

状元

学习方案

ZHUANGYUAN
XUEXIFANGAN

七年级数学 下

人教版



YZLI0890142798

学案=方法+考点
状元=有方法+知考点



北京出版集团公司
北京教育出版社

★ 内含教材习题答案 ★

状元 学习方案

TRUANGYUAN
XUEXIFANGAN



七年级数学

下

人教版



北京出版集团公司
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

状元学习方案:人教版.七年级数学.下/刘强主编.

—北京:北京教育出版社,2011.10

ISBN 978-7-5303-9502-8

I. ①状… II. ①刘… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 216971 号

状元学习方案
七年级数学(人教版)下
刘强 主编

*

北京出版集团公司 出版
北京教育出版社
(北京北三环中路6号)
邮政编码:100120

网址:www.bph.com.cn

北京出版集团公司总发行
全国各地书店经销

三河市燕郊汇源印刷有限公司

*

880×1230 32开本 11.625印张 220000字
2011年10月第1版 2011年10月第1次印刷

ISBN 978-7-5303-9502-8

定价:22.80元

版权所有 翻印必究

质量监督电话:(010)62698883 58572750 58572393

通过对状元的走访和研究发现，状元的学习和一般学生的学习有所不同。状元在学习和考试中能“正常”发挥甚至“超常”发挥，很少“失常”发挥，这与状元自身总结的一系列学习方案有着密切的关系。高效的学习和探究，源于对知识本质的领悟和对方法规律的掌握。

状元学法

概括本节要点，指明学习方向，链接背景知识，让你整体把握，有的放矢，对本节知识的学习做到心中有数。



九年级数学上

1.1 你能证明它们吗

状元学法 提纲挈领 一目了然



状元笔记 善于归纳 活学活用

知识要点 三角形全等的四个公理及一个推论(★★)

全等三角形的判定方法有四个，三个公理 SSS, SAS, ASA 及推论 AAS. 判定两个三角形全等时应依据已知条件准确地选择判定方法. 全等三角形的性质公理：全等三角形的对应边相等，对应角相等. 在应用该公理时，一定要满足“对应”的条件，否则将得出错误的结论.

评注：在两个三角形中，已知“三对对应角相等”(简记“AAA”)及“两边和其中一边的对角对应相等”(简记“SSA”)不能用来判定两个三角形全等. 比如图 1-1-1 中的 $DE \parallel BC$, 则 $\angle ADE = \angle B$, $\angle AED = \angle C$, $\angle A = \angle A$, 但显然 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 不全等; 比如图 1-1-2 中 $AD = AC$, 这样在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ABC$ 中, 有 $AB = AB$, $AD = AC$, $\angle ABD = \angle ABC$, 但是显然 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABC$ 也不全等.

易错警示：
“AAA”及“SSA”
不能用来判定两个三角形全等.

状元实践 课堂中考 未雨绸缪

等腰三角形、等边三角形的性质及判定是判定线段、角相等的重要依据，而判定线段、角相等又是判定其他几何结论的两块基石，因此等腰三角形的性质、判定是中考的重要考点，另外含 30° 角的直角三角形的性质给出了直角三角形中边角之间的关系，是几何计算的重要依据，因此也是中考的重要考点. 考查本节知识的题型多样，填空题、选择题、推理证明题、计算题都有可能. 分值一般在 3~10 分之间，属中等难度的题.

例 13 (2016·楚雄) 已知等腰三角形的一个内角为 70° , 则另外两个内角的度数可能是 ()

- A. $55^\circ, 55^\circ$ B. $70^\circ, 40^\circ$ C. $55^\circ, 55^\circ$ 或 $70^\circ, 40^\circ$ D. 以上都不对

【分析】总分两种情况讨论：(1) 当顶角为 70° 时，则两个底角为 $55^\circ, 55^\circ$; (2) 当底角为 70° 时，顶角为 40° .



状元笔记

采用“讲、例、练”三结合的方式，系统梳理和剖析本节知识，对易错点进行警示，从教材出发又适当拓展延伸，让你事半功倍，轻松突破重点难点。

状元实践

再现本节知识在中考中曾经出现过的考查类型、角度和深度. 只有知道过去曾经考过什么，做到心中有数，方能立于不败之地。

通过对状元的走访和研究发现,状元的学习和一般学生的学习有所不同。状元在学习和考试中能“正常”发挥甚至“超常”发挥,很少“失常”发挥,这与状元自身总结的一系列学习方案有着密切的关系。高效的学习和探究,源于对知识本质的领悟和对方法规律的掌握。

状元学习方案

七年级数学(人教版)·下

栏目功能说明

状元心得

总结本节的规律方法和易错误区,以表格的形式清楚展示,使学生在学时事半功倍。

状元思维

针对本节知识与科技发展、生活实际相联系的问题,或是学科内、学科间的综合问题,进行探究讨论,举例说明。

第一章 证明(二)

状元心得 图解归纳 了然于心

规律方法总结	易错误区总结
掌握的打“√”	犯过的打“!”
1. 全等三角形的判定及性质。() 2. 等腰三角形的性质及判定。() 3. 等边三角形的性质及判定。() 4. 在直角三角形中,30°角所对的直角边等于斜边的一半。() 5. 反证法的定义及简单应用。() 6. 等腰三角形的性质及判定的综合应用。()	1. 判定两三角形全等时,用了“SSA”。() 2. 误把等腰三角形当成等边三角形。() 3. 在一些精确的题目中,不知如何添加辅助线。() 4. 误认为只要有一角为60°的三角形即为等边三角形。() 5. 已知等腰三角形一角的度数(为锐角)求其他角时,没分情况讨论。() 6. 已知等腰三角形两边求周长时,没结合三角形三边关系的定理,或漏掉了其中一种情况。()

状元素养 补充知识 拓展视野

诺贝尔为何没谈数学奖

诺贝尔奖在全世界有很高的地位,许多科学家梦想着能获得诺贝尔奖。数学被誉为“科学女皇的骑士”,却得不到每年瑞典科学院颁发的诺贝尔奖,过去没有,将来也不会有。因为瑞典著名化学家诺贝尔留下的遗嘱中,没有提出设立数学诺贝尔奖。

状元思维 提高素质 培养兴趣

探究1 等腰三角形中常用辅助线的添加方法(重难点)

方法1:通常作顶角平分线、底边中线、底边高线(最常用)。

例9 已知:如图1-1-15所示, $AB=AC$, $BD \perp AC$ 于点D,求证: $\angle BAC=2\angle DBC$ 。

[分析]若作顶角 $\angle BAC$ 的平分线交BC于E,则 $AE \perp BC$,然后利用直角三角形两锐角互余,可得 $\angle 2 = \angle DBC$,而 $\angle 2 = \frac{1}{2}\angle BAC$,故可证出。

证明:作 $\angle BAC$ 的平分线AE交BC于E,
 则 $\angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2}\angle BAC$ 。
 又 $\because AB=AC$,
 $\therefore AE \perp BC$ 。

答案专区 详解详析 启迪思维

1. 解:(1)当顶角为50°时,其余两角为
 $\frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$;当底角为50°时,则另一
 底角也为50°,顶角为 $180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$ 。
 故其余两角的度数为65°,65°或50°,80°。

(2)100°的这个角一定为顶角,此时底角为
 $\frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ$,故其余两角的度数为
 40°,40°。

状元素养

精选名人轶事,数学趣话,让学生在掌握课本知识的同时,更能拓展视野,培养学习兴趣。

答案专区

详细分析解题思路,点拨解题方法,方便学生自学,让学生不但知其然,且知其所以然,并养成良好、规范的答题习惯。

今天教育的内容百分之八十都应该是方法——方法比事实更重要。

——纳依曼(联合国教科文组织总干事)





目 录

第五章 相交线与平行线

5.1 相交线 (2)

5.1.1 相交线 (2)

状元学法 (2)

状元笔记 (2)

状元思维 (5)

状元实践 (7)

状元心得 (8)

状元素养 (8)

答案专区 (9)

5.1.2 垂线 (10)

状元学法 (10)

状元笔记 (10)

状元思维 (13)

状元实践 (16)

状元心得 (17)

状元素养 (17)

答案专区 (18)

5.1.3 同位角、内错角、同旁内角

..... (19)

状元学法 (19)

状元笔记 (19)

状元思维 (22)

状元实践 (23)

状元心得 (24)

状元素养 (24)

答案专区 (25)

5.2 平行线及其判定 (26)

状元学法 (26)

状元笔记 (26)

状元思维 (34)

状元实践 (38)

状元心得 (39)

状元素养 (40)

答案专区 (41)

5.3 平行线的性质 (43)

状元学法 (43)

状元笔记 (43)

状元思维 (51)

状元实践 (55)

状元心得 (57)

状元素养 (57)

答案专区 (58)

5.4 平 移 (61)

状元学法 (61)

状元笔记 (61)

状元思维 (67)

状元实践 (70)



状元心得	(71)
状元素养	(71)
答案专区	(72)

章末总结提高

状元知识总结	(75)
状元专题归纳	(75)
答案专区	(83)

第六章 平面直角坐标系

6.1 平面直角坐标系

状元学法	(86)
状元笔记	(86)
状元思维	(94)
状元实践	(98)
状元心得	(98)
状元素养	(98)
答案专区	(99)

6.2 坐标方法的简单应用

状元学法	(102)
状元笔记	(102)
状元思维	(107)
状元实践	(110)
状元心得	(111)
状元素养	(111)
答案专区	(112)

章末总结提高

状元知识总结	(114)
状元专题归纳	(114)

答案专区	(118)
------------	-------

第七章 三角形

7.1 与三角形有关的线段

状元学法	(120)
状元笔记	(120)
状元思维	(129)
状元实践	(132)
状元心得	(133)
状元素养	(134)
答案专区	(135)

7.2 与三角形有关的角

状元学法	(138)
状元笔记	(138)
状元思维	(144)
状元实践	(150)
状元心得	(151)
状元素养	(152)
答案专区	(152)

7.3 多边形及其内角和

状元学法	(156)
状元笔记	(156)
状元思维	(160)
状元实践	(162)
状元心得	(163)
状元素养	(163)
答案专区	(164)

7.4 课题学习 镶嵌

答案专区	(166)
------------	-------



状元学法	(166)	状元素养	(205)
状元笔记	(166)	答案专区	(205)
状元思维	(169)	8.3 实际问题与二元一次方程组	
状元实践	(170)	(208)
状元心得	(170)	状元学法	(208)
状元素养	(171)	状元笔记	(208)
答案专区	(171)	状元思维	(213)
章末总结提高	(173)	状元实践	(217)
状元知识总结	(173)	状元心得	(218)
状元专题归纳	(173)	状元素养	(218)
答案专区	(180)	答案专区	(219)
第八章 二元一次方程组		8.4 三元一次方程组解法举例	
8.1 二元一次方程组	(183)	(223)
状元学法	(183)	状元学法	(223)
状元笔记	(183)	状元笔记	(223)
状元思维	(188)	状元思维	(226)
状元实践	(191)	状元实践	(229)
状元心得	(191)	状元心得	(230)
状元素养	(192)	状元素养	(230)
答案专区	(193)	答案专区	(231)
8.2 消元——二元一次方程组的解法		章末总结提高	(232)
.....	(195)	状元知识总结	(232)
状元学法	(195)	状元专题归纳	(232)
状元笔记	(195)	答案专区	(239)
状元思维	(201)	第九章 不等式与不等式组	
状元实践	(204)	9.1 不等式	(241)
状元心得	(205)	状元学法	(241)

状元笔记	(241)
状元思维	(250)
状元实践	(251)
状元心得	(252)
状元素养	(252)
答案专区	(253)
9.2 实际问题与一元一次不等式	
.....	(255)
状元学法	(255)
状元笔记	(255)
状元思维	(259)
状元实践	(262)
状元心得	(264)
状元素养	(264)
答案专区	(265)
9.3 一元一次不等式组	
.....	(268)
状元学法	(268)
状元笔记	(268)
状元思维	(273)
状元实践	(277)
状元心得	(279)
状元素养	(279)
答案专区	(280)
章末总结提高	
.....	(283)
状元知识总结	(283)
状元专题归纳	(283)
答案专区	(290)

第十章 数据的收集、整理与描述

10.1 统计调查	
.....	(293)
状元学法	(293)
状元笔记	(293)
状元思维	(300)
状元实践	(302)
状元心得	(303)
状元素养	(303)
答案专区	(304)
10.2 直方图	
.....	(307)
状元学法	(307)
状元笔记	(307)
状元思维	(315)
状元实践	(316)
状元心得	(317)
状元素养	(318)
答案专区	(318)
10.3 课题学习 从数据谈节水(略)	
章末总结提高	
.....	(320)
状元知识总结	(320)
状元专题归纳	(320)
答案专区	(328)
附录:教材课后习题答案	
.....	(329)



第五章 相交线与平行线

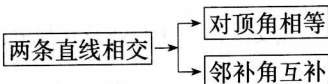
★ 本章整体解说 ★

本章内容主要包括:5.1 相交线;5.2 平行线及其判定;5.3 平行线的性质;5.4 平移.前三节主要讨论平面内两条直线的位置关系(相交与平行),重点是两条直线的垂直关系与平行关系;第四节是有关图形平移变换的内容,重点是平移的性质.全章内容的重点是垂线的概念与平行线的性质和判定,难点是推理能力的培养与形成.本章中,平行线的判定和性质的条件与结论容易混淆,希望同学们在学习时多加注意.要在具体情境中学会探索,学会说理,在交流中不断提高对几何问题的认识,养成自主探索、合作交流的学习方式与学习习惯.在学习过程中,要主动参与探究活动,尽可能地多与他人交流.在学习中要学会应用本章所学知识解释生活中的相关现象,解决简单的实际问题,体会研究几何图形的意义,在观察、操作、想象、说理、交流的过程中,增强空间观念.

5.1 相交线

5.1.1 相交线

状元学法 提纲挈领 一目了然



状元笔记 善于归纳 活学活用

▶ 知识点1 ◀ 平面上两条直线的位置关系(★★)

在同一平面上,两条直线的位置关系有两种:平行或相交.两直线相交,则这两条直线有且只有一个公共点,构成四个小于平角的角,其中有两对对顶角、四对邻补角,并且“对顶角相等,邻补角互补”.四个角中只要已知一个角的大小,就可以推算出其他三个角的大小.反之,如果某些角具有与上述类似的关系的话,那么它们是两条相交直线构成的角.如图 5.1.1-1 所示. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是两对对顶角,即 $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$; $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 、 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 、 $\angle 4$ 与 $\angle 1$ 分别互为邻补角.

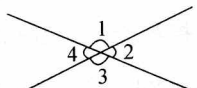


图 5.1.1-1

▶ 知识点2 ◀ 邻补角互补(★★)

如果两个角有一条公共边,它们的另一条边互为反向延长线,那么这两个角就叫做邻补角.

邻补角的概念本身包括两层意思:一是相邻,两角有一条公共边;二是互补,它们的另一边互为反向延长线,这两个角的和为 180° .这既包括了两角的位置关系,又涵盖了两角的数量关系.

例 1 如图 5.1.1-2, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为邻补角,并且 $\angle 1 = 4\angle 2$,求 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数.

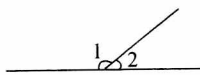


图 5.1.1-2

【解析】 根据邻补角的定义可知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 且 $\angle 1 = 4\angle 2$, 由此即可求出 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数.

解: 因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为邻补角,
所以 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. 又因为 $\angle 1 = 4\angle 2$,
所以 $4\angle 2 + \angle 2 = 180^\circ$. 即 $5\angle 2 = 180^\circ$.
所以 $\angle 2 = 36^\circ$. $\angle 1 = 4\angle 2 = 144^\circ$.

答: $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数分别为 144° 和 36° .

例 2 如图 5.1.1-3, 已知 A、O、B 三点在同一条直线上, $\angle AOC = 50^\circ$, OD 平分 $\angle BOC$.



求 $\angle AOD$ 的度数.

【解析】先求出 $\angle BOC$ 的度数,再根据“ OD 平分 $\angle BOC$ ”
求出 $\angle COD$ 的度数,再计算 $\angle AOD$ 的度数.

解:因为 $A、O、B$ 三点在同一条直线上,
所以 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ (邻补角定义).

因为 $\angle AOC = 50^\circ$,所以 $\angle BOC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

因为 OD 平分 $\angle BOC$,所以 $\angle COD = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$.

所以 $\angle AOD = \angle AOC + \angle COD = 50^\circ + 65^\circ = 115^\circ$.

答: $\angle AOD$ 的度数是 115° .

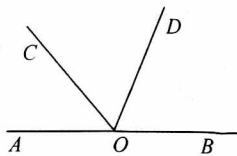


图 5.1.1-3

跟踪训练

1. 若 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$,则 $90^\circ - \alpha$ 的余角是 _____,补角是 _____.

2. 如图 5.1.1-4 所示, $\angle 1 : \angle 2 : \angle 3 = 1 : 2 : 3$,则 $\angle 3$ 的度数为 _____ 度.

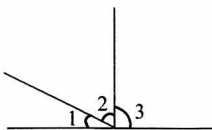


图 5.1.1-4

3. 互补的两角中,一个角的 2 倍比另一个角的 3 倍少 10° ,则这两个角是()

- A. $104^\circ, 66^\circ$ B. $106^\circ, 74^\circ$ C. $108^\circ, 76^\circ$ D. $110^\circ, 70^\circ$

4. 如图 5.1.1-5 所示, O 是直线 AB 上一点, $OC \perp OD$,以下两个结论:① $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 互余;② $\angle AOC、\angle COD、\angle BOD$ 三角之和为 180° .其中正确的是()

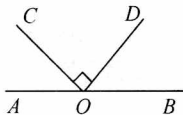


图 5.1.1-5

- A. ①、②都正确 B. ①正确,②不正确
C. ①不正确,②正确 D. ①、②都不正确
5. 如图 5.1.1-6,若已知 $A、O、B$ 在同一条直线上,且 $\angle AOD = \angle BOC$, $C、D$ 在直线的 AB 的两侧.试说明点 $C、O、D$ 在同一条直线上.

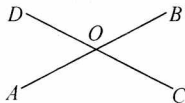
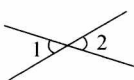


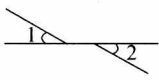
图 5.1.1-6

知识点3 对顶角相等(★★)

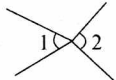
如果一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线,那么这两个角叫做对顶角.如图 5.1.1-7 所示,其中(1)图中的两个角 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是一对对顶角,而(2)、(3)、(4)三个图中的 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 就不是对顶角.



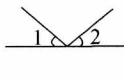
(1)



(2)



(3)



(4)

图 5.1.1-7

对顶角的性质是“对顶角相等”。

如图 5.1.1-8 所示,直线 AB 、 CD 相交于点 O ,

则 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$,

$\angle BOD + \angle BOC = 180^\circ$ (邻补角定义),

所以 $\angle AOC = \angle BOD$ (等量代换)。

也就是说,两直线相交,对顶角相等。利用对顶角相等这个性质来证明两个角相等是一种常用的方法。

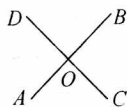


图 5.1.1-8

例 3 如图 5.1.1-9 所示,直线 AB 、 CD 、 EF 相交于点 O , $\angle AOE = 35^\circ$, $\angle BOC = 2\angle AOC$, 求 $\angle DOF$ 。

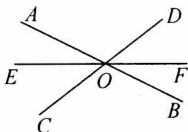


图 5.1.1-9

【解析】 本题可以借助方程解决。

解: 设 $\angle AOC = x^\circ$, 则 $\angle BOC = 2x^\circ$ 。

因为 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ (邻补角定义),

所以 $x + 2x = 180$. 解得 $x = 60$ 。

所以 $\angle AOC = 60^\circ$ 。

所以 $\angle DOF = \angle EOC = \angle AOC - \angle AOE = 60^\circ - 35^\circ = 25^\circ$ 。

点拨: 灵活运用方程思想(代数法)解决几何问题中有关角度计算的问题,是一种行之有效的好的方法。本题如用推理方法求解,显然比较麻烦,用列方程的方法解答就容易多了。

例 4 如图 5.1.1-10 所示,直线 AB 、 CD 相交于点 O , $\angle BOD = 60^\circ$, $\angle COE = 30^\circ$. 问 OE 是 $\angle AOC$ 的平分线吗? 为什么?

【解析】 $\angle AOC = \angle BOD = 60^\circ$, $\angle COE = 30^\circ$, 所以 $\angle AOE = 30^\circ$ 。

由此可知 OE 是 $\angle AOC$ 的平分线。

解: OE 是 $\angle AOC$ 的平分线。

因为 $\angle BOD = \angle AOC$ (对顶角相等),

所以 $\angle AOC = \angle BOD = 60^\circ$. 因为 $\angle COE = 30^\circ$,

所以 $\angle AOE = \angle AOC - \angle COE = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ 。

所以 $\angle AOE = \angle COE$. 即 OE 是 $\angle AOC$ 的平分线。

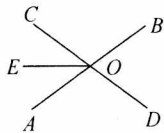


图 5.1.1-10

点拨: 两直线相交,必定形成对顶角,而“对顶角相等”又是解决有关对顶角问题的钥匙。

跟踪训练

6. 如图 5.1.1-11 所示,三条直线 l_1 、 l_2 、 l_3 相交于点 O , 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 等于()

A. 90°

B. 120°

C. 180°

D. 360°

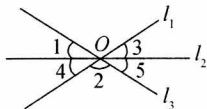


图 5.1.1-11

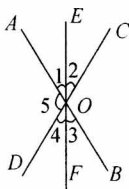


图 5.1.1-12

7. 如图 5.1.1-12 所示, $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 是对顶角, OE 平分 $\angle AOC$, OF 平分 $\angle BOD$. 试说明 OE 、 OF 互为反向延长线.

【易错剖析】对顶角的判定

对顶角是由两条直线相交形成的,“两条直线相交”是形成对顶角的前提条件. 图 5.1.1-13 所示的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 都不是对顶角.

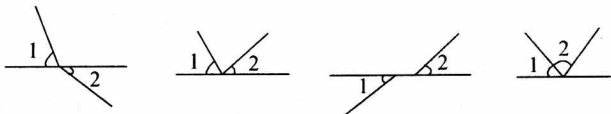


图 5.1.1-13

状元思维 提高素质 培养兴趣

探究 1 对顶角相等、邻补角互补的综合运用

两条直线相交,必然产生对顶角与邻补角,这些角都不是孤立存在的,每个角与其他角都有相应的位置关系和数量关系,充分利用这些关系,即可解决这类综合性问题.

例 5 如图 5.1.1-14 所示,直线 AB 与 CD 相交于 O 点, OE 平分 $\angle AOD$, $\angle AOC = 120^\circ$.

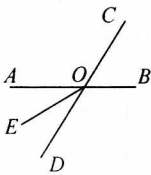


图 5.1.1-14

求 $\angle BOD$ 、 $\angle AOE$ 的度数.

【解析】图中 $\angle BOD$ 与 $\angle AOC$ 是对顶角,

$\angle AOC$ 与 $\angle AOD$ 互为邻补角, OE 平分 $\angle AOD$,

根据对顶角、邻补角的性质,即可逐步求出 $\angle BOD$ 、 $\angle AOE$ 的度数.

解: 因为 AB 与 CD 相交于 O 点, 所以 $\angle BOD = \angle AOC = 120^\circ$ (对顶角相等).

因为 $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$ (邻补角定义),

所以 $\angle AOD = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

因为 OE 平分 $\angle AOD$, 所以 $\angle AOE = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$.

点拨: $\angle BOD$ 与 $\angle AOC$ 是对顶角, 可得 $\angle BOD$ 的度数, 由于 $\angle AOC$ 与 $\angle AOD$ 互为邻补角, 可得 $\angle AOD$ 的度数, 又由于 OE 平分 $\angle AOD$, 可得 $\angle AOE$ 的度数. 要注意对图形的观察与分析, 结合题目给出的条件, 综合运用所学知识, 各个击破, 逐步解决.

跟踪训练

8. 如图 5.1.1-15 所示, 点 O 为直线 AB 上一点, OC 为一射线, OE 平分 $\angle AOC$, OF 平分 $\angle BOC$.

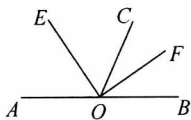


图 5.1.1-15

- (1) 若 $\angle BOC = 50^\circ$, 求 $\angle EOF$ 的度数;
 (2) 若 $\angle BOC$ 为任意角 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 求 $\angle EOF$ 的度数, 由此你发现了什么规律?

探究 2 多条直线相交于一点, 形成的对顶角的数量, 以及由此所受的启发

多条直线相交, 形成的对顶角(小于平角)的数量有无规律可循? 答案是肯定的. 如何探究其中的规律是解决这类问题的关键.

例 6 如图 5.1.1-16 所示, 三条直线 a, b, c 相交于一点 O , 你能说出图中有几对对顶角吗? 如果是四条直线相交于一点呢? 五条呢? n 条呢?

解: 两条直线 CD 和 EF 相交, 对顶角有两对, 如图 5.1.1-17(1) 所示;

(1) 所示; 增加一条直线 AB , 增加的对顶角为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$, $\angle BOF$ 与 $\angle AOE$, $\angle BOC$ 与 $\angle AOD$, $\angle AOF$ 与 $\angle BOE$, 共增加 4 对, 所以三条直线相交, 共有 $(2+4)$ 对对顶角, 如图 5.1.1-17(2) 所示; 再增加一条直线 GH , 四条直线相交, 增加的对顶角为 $\angle FOG$ 与 $\angle EOH$, $\angle GOB$ 与 $\angle AOH$, $\angle GOD$ 与 $\angle COH$, $\angle DOH$ 与 $\angle GOC$, $\angle HOB$ 与 $\angle AOG$, $\angle HOF$ 与 $\angle GOE$, 共增加 6 对, 加上原来的, 共有 $(2+4+6)$ 对对顶角, 如图 5.1.1-17(3) 所示; 再增加一条, 五条直线相交, 又增加 8 对对顶角, 共有 $(2+4+6+8)$ 对对顶角, 如图 5.1.1-17(4) 所示; 由此可推断, n 条直线相交于一点, 共有 $[2+4+6+\dots+2(n-1)]$ 对对顶角. 而 $2=1 \times 2, 2+4=6=2 \times 3, 2+4+6=12=3 \times 4, 2+4+6+8=20=4 \times 5$, 所以 $2+4+6+\dots+2(n-1)=(n-1) \times n=n^2-n$, 即若 n 条直线相交于一点, 则一共有 (n^2-n) 对对顶角.

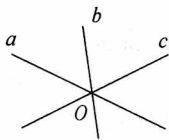


图 5.1.1-16

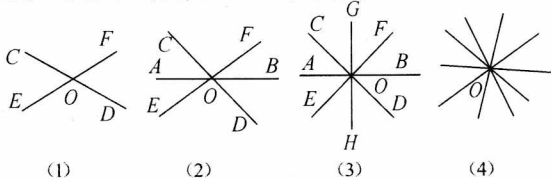


图 5.1.1-17



点拨:复杂的问题往往是简单问题堆积的结果.由特殊到一般,由简单到复杂是解决一些较复杂问题的方法,及时归纳和总结,积累经验、探索规律是最有效的途径.

跟踪训练

9. 平面上有 n 条直线两两相交,最多会有多少个交点呢?请你亲自动手画一画,并把得到的数据填写到下面的表格中:

n	2	3	4	5	6	7	...
最多交点数							...

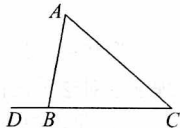
现在你能猜出 n 条直线两两相交,最多会有多少个交点了吗?

如果有 n 个圆两两相交,最多能有多少个交点呢?

状元实践 (借鉴中考 未雨绸缪)

有关相交线的中考题主要考查“对顶角相等”、“邻补角互补”这两个方面,考查多以选择题、填空题的形式出现,题目难度不大.

例 7 (2009·广西梧州)如图 5.1.1-18, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 延长 CB 到 D , 则 $\angle ABD =$ _____.



答案: 100°

例 8 (2011·桂林)下面四个图形中, $\angle 1 = \angle 2$ 一定成立的是 ()

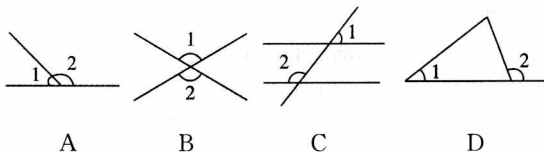


图 5.1.1-19

【解析】对顶角相等.

答案: B

跟踪训练

10. (2011·湖南邵阳)如图所示,已知 O 是直线 AB 上一点, $\angle 1 = 40^\circ$, OD 平分 $\angle BOD$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()

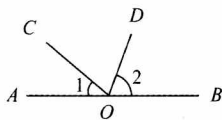


图 5.1.1-20

- A. 20°
- B. 25°
- C. 30°
- D. 70°

状元心得 规律总结 误区点拨

规律方法总结 掌握的打“√”	易错误区总结 犯过的打“!”
1. 同一平面内两条直线的位置关系有两种:相交与平行.() 2. 有一条公共边,另一边互为反向延长线,这样的两个角叫做邻补角.() 3. 邻补角互补.() 4. 一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线,这样的两个角叫做对顶角.() 5. 对顶角相等.()	1. 邻补角的判定.() 2. 对顶角的判定.() 3. 邻补角互补、对顶角相等的运用.()

状元素养 补充知识 拓展视野

视觉的错觉

形状视错是指图形因邻近线条的影响而发生形状变化的视错觉. 物理学家和心理学家对这种视错觉给出了以下几种解释:

- (1)是由画在平行线上不同方向的锐角之间的差异造成的;
- (2)是由眼睛里视网膜的弯曲程度造成的;
- (3)有层次的线段使我们的眼睛集中和分散,它造成了平行线视觉上的弯曲.

请看下面几幅图形:

1. 如图 5.1.1-21 所示,它们都是平行线吗?
2. 如图 5.1.1-22 所示,两个位于中心的圆哪个更大?
3. 如图 5.1.1-23 所示,能看得出来它是个正方形吗?
4. 如图 5.1.1-24 所示,线段 AB 长还是 BC 长?
5. 如图 5.1.1-25 所示,你看见什么? 一张女人的脸,还是一个吹萨克斯的人?

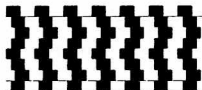


图 5.1.1-21



图 5.1.1-22

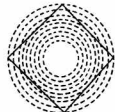


图 5.1.1-23

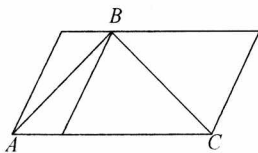


图 5.1.1-24



图 5.1.1-25