\mathbf{b}$	几何积
$\otimes$	张量积
$\langle \mathbf{A} \rangle_k$	取 $\mathbf{A}$ 中维度为 k 的部分
$\mathbf{A}^\dagger$	几何反
$\mathbf{A}^{-1}$	几何逆
$\ \mathbf{A}\ $	多维片积模
$\mathbf{A}^*$	$\mathbf{A}$ 的对偶
$\hat{\mathbf{A}}$	$\mathbf{A}$ 的标准化
$\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$	求交(meet)
$\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$	求并(join)
$\mathbb{R}^n$	欧氏(向量)空间
$\mathbb{S}^n$	球面空间
$\mathbb{A}^n$	仿射空间
$\mathbb{A}_m^n$	n 维闵氏仿射空间
$\mathbb{C}^n$	n 维共形空间
$H(\mathbf{x})$	仿射变换(奇次变换)
$S(\mathbf{x})$	球形变换
$H_m[S(\mathbf{x})]$	球形共形变换
$C(\mathbf{x})$	抛物面型共形变换
∇	梯度
$\text{div } v$	点 v 散度
$\text{curl } v$	点 v 旋度
$(f * g)(x)$	场 $f(x)$ 与场 $g(x)$ 的卷积

目 录

丛书出版说明

序一

序二

前言

数学符号总表

第 1 章 绪论	1
1.1 GIS 发展的应用需求	1
1.2 几何代数及其应用	3
1.3 几何代数与 GIS 的内蕴关联	6
第 2 章 几何代数的基本理论与方法	11
2.1 几何代数与几何代数空间	11
2.1.1 内积、外积与几何积	11
2.1.2 几何代数	16
2.1.3 常用几何代数空间及相互转换	19
2.2 几何代数的基本运算与基本算子	23
2.2.1 几何代数的基本运算	23
2.2.2 变换算子	25
2.2.3 关系算子	28
2.2.4 求交、求并与对偶算子	30
2.3 几何对象及运动表达	32
2.3.1 基本几何对象的几何代数表达	32
2.3.2 运动的共形几何代数刻画	33
第 3 章 基于几何代数的 GIS 构建框架	37
3.1 基于几何代数的多维统一 GIS 构建框架	37
3.1.1 整体框架与实现思路	37
3.1.2 方法支撑与核心模块	39
3.2 基于多重向量的多维统一表达与计算框架	45
3.2.1 基于共形几何代数的多维对象表达框架	45
3.2.2 基于几何代数的多维统一 GIS 运算框架	49
3.3 多维统一 GIS 分析系统设计与实现	51
3.3.1 系统架构与层次体系	51
3.3.2 算法实现与集成框架	53
3.3.3 核心模块数据结构的设计与实现	55
第 4 章 基于几何代数的多维统一数据模型	60

4.1	多维统一的矢量数据模型	60
4.1.1	整体思路与层次体系	60
4.1.2	多维地理对象的自适应表达	63
4.1.3	多维统一矢量数据的建模框架	67
4.2	基于几何代数的多维时空场数据模型	70
4.2.1	多维时空场数据模型构建思路	70
4.2.2	时空场数据的张量表达与运算	71
4.2.3	多维时空场数据分析框架	74
4.3	数据模型与数据结构实现	76
4.3.1	数据组织与预处理	76
4.3.2	多维统一数据模型的数据结构	78
4.3.3	多维统一数据模型实现	82
第5章	基于几何代数的多维数据索引与检索	85
5.1	研究现状与构建思路	85
5.1.1	研究现状与存在问题	85
5.1.2	多维时空索引构建思路	88
5.2	基于几何代数的多维索引实现	91
5.2.1	多维时空场自定义分层动态索引设计与实现	91
5.2.2	面向多维矢量索引构建的实体剖分与聚类算法	95
5.2.3	多维矢量索引构建算法	98
5.3	基于几何代数多维索引的检索方法	103
5.3.1	时空信息检索的基本模型与分类	103
5.3.2	基于时空立方体模型的多维数据检索	104
5.3.3	基于多维矢量索引的数据检索	107
第6章	基于几何代数的矢量分析算法	110
6.1	基于几何代数的几何、拓扑分析算子	110
6.1.1	几何、拓扑分析的整体框架	110
6.1.2	几何分析算子定义	113
6.1.3	几何与拓扑关系统一表达与计算	115
6.2	基于几何代数的多维 Voronoi 算法	119
6.2.1	算法框架	119
6.2.2	存储类与表结构设计	122
6.2.3	算法验证与评估	125
6.3	基于几何代数的多维网络分析算法	128
6.3.1	算法思路	128
6.3.2	算法实现	132
6.3.3	算法验证与效率对比	135
第7章	基于几何代数的时空分析算法	138
7.1	基于几何代数的时空场特征表达	138

7.1.1	时空场特征基本表征参数	138
7.1.2	Clifford 卷积与 Clifford FFT	140
7.1.3	时空代数与 Lorentz 变换	142
7.2	多维时空场特征解析与模板匹配算法	143
7.2.1	算法框架	143
7.2.2	基于卷积的向量场特征参数计算	145
7.2.3	基于模板卷积的时空场特征分析	146
7.2.4	多维时空场特征解析与模板匹配算法实例	153
7.3	基于时空代数的演化过程与特征分析	156
7.3.1	时空分割与维度透视算法	156
7.3.2	运动特征解析算法	157
7.3.3	算法实现与实例验证	158
第 8 章	基于几何代数的三维社区建模与分析	162
8.1	研究框架与实现流程	162
8.1.1	研究框架	162
8.1.2	研究数据	163
8.1.3	实现流程	164
8.2	场景构建与空间分析	164
8.2.1	社区场景的三维建模	164
8.2.2	运动物体的动态几何度量分析	170
8.2.3	多维动态场景模拟及对象运动插值	172
8.3	污染物扩散的空间影响模拟	175
8.3.1	基于 V-邻域的污染物影响范围评估	175
8.3.2	基于网络分析的应急疏散模拟	178
8.3.3	基于网络分析的资源调度与优化	180
第 9 章	基于几何代数的海面变化时空特征解析	183
9.1	时空数据组织与可视化	183
9.1.1	数据组织与数据导入	183
9.1.2	时空数据预处理	184
9.1.3	多维动态数据的可视化	186
9.2	赤道太平洋地区 ENSO 演化动态特征解析	189
9.2.1	海面梯度解析及其时空演化过程	189
9.2.2	基于时空代数的 ENSO 时空演化特征模拟	190
9.2.3	基于张量分解的 ENSO 特征解析	193
9.3	海面变化时空格局与多维特征匹配	196
9.3.1	基于平行模板匹配的海面地形特征参数	196
9.3.2	基于辐散辐合模板的海面波动特征	198
9.3.3	基于模板匹配的 ENSO 影响格局	200
第 10 章	基于几何代数的海-地-冰耦合演化分析	205

10.1	数据、建模与数据检索	205
10.1.1	研究数据与研究框架	205
10.1.2	多要素表面模型建模与可视化	208
10.1.3	基于曲面模型的数据交互与多重检索	210
10.2	多维时空实体建模与分析	213
10.2.1	多维实体模型构建	213
10.2.2	多维体模型切割分析与剖面分析及时空立方体表达	215
10.2.3	多维实体对象索引构建及检索	218
10.3	基于几何代数的南极冰层时空演化过程	220
10.3.1	面积、体积等基本参数计算及动态联动可视化	220
10.3.2	南极冰层曲率的时空演化特征解析	223
10.3.3	基于相交检测的南极洲冰体时空演化特征解析	225
参考文献		227

第 1 章 绪 论

1.1 GIS 发展的应用需求

随着地理数据采集、观测与建模手段的进步,地理现象与地理过程的表达、模拟与分析受到愈来愈多的重视。GIS 的研究对象也从早期的地表简单几何对象转向如今复杂的地上-地下一体化、自然与人工构筑物混合的复杂三维地理空间,并从早期的静态特征研究转向时空动态演化特征研究,对时空分布结构、动态演化过程,以及包含作用机理与控制性模拟和预测的综合性研究愈加重视,且更加关注 GIS 与领域专业模型的集成与综合应用。“发展支持地理全景的数据模型”和“发展支持更广泛领域应用的地理模拟类型”被列入地理信息科学的十大挑战(Longley et al., 2005)。上述发展趋势也对 GIS 发展与应用提出了更高的要求。

1. 面向复杂地理对象表达与分析的 GIS 数据模型

随着全球性、大尺度地学综合研究的兴起,以及地理现象与地理过程内在的时空多尺度特征,使得地理现象表达及地理模型分析往往需要笛卡儿、球面等不同坐标系统的支撑。GIS 研究对象也从笛卡儿坐标系统下较为简单的基本几何对象,逐渐发展为涉及多个坐标系统以及包含流形、非流形等不同形式、不同类型的复杂地理对象。现有 GIS 在实现不同坐标系统间的转换时往往需要进行复杂的数学变换与数据交换,使得处理流程的复杂性与不确定性增强,限制了 GIS 的表达、分析能力与计算效率。基于欧氏几何框架的空间数据模型,对不同维度、不同坐标系统下地理对象和现象的表达和运算缺乏统一性,不仅增加了数据模型、分析算法及系统架构的复杂度,也难以支撑复杂空间分析及地理模型的运算需求。

动态地理对象和地理过程建模是地学分析的重要内容,也是地理模型分析与地学模拟的重要前提。Mouratidis(2010)指出,动态、连续高效的空间关系计算是支撑海量数据复杂空间应用算法的前提。现有 GIS 对动态地理对象表达及其演化过程建模的支撑尚显不够:一方面,多将时间 t 作为属性看待,本质上并未将时间和空间作为对等的维度参与表达与分析,所构建的时空数据模型及时空分析方法仍多立足于时空分离的视角;另一方面,现有 GIS 缺乏对连续地理过程表达与分析的有效支撑,难以实现与地学模型的有机集成,限制了 GIS 分析功能与应用范围的拓展。底层数学理论基础支撑能力的不足已成为 GIS 时空分析与地理模型集成的重要瓶颈之一。

GIS 及其数据模型的发展,应能支持复杂地理对象与连续地理现象的表达与分析,并从时空统一视角分析时空动态演化过程与特征(Goodchild, 2008)。面向地学分析需求,从底层数学基础进行创新,引入可支撑多维几何与拓扑统一表达的新型数学理论,建立不同维度地理对象的统一表达和计算框架,有助于突破单一拓扑表达模型以及显式拓扑数据结构局限性,发展能够支持复杂的多维时空关系查询、时空分析,以及能够支持地学过程机理模拟与计算的新型数据模型构建方法,并对多维时空数据分析方法进行多维统

一及时空融合的拓展,是缩小 GIS 多维时空分析与地理分析模型间的鸿沟,提升 GIS 多维和连续动态对象表达和分析能力的可能途径,将有助于解决现有 GIS 数据模型多维不统一和分析功能不强等问题。

2. 多维融合的时空分析方法

现阶段,无论是面向栅格还是面向矢量的时空分析方法,大多无法直接支撑时间、空间和属性的综合分析,对于具有不规则边界或不同坐标系统的时空数据特征解析与过程重构支撑能力较弱,存在高维扩展的复杂性、边界处理的不确定性以及数据的非自适应性等问题。多维向量数据的空间分析或时空分析在理论完备性、系统性以及有效性等方面还存在诸多不足。现有空间关系的表达、计算与分析未能脱离欧氏几何的框架,难以避免由于欧氏几何运算的坐标相关性、多维不统一性等特性导致的计算结构复杂、语义不清晰以及并行计算困难等问题。而几何对象表达与空间关系(度量、拓扑、方位等)表达及计算的分离,增加了空间关系统一表达与运算的难度,也增加了空间语义描述以及空间推理的复杂性与不确定性。

基于欧氏几何的 GIS 对象表达与计算高度依赖于对象坐标及所采用的坐标系统,对不同维度地理对象的表达与分析不具有统一性。不同维度对象的表达模式不统一,不同维度几何对象表达需要分别处理,使得几何对象表达在维度扩充时,难以在已有的表达模式与表达框架上直接拓展,并可能导致空间语义的多义性、空间模拟与推理的复杂性等问题,且较难和地理模型进行有效衔接与集成;不同维度几何结构在计算框架上缺乏统一性,基于计算几何发展的空间分析算法对不同维度需分别处理(如欧氏空间中点、线、面、体间的几何求交需分别处理),难以形成多维统一的运算规则与运算框架,不仅大大增加了现有空间分析算法向高维扩展时的复杂度,而且也不利于空间分析算法效率的提升。

受底层数学理论基础的制约,常用的时空关系、时空拓扑及时空分析方法均难以处理包含多个时空维度、不规则边界的时空数据,在高维数据解析能力、运算复杂度、可扩展性等方面仍有待提升。地学数据时空维度的明确性与不对等性、数据边界的模糊性与不规则性以及坐标系统的尺度性与多样性,限制了上述方法在复杂地学分析或地理现象时空过程解析与重构中的应用。从时空、多维统一视角出发,引入新的数学理论,构建支持多维融合、具有坐标无关性的多维数据结构解析与重构方法,有助于提升地学数据分析能力,加深对地球系统变化特征与过程的理解。

3. 多维、海量数据的快速计算方法

不同类型空间关系计算在算法结构与运算形式上的不统一,是制约现有 GIS 分析能力的重要原因。现有 GIS 对地理对象表达与存储更关注对象的几何结构、类型与坐标位置,而对于诸如几何度量、拓扑、方位一类信息缺乏有效表达与记录,往往需要经过复杂运算后才能提取上述信息。即便是对于上述特征,不同特征指标在计算结构与计算流程上也缺乏统一性,针对特定目标往往需要构建相对独立的空间分析算法,不仅增加了运算复杂度,也不利于对海量数据以及动态环境下实时空间分析的支撑。再者,由于运算结构的不一致性,很难定义出相对完备的空间分析算子对空间关系进行统一表达与运算,不利于空间分析算法设计的简化,也不利于并行空间关系计算算法的设计与实现。

基于欧氏几何的 GIS 数据模型及分析方法,对不同维度的建模、分析流程和算法结构缺乏统一:①对象表达主要记录对象的坐标、形状、语义以及属性数据,进而通过构建空

间分析算法,对几何对象的类型及相关信息解析后再进行空间分析计算。对于复杂地学分析与计算,往往需要在空间分析完成后将数据转换为原始的对象表达形式,在一定程度上增加了计算复杂度。②在运算上对对象坐标及坐标系统依赖性强,难以统一不同维度、不同坐标系统(空间直角坐标、球面坐标)对象或现象的表达,也难以实现维度无关、坐标系统无关的空间分析和计算。③以几何对象为基本处理对象,难以处理同时包含标量、矢量以及张量等多源异构数据,也难以同时支撑诸如几何变换、运动表达以及微积分等相对复杂的空间操作与计算。

矢量空间数据存取与处理是并行 GIS 所需要解决的关键问题,受所采用的数据模型、数据结构、数据存储与管理方式以及空间索引机制等的限制,并行算法设计、任务分解、并行程序间的通信、计算结果的汇总与归约等均制约着空间分析并行化处理,且较少顾及空间数据自身特征,尤其是空间实体的完整性,因而在并行处理过程中易破坏空间实体对象的完整性和一致性,导致空间数据存取与处理操作的不精确和不完整。寻求从数学层面直接支撑并行计算、多维度统一计算、高效数据压缩与传输和快速数据展示的新方法,是现有 GIS 发展的重要方向;寻求同时支撑多维统一对象表达和空间分析的数学工具,为不同类型、不同维度的对象表达和空间分析建立统一、有机联系的运算框架与分析工具,是促进 GIS 发展的有效途径。

1.2 几何代数及其应用

几何代数也称 Clifford 代数(Clifford,1878),是一种以维度运算为基础的结合代数,是基于 Hamilton 四元数和 Grassmann 扩张代数发展的用于描述和计算几何问题的代数语言。在几何代数中,空间可以被定义为向量集合间的运算,空间维数直接由运算法则确定,实现了高维几何计算和分析的统一,使其可能成为连接代数和几何、数学和物理、抽象空间和实体空间的统一描述性语言。Hestenes(1984)将几何代数与微分几何相联系,随后几何代数被引入射影几何、仿射几何、微分几何等各类几何体系中进行几何体、几何关系和几何变换描述,从而进行不变(即不依赖于坐标表示)的几何计算(Mullineux,2002)。几何代数现已成为数学分析、理论物理、几何学、机器证明等领域重要的理论基础和计算工具(Li,2008),在相对论时空统一表达、几何证明与推理、人工智能、计算机视觉、运动检测、信息编码等领域也有广泛应用(Hestenes and Sobczyk,1984;Perwass,2009;Doran and Lasenby,2003;曹文明和冯浩,2010)。上述研究积累为现有地学模型向几何代数框架下的扩展提供了理论和应用借鉴。

1. 几何代数对不同几何、代数系统的统一

经典几何的基本要素包括几何体、几何度量、几何关系、几何变换等。协变量(更高维数几何空间中的不变量)是上述基本几何要素表达的重要基础之一。几何表达的核心是构造合适的协变量代数,几何计算的核心是解决不变量代数的符号计算问题。在几何学发展历程中,克莱因(Klein)引入群论将每一种几何学均与某种变换群相联系,并研究变换群下的不变性质,提出基于协变视角的几何结构,实现了不同几何系统的统一与综合。他将射影几何作为各类几何系统的核心,认为射影几何拥有最大可能的变换群,其他几何类型则可通过变换限定获得。如球几何可以表现为保持从无穷远点射出两条线欧拉角的

射影几何,而仿射几何以及欧氏几何则进一步增加了对无穷远点处行为的限定。

李洪波等(2006)结合共形模型和几何代数的主要优势,对射影几何进行拓展,提出了基于协变视角的共形几何代数(Conformal Geometric Algebra,CGA)。共形几何代数提供了表示几何体的 Grassmann 结构、表示几何变换的统一旋量作用、表示几何量的括号系统和不变量系统,在几何数据处理和几何计算方面表现出显著优势。Lasenby (2005)基于与克莱因类似的协变几何视角,探讨了共形几何对欧氏几何、射影几何、双曲几何、球面几何以及逆几何的统一(图 1.1)。认为基于零向量(Null-vector)表达,各类几何学可分别对应于不同的不变量变换。在几何代数框架下,不同变换表达和运算形式具有统一性,经几何空间变换后,仍可保持原始几何对象的几何意义和几何特性。当上述表达满足了协变条件,将保持原有的明确、直观的几何意义。因此,可用类似于基于以词造句的方式,利用基本几何对象及不同类型几何算子的叠加进行对象表达构造以及几何对象运算。

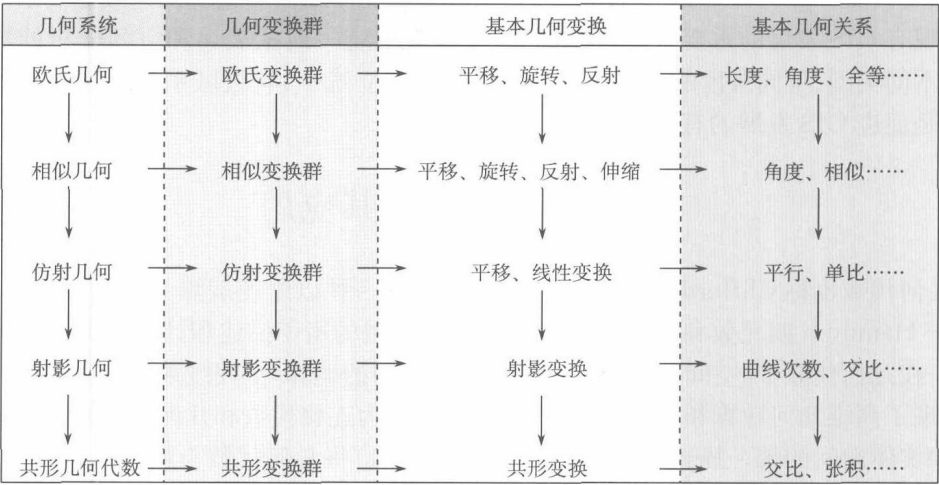


图 1.1 基于协变量的几何系统的统一与转换

2. 基于几何代数的表达与建模

在几何代数框架下可分别基于内积和外积进行几何形体表达和构建。基于外积的几何形体表达可反映不同层次几何形体间相互构建关系,而内积形式的几何形体表达内蕴包含了距离、角度等表征参数,两者的结合使得几何代数可同时实现基于几何层次关系以及几何位置与度量关系的几何形体表达与建模。李洪波(2008)基于几何代数构建了几何自动证明及推理系统。Gekhtman(2008)将其应用至图论等非常规几何或代数猜想的证明。Pokorny(2001)提出了在多维空间中点群的生成方法,大大简化了现实时空向几何代数空间转换的复杂性,并使得现实时空在代数空间中的模拟成为可能。Scheuermann (1998)研究了三维及更高维数据场中奇异值的提取与表现,还为向量场中的非线性拓扑结构的可视化提供了可行框架。Reiter 等(1993)研究了分形结构与广义内积间的关系,Dorst(2007)基于 CA 可视化再现了二维及三维分形结构。

几何代数可用于进行多维时空的统一表达与分析,并可进行高维空间不依赖于坐