

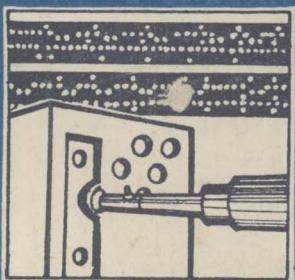
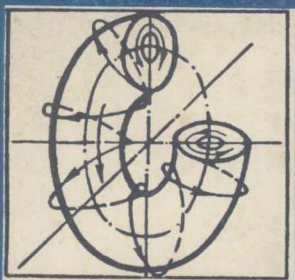
高等学校试用教材



流体力学基础

上册

清华大学工程力学系 编



机械工业出版社

高等学校试用教材

流体力学基础

上册

清华大学工程力学系 编



机械工业出版社

流体力学基础

(上册)

清华大学工程力学系 编

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张21·字数504千字

1980年12月重庆第一版·1982年3月重庆第二次印刷

印数 9,501—17,000·定价 2.20 元

*

统一书号: 15033·5025

前 言

本书根据1978年4月在天津召开的高等学校一机部对口专业座谈会的精神，以及同年10月在杭州召开的流体力学专业教材会议所确定的教材计划和教材大纲编写的。

本书按流体力学学科系统阐明流体运动所遵循的基本规律，以及流体与固体相对运动时的相互作用。并着重讨论流体力学的基本物理概念，以及流体力学问题的建立过程和数学处理方法，使读者获得从事流体力学研究工作的必需具备的理论基础。为加深对于基本内容的理解，本书各章编入了若干例题和习题。在取材的深度和广度上，本书适当考虑了不同类型的专业的要求，以使读者有一定的选择余地。

本书出版前曾在清华大学、浙江大学的流体力学专业学生和有关专业的研究生中试用过。

本书可作为高等理工科院校流体力学专业本科学生及机械、能源、航空、船舶、水利、化工、气象等专业研究生的流体力学课程的教材；亦可供从事有关流体力学工作的教师、科学工作者及工程技术人员参考。

本书上册由潘文全、沈孟育、朱之墀、叶宏开等同志合编、潘文全同志任主编。根据教材会议决定，浙江大学吴松盛、陈英贤同志任主审。书中第4、5、6章主要由沈孟育同志编写，倪一伟同志参加第8、9章初稿编写的部分工作，李焯同志参加本书的制图工作。

在本书编写过程中，清华大学工程力学系及浙江大学流体力学教研组、上海机械学院、中国科技大学的许多同志曾给我们以热情支持。特别是许学谔、张兆顺、章光华、时爱民等同志对本书提过很多宝贵意见。一机部教编室责任编辑孙祥根同志在本书的编写、审定过程中提出过很多积极建议。以上同志对本书的编写工作起了很大的推动作用，我们在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，教学经验不足，加以编写时间匆促，书中一定会有很多缺点、错误，望广大读者批评指教。

主要符号表

符号	名称	p	单位面积上的压力
A	面积	$\mathbf{p}$	应力向量
a	拉格朗日自变量	p_{ij}	应力张量的分量 ($i, j=1, 2, 3$)
$\mathbf{a}$	加速度向量	Q	体积流量、热量
B	任意物理量	Q_m	质量流量
$\mathbf{B}$	速度向量势, 任意有向量的物理量	q	散度函数
b	拉格朗日自变量	q_R	单位质量所接受的辐射热
c	积分常数	q_λ	单位面积所接受的传导热
c_p	定压比热	q_i	正交曲线坐标轴 ($i=1, 2, 3$)
c_v	定容比热	$\mathcal{R}$	关于 R 的函数
D	直径、变换耶可比行列式	R	球坐标系中坐标轴之一
d	直径	Re	复数的实部, 雷诺数
E	动能、弹性模数	$\mathbf{r}$	柱坐标系中坐标轴之一
e	单位质量的内能	r	向径
$\mathbf{e}_i$	单位向量 ($i=1, 2, 3$)	S	距离
F	力	s	单位质量的熵, 沿流线的自变量
$\mathbf{F}$	力向量	T	绝对温度
f	单位质量力, 函数	t	时间
$\mathbf{f}$	单位质量力向量	U	势、速度
G	重量流量, 引力常数	u	速度在 x 轴方向上的分量
g	重力加速度值	$\mathbf{V}$	速度向量
$\mathbf{g}$	重力加速度向量	v	速度在 y 轴方向上的分量, 比容
H	高度	V	速度
h_i	拉梅系数 ($i=1, 2, 3$)	W	功
I_m	复数的虚部	w	速度在 z 轴方向上的分量
i	单位质量的焓	x	直角坐标系的坐标轴之一
$\mathbf{i}$	x 轴方向的单位向量	y	直角坐标系的坐标轴之一
J	涡通量	z	直角坐标系的坐标轴之一、复数
$\mathbf{j}$	y 轴方向的单位向量	α	夹角
$\mathbf{k}$	z 轴方向的单位向量	β	夹角
L	任意曲线长度	Γ	环量
l	长度、沿流线的自变量	γ	比热比
M	质量、力矩、动量矩、马赫数	γ_{ij}	角变形分量 ($i, j=1, 2, 3$)
m	质量	δ	夹角、距离
$\mathbf{M}$	力矩向量、动量矩向量	E	变形速率张量
$\mathbf{n}$	法线单位向量	$\mathbf{e}$	柱坐标系与球坐标系中坐标轴之一
n_i	单位向量在各坐标轴上的分量 ($i=1, 2, 3$)	e_{ij}	变形速率张量的分量 ($i, j=1, 2, 3$)
P	应力张量	ζ	直角坐标系中坐标轴之一
$\mathcal{P}$	压力函数	η	直角坐标系中坐标轴之一
		Θ	关于 θ 的函数

Ⅱ

θ	球坐标系中坐标轴之一
λ	热传导系数
μ	动力粘性系数
ν	运动粘性系数
ξ	直角坐标系中坐标轴之一
π	冲量
ρ	密度
σ	距离

τ	体积
φ	速度势
χ	复势
ψ	流函数
Ω	涡量
Ω	涡向量
ω	旋转角速度
ω	旋转角速度向量

目 录

主要符号表

第一章 流体的物理性质	1
§ 1-1 流体的连续介质模型	1
一、流体质点与连续介质模型	1
二、流体物理量	2
§ 1-2 流体的易流动性	3
§ 1-3 流体的粘性、牛顿切应力公式、理想流体	3
一、流体的粘性、牛顿切应力公式	3
二、粘性系数	5
三、理想流体	6
§ 1-4 流体的可压缩性、不可压缩流体	6
第二章 流体静力学	8
§ 2-1 作用在流体上的力	8
一、质量力	8
二、表面力	9
§ 2-2 静止流体中的应力特性	9
§ 2-3 流体静力学基本方程	11
§ 2-4 静止流场的基本特性	12
一、流体静止的质量力条件	12
二、有势质量力场中的静止流体	14
三、有势质量力场中的静止流体的分界面	15
§ 2-5 重力场中静止流体中的压力分布	16
一、重力场中静止液体中的压力公式	16
二、连通器原理	17
三、巴斯葛原理	18
§ 2-6 重力场中静止液体作用在物面上的合力及合力矩	18
一、物体浮力及浮力中心	19
二、任意曲面受力及合力中心	21
§ 2-7 重力场中的静止大气	23
§ 2-8 非惯性座标系中的静止液体	25
一、直线等加速运动容器中的静止	

液体	25
二、旋转容器中的静止液体	26
* § 2-9 自身引力场中的静止流体	28
一、自身引力场的位势方程	28
二、自身引力场中静止流体的平衡方程	29
三、不可压球对称流体团中的压力分布	29
练习题	30
第三章 流体运动学	33
§ 3-1 描述流体运动的两种方法	33
一、拉格朗日法	33
二、欧拉法	36
三、质点导数	36
四、欧拉变数与拉格朗日变数相互转换	38
§ 3-2 迹线和流线	40
一、迹线	40
二、流线	41
三、流管	41
§ 3-3 连续流体线的保持性	45
一、连续流体线的保持性	45
二、光滑流体面的保持性	46
§ 3-4 流体微团运动分析	46
一、流体微团运动的几何分析	47
二、海姆霍兹速度分解定理	52
§ 3-5 有旋流动的一般性质	55
一、涡量场	55
二、涡线、涡管、涡通量、环量	56
三、涡管强度守恒定理	57
四、封闭流体线的速度环量对于时间的变化率	59
§ 3-6 无旋流动的一般性质	60
一、速度有势	60
二、速度势与环量	61
三、加速度有势	64
§ 3-7 不可压无旋流动的基本方程	65

闭性	145	一、涡线的保持性定理	176
二、一些具体形式的封闭方程	145	二、涡管强度保持性定理	177
§ 5-9 理想流体运动的起始条件和边		§ 6-6 海姆霍兹方程	178
界条件	147	一、海姆霍兹方程	178
一、起始条件	147	*二、佛里德曼定理	179
二、边界条件	147	§ 6-7 旋涡的形成和伯耶克纳斯	
三、理想流体动力学问题求解步骤		定理	180
概述	148	一、伯耶克纳斯定理	180
§ 5-10 理想流体动力学的欧拉型基本		二、旋涡形成实例	182
方程组在正交曲线坐标系中的		§ 6-8 克罗柯定理	182
表示式	148	练习题	183
一、一般正交曲线坐标系 ($q_1, q_2,$		第七章 不可压理想流体一元	
q_3) 中的表示式	148	流动	186
二、直角坐标系 (x, y, z) 中的表		§ 7-1 不可压理想流体一元不定常流	
示式	149	动的基本方程	186
三、柱坐标系 (r, φ, z) 中的表		一、连续方程	186
示式	150	二、运动方程	187
四、球坐标系 (R, θ, φ) 中的表		§ 7-2 不可压理想流体一元不定常流	
示式	150	动的若干具体问题	187
练习题	150	一、直角形管突然放水	187
第六章 理想流体运动的基本		二、水下球面膨胀	188
特性	154	三、U形管中液体的振荡	189
§ 6-1 伯努利定理及其应用	154	练习题	190
一、压力函数	154	第八章 不可压理想流体平面无旋	
二、沿着流线和涡线成立的伯努利		流动	192
积分	156	§ 8-1 平面流动的流函数及其性质	192
三、伯努利积分常数与所取曲线 L 无		一、流函数的定义	192
关的情况	157	二、不可压平面流动的流函数及其	
四、不可压流体在重力场中的伯努利		性质	193
积分及其应用	158	§ 8-2 不可压理想流体平面流动的流	
五、完全气体作可逆绝热流动时的伯		函数方程	196
努利积分及其应用	161	一、不可压理想流体平面流动的流函	
§ 6-2 柯西—拉格朗日定理	168	数方程	196
一、柯西—拉格朗日积分	168	二、不可压理想流体定常平面流动的	
二、动坐标系中的柯西—拉格朗日		流函数方程	197
积分	169	三、不可压理想流体平面无旋流动的	
§ 6-3 压力冲量作用和速度势的动力		流函数方程	198
学解释	170	四、流函数方程的物面边界条件	198
§ 6-4 凯尔文定理及拉格朗日定理	175	§ 8-3 不可压理想流体平面无旋流动	
一、凯尔文定理	175	速度势与流函数的关系	199
二、拉格朗日定理	175	一、柯西—黎曼条件	199
三、关于旋涡的形成与消失	176	二、等速度势线与等流函数线正交	199
§ 6-5 涡线及涡管强度保持性定理	176	§ 8-4 不可压理想流体平面无旋流动	

的复势与复速度	199
一、复势与复速度	199
二、解的可叠加性	200
§ 8-5 若干简单流动的速度势和流函数及复势	200
一、均匀流场	200
二、源与汇	201
三、涡	203
四、偶极子	204
五、垂直拐角绕流	207
六、任意拐角绕流	207
§ 8-6 圆柱绕流—均匀流、偶极子、涡的组合	209
一、无环量圆柱绕流——均匀流、偶极子的组合	209
二、有环量圆柱绕流——均匀流、偶极子和点涡的组合	212
§ 8-7 平面壁镜像及圆定理(圆柱面镜像)	215
一、平面壁镜像	215
二、圆定理——圆柱壁面的镜像	217
§ 8-8 定常绕流中的物体受力	218
一、勃拉休斯合力及合力矩公式	218
二、库塔—儒可夫斯基升力定理	220
§ 8-9 物体绕流的保角变换方法	223
一、无分离流动保角变换方法的基本思想	223
二、物理平面与辅助平面上对应的流动关系	223
三、解析变换的唯一性定理	225
四、任意柱形物体绕流变换为圆柱绕流的一般形式	226
五、多角形变换	228
§ 8-10 儒可夫斯基翼型绕流	232
一、儒可夫斯基变换	233
二、儒可夫斯基翼型绕流	238
§ 8-11 库塔—儒可夫斯基假定	242
一、库塔—儒可夫斯基假定	242
二、机翼绕流环量形成的物理过程	243
三、推广的库塔—儒可夫斯基假定	244
§ 8-12 无界流体中柱形物体的任意运动	245
一、基本方程及定解条件	245

二、求解方法	247
三、边界函数的分解	248
* § 8-13 平移及转动壳体中的流体运动	251
§ 8-14 不可压无旋运动流体动能的表示式	253
一、有界单连通域中的动能	253
二、有界双连通域中的动能	254
三、无界双连通域中的动能	255
* § 8-15 断裂流动的保角变换方法	257
一、断裂流动现象	257
二、自由流线理论	258
三、断裂流保角变换方法基本思想	259
四、平面小孔射流	259
五、垂直于来流的二元平板的空泡流	262
练习题	265
第九章 不可压理想流体的空间流动	271
§ 9-1 轴对称流动的流函数及其性质	271
一、流函数的定义	271
二、流函数的性质	272
§ 9-2 轴对称无旋流动的流函数方程及边界条件	273
一、无旋流动的流函数方程	273
二、边界条件	274
§ 9-3 简单的轴对称流动的速度势和流函数	274
一、均匀流场	274
二、点源	275
三、均匀线源	275
四、偶极子	277
§ 9-4 圆球绕流	277
一、均匀流与偶极子的组合流场	278
二、圆球绕流	279
§ 9-5 任意旋成体的无攻角绕流	280
§ 9-6 圆球在无界流体中的运动	282
一、轴对称流动中速度势的一般形式	282
二、球在原静止的无界流场中的变速直线运动	284
三、任意有限物体在原静止无界流场	

中运动时, 在无穷远处的扰动速度势.....	287	算子	304
§ 9-7 有限物体在原静止的无界流体中运动	288	一、标量函数的梯度	305
一、等速直线运动的物体受力——达朗贝尔疑 题.....	288	二、向量函数的散度	306
二、平移运动的物体引起的流场.....	289	三、向量函数的旋度	307
三、变速平移运动的物体受力	292	四、向量函数的梯度	308
练习题	295	五、哈密尔顿运算符	310
附录 正交曲线坐标	300	§ 4 拉普拉斯微分运算符	310
§ 1 正交曲线坐标系、正交性、拉梅系数	300	一、标量函数的拉普拉斯微分运算符	311
一、正交曲线坐标系, 正交性.....	300	二、向量函数的拉普拉斯微分运算符	311
二、正交曲线坐标系中的微元弧长、微元面积、微元体积、拉梅系数	301	§ 5 流体的变形速率, 应力分量和运动方程表达式	312
§ 2 坐标轴单位向量的导数	303	§ 6 柱坐标系中一些常用向量微分量的表示式	313
一、坐标轴单位向量对于其它坐标轴的偏导数	303	§ 7 球坐标系中一些常用向量微分量的表示式	315
二、坐标轴单位向量对于自身坐标轴的偏导数	304	§ 8 自然坐标系中一些常用向量微分量的表示式	318
§ 3 梯度、散度、旋度及哈密尔顿运		一、定常轴对称流动的自然坐标系	318
		二、定常平面流的自然坐标系	320
		练习题	322

第一章 流体的物理性质

流体力学的主要任务是研究流体与物体之间的相互作用以及流体在静止或运动时所遵循的基本规律。

通常流体包括液体和气体。

流体具有下列重要物理性质，如易流动性、粘性和可压缩性等。在研究流体力学问题时必须对流体的这些性质有一正确了解。

应当指出，如同在固体力学中那样，在流体力学中也要对流体作连续介质模型的假定。它是流体力学中一个最基本的假定。

本章将主要讨论流体的连续介质模型假定和流体的上述物理性质。

§ 1-1 流体的连续介质模型

一、流体质点与连续介质模型

处于流体状态的物质，无论是液体还是气体，都是由大量不断运动着的分子所组成。从微观的角度来看，流体的物理量在空间是不连续分布的，这是因为分子之间总是存在间隙，并且分子内部的质量分布也不连续。同时，由于分子的随机运动，又导致任一空间点上的流体物理量对于时间的不连续性。这样、从微观的角度看，流体物理量的分布在空间和时间上都是不连续的。

但是在流体力学中，我们所讨论的问题的特征尺寸往往远大于流体的分子平均自由程，而人们感兴趣的是流体的宏观特性，即大量分子的统计平均特性。这样，我们有理由不以分子作为研究对象，而是引进流体的连续介质模型，并以连续介质作为我们的研究对象。为了建立连续介质模型的概念，让我们首先来观察一个很有启发性的试验结果。

如图1-1a所示，取包含 $P(x, y, z)$ 点的微元体积 $\Delta\tau$ ，在此体积中的流体质量为 Δm 。体积 $\Delta\tau$ 中的流体平均密度为 $\Delta m / \Delta\tau$ 。我们绕 P 点取大小不同的微元体积 $\Delta\tau$ ，测出其中质量 Δm ，计算出其中平均密度 $\Delta m / \Delta\tau$ 。实测结果如图 1-1b 所示。

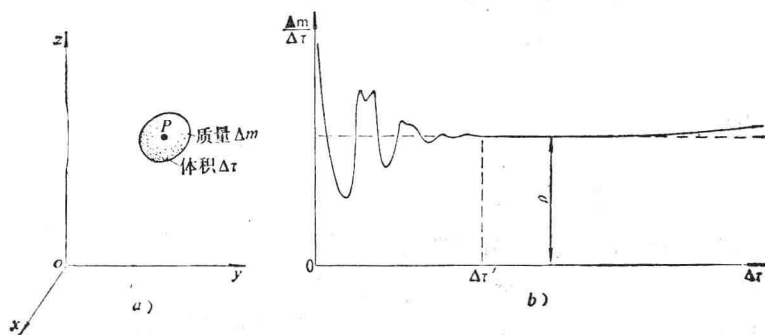


图1-1 流体质点

在包含 P 点的微元体积 $\Delta\tau$ 向 $\Delta\tau'$ 逐渐收缩的过程中, 其平均密度逐渐趋于一个确定的极限值, 而且当体积 $\Delta\tau$ 继续收缩时其平均密度不再变化。此时分子的个性并未显示出来。只有当体积 $\Delta\tau$ 收缩到比 $\Delta\tau'$ 更小时, 此时 $\Delta\tau$ 中的分子数已减少到这样的程度, 随机进入和飞出此体积的分子数不能随时平衡, 因此体积 $\Delta\tau$ 中的分子数也将随机波动, 从而引起体积 $\Delta\tau$ 内的流体平均密度的随机波动, 这时流体表现出分子的个性, 比值 $\Delta m/\Delta\tau$ 不再具有明确的肯定数值, 如图 1-1 中波动曲线所示。

由此可见, $\Delta\tau'$ 是一种特征体积, 它是几何尺寸很小的但包含足够多的分子的体积。在此体积中, 流体的宏观特性就是其中分子的统计平均特性。我们把微元体积 $\Delta\tau'$ 中的所有流体分子的总体称作流体质点。由此, $\Delta\tau'$ 中的平均密度

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow \Delta\tau'} \frac{\Delta m}{\Delta\tau}$$

即为流体质点的密度, 并作为 $P(x, y, z)$ 点上的流体密度。利用流体质点这个概念, 可以得出流体连续介质的模型的定义: 流体是由连续分布的流体质点所组成。

流体连续介质的模型只适用于特征尺寸远远大于流体质点特征尺寸的问题。在大多数流体力学问题中, 这个条件是能够得到满足的。例如, 在许多工程问题中, 特征尺寸大于 1mm, 能了解到流场中 10^{-3}cm 距离上物理量的平均值就足够精确了(激波区除外)。这样我们可取质点的特征尺寸为 10^{-3}cm , 即以 $\Delta\tau' = 10^{-9}\text{cm}^3$ 中的平均物理量作为当地流体质点上的物理量。在标准状态 (0°C , 1atm) 下, 这样小体积中, 仍包含 2.69×10^{10} 个分子(对于液体将有更多个分子数), 由这么多分子足以得到与分子数无关的分子统计平均特性。

但是当我们所研究的问题的特征尺寸接近或小于质点的特征尺寸时, 连续介质的模型将不再适用。例如, 在高空稀薄气体中飞行的火箭, 由于空气稀薄, 相应的质点的特征尺寸较大, 以致于它与火箭的特征尺寸具有相同的量级, 在此情况下连续介质的模型将不再适用。可是, 如果我们研究的是地球这样大的物体, 则高空稀薄气体又可视作连续介质。可见流体的连续介质模型是一个具有相对意义的概念。

二、流体物理量

根据连续介质模型, 流体中每一点都被相应的流体质点所占据。所谓空间任意点上的流体物理量(如密度、温度、速度等)就是指位于该点上的流体质点的物理量。空间某点的流体物理量, 如密度这样的物理量, 它的数学定义为

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta\tau} \quad (1-1)$$

按前所述, 流体质点的密度为

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow \Delta\tau'} \frac{\Delta m}{\Delta\tau}$$

但由于 $\Delta\tau'$ 小得可以看作零, 故上述两定义表达式是统一的。为利用数学分析这一有力工具, 今后我们采用如式 (1-1) 所示的流体物理量的定义。

在任意时刻, 空间任意点上的流体质点的密度都具有确定的数值, 因此密度是座标点 (x, y, z) 及时间 t 的函数

① $1\text{atm} = 101325\text{N/m}^2$,

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

密度只是流体许多宏观物理量中的一个，从场的观点看它是一个标量场。类似地，还可以给出流体的温度场

$$T = T(x, y, z, t)$$

以及速度场

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}(x, y, z, t)$$

等等。速度场是一个向量场。

应当指出，流体的连续介质模型中，还包含了这样的假定：流体物理量是空间位置及时间的连续可微函数，但是允许在孤立的点、线、面上不连续。实践证明这个假定是正确的。

在流体力学中一般都采用连续介质模型，只是在某些特殊情况下，如在激波[⊖]区域中，才必须考虑到流体的不连续性。

§ 1-2 流体的易流动性

从力学分析的意义上看，流体与固体的主要差别在于它们对于外力抵抗的能力不同。固体有能力抵抗一定数量的拉力、压力和剪切力。当外力作用于固体时，固体将产生相应的变形以抵抗外力。而流体则不然，它不能承受拉力。处于静止状态的流体不能抵抗剪切力，即流体在很小的剪切力的作用下将发生连续不断的变形，直到剪切力消失为止。流体的这种性质称为易流动性。由于流体的易流动性，所以流体并没有固定的形状。正是由于流体具有这种易流动的特性，才出现流体力学这门学科。

§ 1-3 流体的粘性、牛顿切应力公式、理想流体

一、流体的粘性、牛顿切应力公式

粘性是流体的固有属性之一，不论是静止流体还是运动流体都具有粘性。流体在剪切力

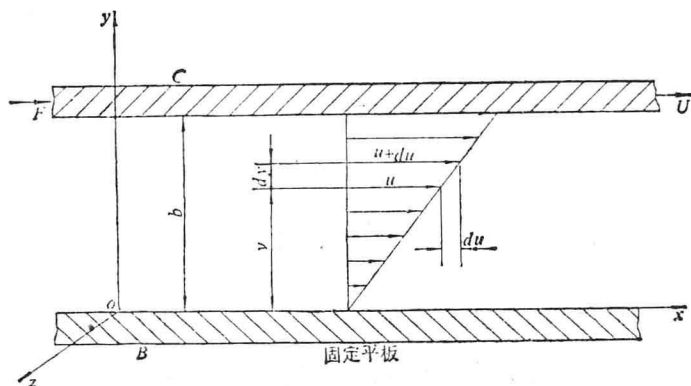


图1-2 平板试验

[⊖] 激波的概念将在下册可压缩流体动力学基础一章中详细讨论。

的作用下, 将产生连续不断的变形以抵抗外力, 这就是流体粘性的表现。

现在让我们来观察牛顿平板试验, 图 1-2 给出的是牛顿平板试验的示意图。

设有两块相距为 b 的平板 C 与 B , 两平板间充满均匀的真实流体。平板面积 A 足够大, 以致可以忽略平板四周边界的影响。 B 板固定不动。 C 板在切向力 F 的作用下, 以速度 U 作匀速直线运动。

由试验发现, 流动具有下列特点:

(1) 与 C 板接触的流体粘在 C 板上, 并以速度 U 随 C 板运动; 与 B 板接触的流体粘在 B 板上, 速度为零; 两板间的流体速度呈线性分布, 即

$$u = \frac{U}{b} y \quad (1-2)$$

(2) 比值 F/A 与比值 U/b 成正比, 即

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{U}{b} \quad (1-3)$$

式中 μ 为比例系数, 通常称作粘性系数或动力粘性系数, 或绝对粘性系数, 它是一个与流体物性有关的系数。

根据上述试验结果, 我们可以作如下分析。流体对平板 C 单位面积上的作用力 p_{yx} 与单位面积平板对流体的作用力方向相反, 大小相等。

$$p_{yx} = \frac{F}{A}$$

脚注 “ yx ” 表示作用在 $y = \text{const}$ 平面上沿 x 方向的应力。利用关系式 (1-3), 上式可写成

$$p_{yx} = \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{b} \quad (1-4)$$

我们把 p_{yx} 称作切应力。

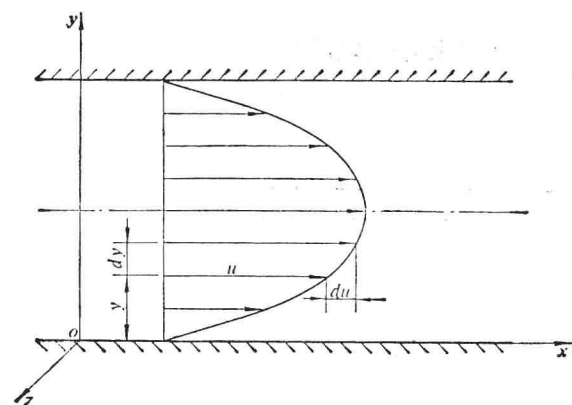


图 1-3 管内层流运动

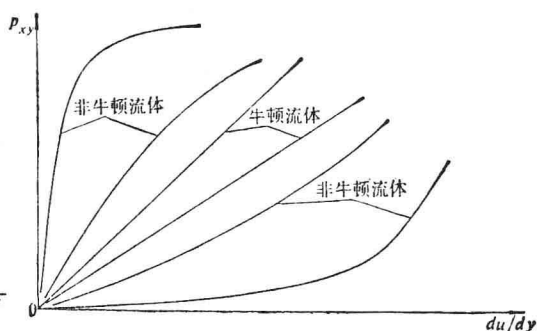


图 1-4 牛顿流体与非牛顿流体

进一步实验证明, 可以把这个结果推广到流体作任意层流[⊖]直线运动 $\mathbf{V} = u \mathbf{i}$ 中去。如图 1-3 所示, 取 y 位置上厚度为 dy 的薄层, 薄层下表面的流速为 u , 上表面的流速为 $u + du$ 。根据式 (1-4), 相邻流体层间的切应力为

[⊖] 层流的概念将在下册粘性流体动力学基础一章中详细讨论。

$$p_{yx} = \mu \frac{u + du - u}{dy} = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-5)$$

这个公式通常称作牛顿切应力公式。

牛顿切应力公式还可以推广到非直线层状流动的流场中去,但是它的形式将比式(1-5)复杂得多。关于这个问题将在粘性流体动力学基础一章中讨论。

应当特别指出,牛顿公式只能应用于或推广应用于流体作层状运动的情况,即所谓层流情况。对于非层流的流场中的切应力规律将在湍流理论中讨论。

我们把符合牛顿切应力公式(1-5)的流体称作牛顿流体。一般气体和分子结构简单的液体都是牛顿流体。不符合该式的流体称作非牛顿流体。它们的差别可以用图 1-4 来表示。本书将不讨论非牛顿流体的流动。

二、粘性系数

粘性系数 μ 是流体粘性大小的一种度量,同一流体的粘性系数与流体的温度有很大关系,而与压力关系不大。气体与液体的粘性系数 μ 随温度的变化规律是不一样的。气体的 μ 随温度升高而增大,而液体的 μ 随温度升高而减少。

粘性系数 μ 的单位可以由式(1-5)导出。在国际单位制中

$$[\mu] = \text{牛顿} \cdot \text{秒} / \text{米}^2 = \text{N} \cdot \text{s} / \text{m}^2$$

在流体力学中,粘性系数 μ 经常与流体密度 ρ 结合在一起以 μ/ρ 的形式出现。为此,我们将这个比值定义为运动粘性系数,并用 ν 表示之

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

运动粘性系数的单位是

$$[\nu] = \text{米}^2 / \text{秒} = \text{m}^2 / \text{s}$$

在温度为 20°C , 压力为 1 atm 的条件下,空气的 $\nu = 0.151 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, 水的 $\nu = 0.1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 。

例题 直径 $D=5\text{cm}$ 的轴在轴承中空载地旋转,如图 1-5 所示。转速 $n=4000$ 转/分,轴与轴瓦同心,径向间隙 $\delta=0.005\text{cm}$,轴瓦长度, $l=7.6\text{cm}$,测得摩擦力矩 $M=1.2\text{m} \cdot \text{N}$ 。求粘性系数 μ 。

解 本例实际上是一种测定粘性系数的方法。当径向间隙 δ 与轴径 D 之比足够小,并忽略轴承两端的影响时,轴对于轴承的相对运动类似于图 1-2 两块平板的相对运动,于是可应用式(1-4)。

摩擦力

$$F = p_{\tau} A = \mu \frac{V}{\delta} A$$

式中 $V = \pi n D$, $A = \pi l D$ 。

摩擦力矩

$$M = F \frac{D}{2}$$

代入上式并整理可得

$$\mu = \frac{2M\delta}{\pi^2 D^3 n l} = 0.0192 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{m}^2$$

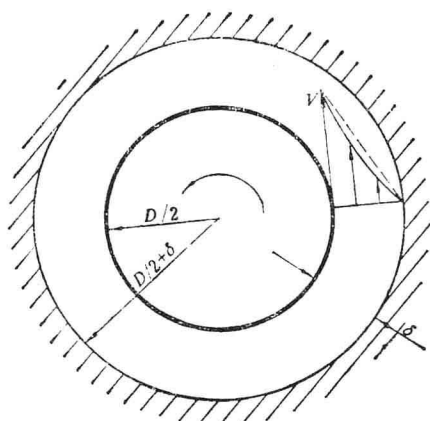


图1-5 轴承间隙流动

三、理想流体

粘性系数等于零的流体称作理想流体。

真实流体都是有粘性的，粘性的存在给流体运动的数学描述和处理带来很大困难。因此对于粘性系数较小的流体如水和空气等，在某些情况下，往往首先用粘性系数为零的所谓理想流体来代替真实流体，以便较为清晰地揭示流体运动的主要特性，较为方便地求出流体运动的规律。然后根据需要再考虑粘性的影响，再对理想流体分析的结果加以修正。实际上，在很多问题中，只有在物面附近很薄的区域里，速度梯度比较大，流体才显示出较大的粘性力，物面附近的这一区域称为边界层[⊖]。在边界层外，流体的速度梯度很小，由牛顿切应力

公式知，在那里，流体的粘性力与惯性力相比可以略去不计。在这样的区域里，可以认为流体的粘性系数等于零，是理想流体。所以理想流体是人们为了解决实际问题对于真实流体所作的一种抽象模型。

尽管现代计算技术的发展为研究粘性流体运动提供了很好的工具，但理想流体的模型在流体力学中仍然起着很重要的作用，本书将用较大的篇幅来讨论理想流体的运动。

§ 1-4 流体的可压缩性、不可压缩流体

流体的压缩性指的是流体的体积在外力的作用下可以改变的特性。当质量不变时，体积的缩小意味着密度的增加。

液体的压缩性通常以压缩性系数 β 来表示，它表示在一定温度下升高一个单位压力时，流体体积的相对缩小量，即

$$\beta = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp}$$

式中 v 表示单位质量液体的体积。由于 $\rho v = 1$ ，因此 $\rho dv + v d\rho = 0$ ，所以上式可写成

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (1-6)$$

压缩性系数的倒数就是流体的体积弹性模数 E ，它是单位体积的相对变化所需要的压力增量，即

$$E = \frac{1}{\beta} = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (1-7)$$

对于不同的流体， E 具有不同的数值。弹性模数越大，流体就越不容易被压缩。在常温下水的弹性模数约为

[⊖] 边界层的概念将在下册粘性流体动力学基础中详细讨论。

$$E_{\text{水}} = 2.1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

这就是说, 当水压增加一个大气压时, 即

$$\Delta p = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

时, 由于密度的变化很小, 故式 (1-7) 可写成

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta p}{E} \sim 0.5 \times 10^{-4}$$

亦即体积只缩小万分之零点 5。其它液体的弹性模数也都很大。因此在研究液体运动时, 若在整个流场中压力差别不是非常大的情况下, 可以认为液体的密度在整个流场中为常数。

密度为常数的流体称作不可压缩流体。

对于气体, 同样可以定义压缩性系数和体积弹性模数, 但是注意, 气体的密度随压力的变化是和热力过程紧密相关的, 而且气体的可压缩性比液体大得多, 现以等温条件下的气体压缩过程为例来说明之。对于许多气体来说, 在等温条件下满足

$$\frac{p}{\rho} = \text{const}$$

所以

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = \frac{p_2 - p_1}{p_1}$$

式中下标 “1” 及 “2” 表示过程的开始与终结状况。

例如, 气体由 $p = 1 \text{ atm}$ 等温压缩到 1.1 atm 时, 则由上式可得密度的增加率为 0.1。可见, 气体比液体易于压缩得多。一般说来, 气体不能当作不可压缩流体处理。但是, 如果在我们所研究的具体问题中, 流场中各点的密度差只是由速度差引起的压力差所造成的, 而速度差又不大的条件下, 则相应的密度差也不会大。对于这样的问题, 可以认为整个流场中密度为常数[⊖]。例如低速飞机的飞行, 速度若低于 70 m/s , 则它周围的大气密度差将小于 2%, 这时就讨论由于飞机飞行引起流场变化而言, 可以认为大气是不可压缩流体。

严格说来, 真实流体都是可压缩的, 不可压缩流体乃是在研究具体流动问题时, 对于流场中密度变化较小的真实流体所作的一种抽象模型。

⊖ 关于这个问题将在第六章 §6-1 节中详细说明。