



丛书主编 孙金冠宇

中考数学

典型题压轴题100题

大突破

Kingdom 100

本册主编 朱越



- 立足高起点
- 聚焦压轴题
- 典型解法举例
- 精选试题百练

山西出版传媒集团 山西教育出版社

丛书主编 孙金冠宇



中考数学

典型题压轴题100题

大突破

Kingdom 100



本册主编 朱越



YZLI0890141336

山西出版传媒集团 山西教育出版社

图书在版编目(C I P)数据

中考数学典型题压轴题 100 题大突破/朱越主编. —太原:山西教育出版社,
2011.9

(金典 100)

ISBN 978 - 7 - 5440 - 4805 - 7

I. ①中… II. ①朱… III. ①中学数学课 - 初中 - 习题集 - 升学参考资料
IV. ①G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 049732 号

中考数学典型题压轴题 100 题大突破

责任编辑 康 健
助理编辑 李志伟
复 审 潘 峰
终 审 张沛泓
装帧设计 陶雅娜
印装监制 贾永胜

出版发行 山西出版传媒集团·山西教育出版社
(太原市水西门街馒头巷 7 号 电话:4035711 邮编:030002)

印 装 山西人民印刷有限责任公司
开 本 787 × 1092 1/16
印 张 12
字 数 293 千字
版 次 2011 年 9 月第 1 版山西第 2 次印刷
印 数 4001—10000 册
书 号 ISBN 978 - 7 - 5440 - 4805 - 7
定 价 28.80 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。电话:0358 - 7641044

目 录

第一篇 中考应用专题

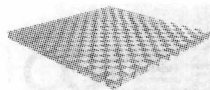
知识网络梳理	(1)
知识运用举例	(2)
知识巩固百题突破	(6)

第二篇 动手操作型专题

知识网络梳理	(53)
知识运用举例	(53)
知识巩固百题突破	(58)

第三篇 函数综合题专题

知识网络梳理	(120)
知识运用举例	(121)
知识巩固百题突破	(132)



第一篇 中考应用专题

知识网络梳理

新的《课程标准》明确指出：“数学是人们生活、劳动和学习必不可少的工具。”为了和新的教育理念接轨，各地中考命题都加大了考查应用题的力度。近几年的数学应用题主要有以下特色：涉及的数学知识并不深奥，也不复杂，无需特殊的解题技巧，涉及的背景材料十分广泛，涉及到社会生产、生活的方方面面；再就是题目文字冗长，常令学生抓不住要领，不知如何解题。解答的关键是要学会运用数学知识去观察、分析、概括所给的实际问题，将其转化为数学模型。

题型1 方程(组)型应用题

方程是描述丰富多彩的现实世界数量关系的最重要的语言，也是中考命题所要考查的重点热点之一。我们必须广泛了解现代社会中日常生活、生产实践、经济活动的有关常识，并学会用数学中方程的思想去分析和解决一些实际问题。解此类问题的方法是：(1)审题，明确未知量和已知量；(2)设未知数，务必写明意义和单位；(3)依题意，找出等量关系，列出等量方程；(4)解方程，必要时验根。

题型2 不等式(组)型应用题

现实世界中不等关系是普遍存在的，许多现实问题很难确定(有时也不需要确定)具体的数值，但可以求出或确定这一问题中某个量的变化范围(趋势)，从而对所研究问题的面貌有一个比较清楚的认识。本篇中，我们所要讨论的问题大多是要求出某个量的取值范围或极端可能性，它们涉及我们日常生活中的方方面面。列不等式时要从题意出发，设好未知量之后，用心体会题目所规定的实际情境，从中找出不等关系。

题型3 函数型应用题

函数及其图象是初中数学的主要内容之一，也是初中数学与高中数学相联系的纽带。它与代数、几何、三角函数等知识有着密切联系，中考命题中既重点考查函数及其图象的有关基础知识，同时以函数为背景的应用性问题也是命题热点之一，多数省市将其作为压轴题。因此，在中考复习中，关注这一热点显得十分重要。解这类题的方法是对问题的审读和理解，掌握用一个变量的代数式表示另一个变量，建立两个变量间的等量关系，同时从题中确定自变量的取值范围。

题型4 统计型应用题

统计的内容有着非常丰富的实际背景，其实际应用性特别强。中考试题的热点之一就是考查统计思想方法，同时考查学生应用数学的意识和处理数据解决实际问题的能力。

题型5 几何型应用题

几何应用题常常以现实生活情景为背景，考查学生识别图形的能力、动手操作图形的能力、运用几何知识解决实际问题的能力以及探索、发现问题的能力和观察、想像、分析、综合、比较、演绎、归纳、抽象、概括、类比、分类讨论、数形结合等数学思想方法。

一、方程(组)型应用题

例 1 由于受甲型 H1N1 流感(起初叫猪流感)的影响,4 月初某地猪肉价格大幅度下调,下调后每斤猪肉价格是原价格的 $\frac{2}{3}$,原来用 60 元买到的猪肉下调后可多买 2 斤.4 月中旬,经专

家研究证实,猪流感不是由猪传染的,很快更名为甲型 H1N1 流感.因此,猪肉价格 4 月底开始回升,经过两个月后,猪肉价格上调为每斤 14.4 元.

(1)求 4 月初猪肉价格下调后每斤多少元.

(2)求 5、6 月份猪肉价格的月平均增长率.

解:(1)设 4 月初猪肉价格下调后每斤 x 元.

$$\text{根据题意,得 } \frac{60}{x} - \frac{60}{\frac{3}{2}x} = 2$$

解得 $x = 10$

经检验, $x = 10$ 是原方程的解

答:4 月初猪肉价格下调后每斤 10 元.

(2)设 5、6 月份猪肉价格的月平均增长率为 y .

$$\text{根据题意,得 } 10(1+y)^2 = 14.4$$

$$\text{解得 } y_1 = 0.2 = 20\%, y_2 = -2.2 (\text{舍去})$$

答:5、6 月份猪肉价格的月平均增长率为 20%.

二、不等式(组)型应用题

例 2 为了抓住世博会商机,某商店决定购进 A、B 两种世博会纪念品.若购进 A 种纪念品 10 件, B 种纪念品 5 件,需要 1 000 元;若购进 A 种纪念品 5 件, B 种纪念品 3 件,需要 550 元.

(1)求购进 A、B 两种纪念品每件各需多少元?

(2)若该商店决定拿出 1 万元全部用来购进这两种纪念品,考虑市场需求,要求购进 A 种纪念品的数量不少于 B 种纪念品数量的 6 倍,且不超过 B 种纪念品数量的 8 倍,那么该商店共有几种进货方案?

(3)若销售每件 A 种纪念品可获利润 20 元,每件 B 种纪念品可获利润 30 元,在第(2)问的各种进货中,哪个方案可获得最大利润?

解:(1)设该商店购进一件 A 种纪念品需要 a 元,购进一件 B 种纪念品需要 b 元

$$\text{则 } \begin{cases} 10a + 5b = 1\,000 \\ 5a + 3b = 550 \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} a = 50 \\ b = 100 \end{cases}$$

$\therefore$ 购进一件 A 种纪念品需要 50 元,购进一件 B 种纪念品需要 100 元

(2)设该商店购进 A 种纪念品 x 个,购进 B 种纪念品 y 个

$$\text{则 } \begin{cases} 50x + 100y = 10\,000 \\ 6y \leq x \leq 8y \end{cases}$$

解得 $20 \leq y \leq 25$

$\therefore y$ 为正整数

$\therefore$ 共有 6 种进货方案

(3) 设总利润为 W 元

$$\begin{aligned} W &= 20x + 30y = 20(200 - 2y) + 30y \\ &= -10y + 4\,000 \quad (20 \leq y \leq 25) \end{aligned}$$

$\therefore -10 < 0 \therefore W$ 随 y 的增大而减小

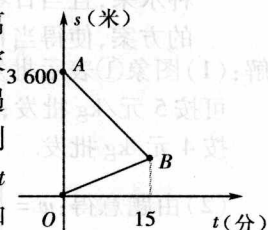
$\therefore$ 当 $y = 20$ 时, W 有最大值

$$W_{\text{最大}} = -10 \times 20 + 4\,000 = 3\,800 \text{ (元)}$$

$\therefore$ 当购进 A 种纪念品 160 件, B 种纪念品 20 件时, 可获最大利润, 最大利润是 3 800 元

三、函数型应用题

例 3 某天, 小明来到体育馆看球赛, 进场时, 发现门票还在家里, 此时离比赛开始还有 25 分钟, 于是立即步行回家取票. 同时, 他父亲从家里出发骑自行车以他 3 倍的速度给他送票, 两人在途中相遇, 相遇后小明立即坐父亲的自行车赶回体育馆. 在图中线段 AB、OB 分别表示父子俩送票、取票过程中, 离体育馆的路程 s (米) 与所用时间 t (分钟) 之间的函数关系, 结合图象解答下列问题 (假设骑自行车和步行的速度始终保持不变):



(1) 求点 B 的坐标和 AB 所在直线的函数关系式;

(2) 小明能否在比赛开始前到达体育馆?

解: (1) 从图象可以看出: 父子俩从出发到相遇时花费了 15 分钟.

设小明步行的速度为 x 米/分, 则小明父亲骑车的速度为 $3x$ 米/分.

依题意得: $15x + 45x = 3\,600$.

解得: $x = 60$.

所以两人相遇处离体育馆的距离为 $60 \times 15 = 900$ 米.

所以点 B 的坐标为 $(15, 900)$.

设直线 AB 的函数关系式为 $s = kt + b$ ($k \neq 0$).

由题意, 直线 AB 经过点 $A(0, 3\,600)$ 、 $B(15, 900)$ 得:

$$\begin{cases} b = 3\,600, \\ 15k + b = 900 \end{cases} \quad \text{解之, 得} \begin{cases} k = -180, \\ b = 3\,600. \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AB 的函数关系式为 $s = -180t + 3\,600$.

(2) 小明取票后, 赶往体育馆的时间为: $\frac{900}{60 \times 3} = 5$ (分钟)

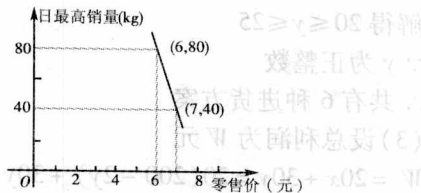
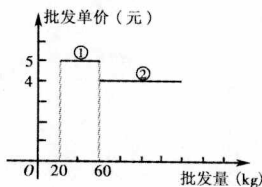
小明取票花费的时间为: $15 + 5 = 20$ (分钟).

$\therefore 20 < 25$,

$\therefore$ 小明能在比赛开始前到达体育馆.

例 4 已知某种水果的批发单价与批发量的函数关系如图甲所示.

(1) 请说明图中①、②两段函数图象的实际意义.



(2) 写出批发该种水果的资金金额 w (元) 与批发量 m (kg) 之间的函数关系式; 在下图的坐标系中画出该函数图象; 指出金额在什么范围内, 以同样的资金可以批发到较多数量的该种水果.

(3) 经调查, 某经销商销售该种水果的日最高销量与零售价之间的函数关系如图乙所示, 该经销商拟每日售出 60 kg 以上该种水果, 且当日零售价不变, 请你帮助该经销商设计进货和销售的方案, 使得当日获得的利润最大.

解: (1) 图象①表示批发量不少于 20 kg 且不多于 60 kg 的该种水果, 可按 5 元/kg 批发; 图象②表示批发量高于 60 kg 的该种水果, 可按 4 元/kg 批发.

(2) 由题意得: $w = \begin{cases} 5m & (20 \leq m \leq 60) \\ 4m & (m > 60) \end{cases}$, 函数图象如图所示.

由图可知资金金额满足 $240 < w \leq 300$ 时, 以同样的资金可批发到较多数量的该种水果.

(3) 设日最高销售量为 x kg ($x > 60$)

则由图乙日零售价 p 满足: $x = 320 - 40p$, 于是 $p = \frac{320 - x}{40}$.

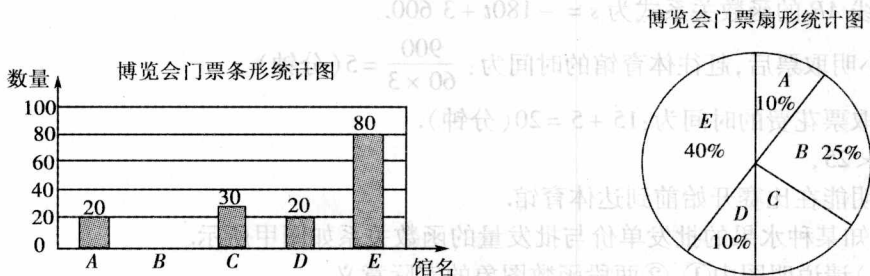
销售利润 $y = x \left(\frac{320 - x}{40} - 4 \right) = -\frac{1}{40}(x - 80)^2 + 160$

当 $x = 80$ 时, $y_{\text{最大值}} = 160$, 此时 $p = 6$

即经销商应批发 80 kg 该种水果, 日零售价定为 6 元/kg, 当日可获得最大利润 160 元.

四、统计型应用题

例 5 某公司组织部分员工到一博览会的 A、B、C、D、E 五个展馆参观, 公司所购门票种类、数量绘制成的条形和扇形统计图如图所示.



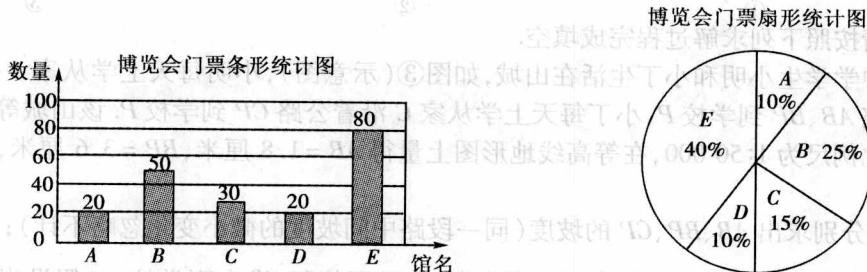
请根据统计图回答下列问题:

(1) 将条形统计图和扇形统计图在图中补充完整.

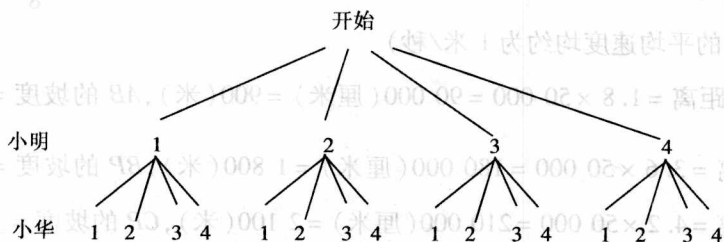


(2) 若 A 馆门票仅剩下一张, 而员工小明和小华都想要, 他们决定采用抽扑克牌的方法来确定, 规则是: “将同一副牌中正面分别标有数字 1, 2, 3, 4 的四张牌洗匀后, 背面朝上放置在桌面上, 每人随机抽一次且一次只抽一张; 一人抽后记下数字, 将牌放回洗匀背面朝上放置在桌面上, 再由另一人抽. 若小明抽得的数字比小华抽得的数字大, 门票给小明, 否则给小华.” 请用画树状图或列表的方法计算出小明和小华获得门票的概率, 并说明这个规则对双方是否公平.

解: (1) B 馆门票为 50 张, C 占 15%.



(2) 画树状图:



共有 16 种可能的结果, 且每种结果的可能性相同, 其中小明可能获得门票的结果有 6 种, 分别是: (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3).

$\therefore$ 小明获得门票的概率 $P_1 = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$, 小华获得门票的概率 $P_2 = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.

$\therefore P_1 < P_2$, $\therefore$ 这个规则对双方不公平.

五、几何型应用题

例 6 阅读下列材料, 并解决后面的问题.

★阅读材料:

(1) 等高线概念: 在地图上, 我们把地面上海拔高度相同的点连成的闭合曲线叫等高线. 例如, 如图①, 把海拔高度是 50 米、100 米、150 米的点分别连接起来, 就分别形成 50 米、100 米、150 米三条等高线.

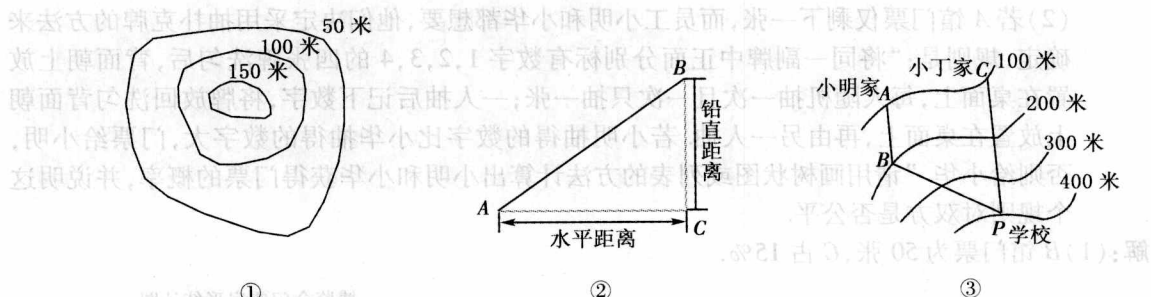
(2) 利用等高线地形图求坡度的步骤如下: (如图②)

步骤一: 根据两点 A、B 所在的等高线地形图, 分别读出点 A、B 的高度;

A、B 两点的铅直距离 = 点 A、B 的高度差;

步骤二: 量出 AB 在等高线地形图上的距离为 d 个单位, 若等高线地形图的比例尺为 1:n, 则 A、B 两点的水平距离 = dn;

步骤三: AB 的坡度 = $\frac{\text{铅直距离}}{\text{水平距离}} = \frac{\text{点 A、B 的高度差}}{dn}$.



★请按照下列求解过程完成填空.

某中学学生小明和小丁生活在山城,如图③(示意图),小明每天上学从家A经过B沿着公路AB、BP到学校P,小丁每天上学从家C沿着公路CP到学校P.该山城等高线地形图的比例尺为1:50 000,在等高线地形图上量得 $AB=1.8$ 厘米, $BP=3.6$ 厘米, $CP=4.2$ 厘米.

(1)分别求出AB、BP、CP的坡度(同一段路中间坡度的微小变化忽略不计);

(2)若他们早晨7点同时步行从家出发,中途不停留,谁先到学校?(假设当坡度在 $\frac{1}{10}$ 到 $\frac{1}{8}$ 之间时,小明和小丁步行的平均速度均约为1.3米/秒;当坡度在 $\frac{1}{8}$ 到 $\frac{1}{6}$ 之间时,小明和小丁步行的平均速度均约为1米/秒)

解:(1)AB的水平距离 $=1.8 \times 50\,000 = 90\,000$ (厘米) $=900$ (米),AB的坡度 $=\frac{200-100}{900} = \frac{1}{9}$;

BP的水平距离 $=3.6 \times 50\,000 = 180\,000$ (厘米) $=1\,800$ (米),BP的坡度 $=\frac{400-200}{1\,800} = \frac{1}{9}$;

CP的水平距离 $=4.2 \times 50\,000 = 210\,000$ (厘米) $=2\,100$ (米),CP的坡度 $=$ _____.

(2)因为 $\frac{1}{10} < \frac{1}{9} < \frac{1}{8}$,所以小明在路段AB、BP上步行的平均速度均约为1.3米/秒,因为_____,所以小丁在路段CP上步行的平均速度约为_____米/秒,斜坡AB的距离 $=\sqrt{900^2+100^2} \approx 906$ (米),斜坡BP的距离 $=\sqrt{1\,800^2+200^2} \approx 1\,811$ (米),斜坡CP的距离 $=\sqrt{2\,100^2+300^2} \approx 2\,121$ (米),所以小明从家到学校的时间 $\approx \frac{906+1\,811}{1.3} = 2\,090$ (秒).小丁

从家到学校的时间约为_____秒.因此,_____先到学校.

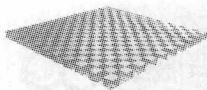
答案: $\frac{1}{7} \quad \frac{1}{8} < \frac{1}{7} < \frac{1}{6} \quad 1\,212$ 小明

知识巩固百题突破

一、方程(组)型应用题

1. 铭润超市用5 000元购进一批新品种的苹果进行试销,由于销售状况良好,超市又调拨11 000元资金购进该品种苹果,但这次的进货价比试销时每千克多了0.5元,购进苹果数量是试销时的2倍.

(1)试销时该品种苹果的进货价是每千克多少元?



(2) 如果超市将该品种苹果按每千克 7 元的定价出售, 当大部分苹果售出后, 余下的 400 千克按定价的七折(“七折”即定价的 70%) 售完, 那么超市在这两次苹果销售中共盈利多少元?

1. 解: (1) 设试销时这种苹果的进货价是每千克 x 元, 依题意, 得

$$\frac{11\ 000}{x+0.5} = \frac{5\ 000}{x} \times 2$$

解之, 得 $x = 5$

经检验, $x = 5$ 是原方程的解.

(2) 试销时进苹果的数量为: $\frac{5\ 000}{5} = 1\ 000$ (千克)

第二次进苹果的数量为: $2 \times 1\ 000 = 2\ 000$ (千克)

盈利为: $2\ 600 \times 7 + 400 \times 7 \times 0.7 - 5\ 000 - 11\ 000 = 4\ 160$ (元)

答: 试销时苹果的进货价是每千克 5 元, 商场在两次苹果销售中共盈利 4 160 元.

2. 在我市某一城市美化工程招标时, 有甲、乙两个工程队投标, 经测算: 甲队单独完成这项工程需要 60 天, 若由甲队先做 20 天, 剩下的工程由甲、乙合作 24 天可完成.

(1) 乙队单独完成这项工程需要多少天?

(2) 甲队施工一天, 需付工程款 3.5 万元, 乙队施工一天需付工程款 2 万元. 若该工程计划在 70 天内完成, 在不超过计划天数的前提下, 是由甲队或乙队单独完成工程省钱, 还是由甲乙两队全程合作完成该工程省钱?

2. 解: (1) 设乙队单独完成需 x 天

根据题意, 得 $\frac{1}{60} \times 20 + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{60} \right) \times 24 = 1$

解这个方程, 得 $x = 90$

经检验, $x = 90$ 是原方程的解.

$\therefore$ 乙队单独完成需 90 天.

(2) 设甲、乙合作完成需 y 天, 则有 $\left(\frac{1}{60} + \frac{1}{90} \right) y = 1$

解得 $y = 36$

甲单独完成需付工程款为 $60 \times 3.5 = 210$ (万元)

乙单独完成超过计划天数不符合题意

甲、乙合作完成需付工程款为 $36(3.5 + 2) = 198$ (万元)

答: 在不超过计划天数的前提下, 由甲、乙合作完成最省钱.

3. 为了支援抗震救灾, 某休闲用品有限公司主动承担了为灾区生产 2 万顶帐篷的任务, 计划 10 天完成.

(1) 按此计划, 该公司平均每天应生产帐篷 2000 顶;

(2) 生产 2 天后, 公司又从其他部门抽调了 50 名工人参加帐篷生产, 同时, 通过技术革新等手段使每位工人的工作效率比原计划提高了 25%, 结果提前 2 天完成了生产任务. 求该公司原计划安排多少名工人生产帐篷?

3. 解: (1) 2 000

(2) 设该公司原计划安排 x 名工人生产帐篷, 则由题意得:

$$\frac{2\ 000}{x} (1 + 25\%) = \frac{20\ 000 - 2 \times 2\ 000}{(10 - 2 - 2)(x + 50)},$$

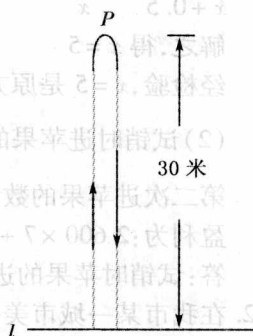
$$\frac{5}{x} = \frac{16}{3(x+50)}$$

解这个方程,得 $x = 750$.

经检验, $x = 750$ 是所列方程的根,且符合题意.

答:该公司原计划安排 750 名工人生产帐篷.

4. 甲、乙两同学玩“托球赛跑”游戏,商定:用球拍托着乒乓球从起跑线 l 起跑,绕过 P 点跑回到起跑线(如图所示);途中乒乓球掉下时需捡起并回到掉球处继续赛跑,用时少者胜.结果:甲同学由于心急,掉了球,浪费了 6 秒钟,乙同学则顺利跑完.事后,甲同学说:“我俩所用的全部时间的和为 50 秒”,乙同学说:“捡球过程不算在内时,甲的速度是我的 1.2 倍”.根据图文信息,请问哪位同学获胜?



第4题图

4. 解一:设乙同学的速度为 x 米/秒,则甲同学的速度为 $1.2x$ 米/秒,

根据题意,得 $\left(\frac{60}{1.2x} + 6\right) + \frac{60}{x} = 50$,

解得 $x = 2.5$.

经检验, $x = 2.5$ 是方程的解,且符合题意. $\therefore$ 甲同学所用的时间为:

$\frac{60}{1.2x} + 6 = 26$ (秒),乙同学所用的时间为: $\frac{60}{x} = 24$ (秒). $\because 26 > 24$, $\therefore$ 乙同学获胜.

解二:设甲同学所用的时间为 x 秒,乙同学所用的时间为 y 秒,

根据题意,得
$$\begin{cases} x + y = 50, \\ \frac{60}{x - 6} = 1.2 \times \frac{60}{y} \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 26, \\ y = 24. \end{cases}$$

经检验, $x = 26, y = 24$ 是方程组的解,且符合题意.

$\because x > y$, $\therefore$ 乙同学获胜.

5. 某公司投资新建了一商场,共有商铺 30 间.据预测,当每间的年租金定为 10 万元时,可全部租出.每间的年租金每增加 5 000 元,少租出商铺 1 间.该公司要为租出的商铺每间每年交各种费用 1 万元,未租出的商铺每间每年交各种费用 5 000 元.

(1) 当每间商铺的年租金定为 13 万元时,能租出多少间?

(2) 当每间商铺的年租金定为多少万元时,该公司的年收益(收益 = 租金 - 各种费用)为 275 万元?

5. 解:(1) $\because 30\,000 \div 5\,000 = 6$, $\therefore$ 能租出 24 间.

(2) 设每间商铺的年租金增加 x 万元,则

$$\left(30 - \frac{x}{0.5}\right) \times (10 + x) - \left(30 - \frac{x}{0.5}\right) \times 1 - \frac{x}{0.5} \times 0.5 = 275,$$

$2x^2 - 11x + 5 = 0$, $\therefore x = 5$ 或 0.5 , $\therefore$ 每间商铺的年租金定为 10.5 万元或 15 万元,该公司年收益为 275 万元.

6. 随着人们经济收入的不断提高及汽车产业的快速发展,汽车已越来越多地进入普通家庭,成为居民消费新的增长点.据某市交通部门统计,2007 年底全市汽车拥有量为 150 万辆,而截止到 2009 年底,全市的汽车拥有量已达 216 万辆.

(1) 求 2007 年底至 2009 年底该市汽车拥有量的年平均增长率.

(2) 为保护城市环境,缓解汽车拥堵状况,该市交通部门拟控制汽车总量,要求到 2011 年底



全市汽车拥有量不超过 231.96 万辆;另据估计,从 2010 年初起,该市此后每年报废的汽车数量是上年底汽车拥有量的 10%. 假定每年新增汽车数量相同,请你计算出该市每年新增汽车数量最多不能超过多少万辆.

6. 解:(1) 设该市汽车拥有量的年平均增长率为 x . 根据题意,得 $150(1+x)^2 = 216$
解得 $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = -2.2$ (不合题意,舍去).

答:该市汽车拥有量的年平均增长率为 20%.

(2) 设全市每年新增汽车数量为 y 万辆,则 2010 年底全市的汽车拥有量为 $(216 \times 90\% + y)$ 万辆,2011 年底全市的汽车拥有量为 $[(216 \times 90\% + y) \times 90\% + y]$ 万辆. 根据题意,得
 $(216 \times 90\% + y) \times 90\% + y \leq 231.96$

解得 $y \leq 30$

答:该市每年新增汽车数量最多不能超过 30 万辆.

7. 某批发商以每件 50 元的价格购进 800 件 T 恤,第一个月以单价 80 元销售,售出了 200 件;第二个月如果单价不变,预计仍可售出 200 件,批发商为增加销售量,决定降价销售,根据市场调查,单价每降低 1 元,可多售出 10 件,但最低单价应高于购进的价格;第二个月结束后,批发商将对剩余的 T 恤一次性清仓销售,清仓时单价为 40 元,设第二个月单价降低 x 元.
(1) 填表 (不需化简).

时间	第一个月	第二个月	清仓时
单价(元)	80		40
销售量(件)	200		

(2) 如果批发商希望通过销售这批 T 恤获利 9 000 元,那么第二个月的单价应是多少元?

7. 解:(1) $80 - x$ $200 + 10x$ $800 - 200 - (200 + 10x)$

(2) 根据题意,得

$$80 \times 200 + (80 - x)(200 + 10x) + 40[800 - 200 - (200 + 10x)] - 50 \times 800 = 9\,000.$$

整理,得 $x^2 - 20x + 100 = 0$.

解这个方程,得 $x_1 = x_2 = 10$. 当 $x = 10$ 时, $80 - x = 70 > 50$.

答:第二个月的单价应是 70 元.

8. 某楼盘准备以每平方米 5 000 元的均价对外销售,由于国务院有关房地产的新政策出台后,购房者持币观望. 为了加快资金周转,房地产开发商对价格经过两次下调后,决定以每平方米 4 050 元的均价开盘销售.

(1) 求平均每次下调的百分率.

(2) 某人准备以开盘均价购买一套 100 平方米的房子. 开发商还给予以下两种优惠方案以供选择:①打 9.8 折销售;②不打折,送两年物业管理费. 物业管理费是每平方米每月 1.5 元. 请问哪种方案更优惠?

8. 解:(1) 设平均每次降价的百分率是 x ,依题意得

$$5\,000(1-x)^2 = 4\,050$$

解得: $x_1 = 10\%$ $x_2 = 1.9$ (不合题意,舍去)

答:平均每次降价的百分率为 10%.

(2) 方案①的房款是: $4\,050 \times 100 \times 0.98 = 396\,900$ (元)

方案②的房款是: $4\,050 \times 100 - 1.5 \times 100 \times 12 \times 2 = 401\,400$ (元)

$\therefore 396\,900 < 401\,400 \therefore$ 选方案①更优惠.

9. 注意:为了使同学们更好地解答本题,我们提供了一种解题思路,你可以依照这个思路按下面的要求填空,完成本题的解答.也可以选用其他的解题方案,此时不必填空,只需按照解答题的一般要求进行解答.

青山村种的水稻 2007 年平均每公顷产 8 000 kg,2009 年平均每公顷产 9 680 kg,求该村水稻每公顷产量的年平均增长率.

解题方案:

(I) 设该村水稻每公顷产量的年平均增长率为 x .

(I) 用含 x 的代数式表示:

① 2008 年种的水稻平均每公顷的产量为 _____;

② 2009 年种的水稻平均每公顷的产量为 _____;

(II) 根据题意,列出相应方程 _____;

(III) 解这个方程,得 _____;

(IV) 检验: _____;

(V) 答:该村水稻每公顷产量的年平均增长率为 _____ %.

9. 解:(I) ① $8\,000(1+x)$ ② $8\,000(1+x)^2$

(II) $8\,000(1+x)^2 = 9\,680$

(III) $x_1 = 0.1, x_2 = -2.1$

(IV) $x_1 = 0.1, x_2 = -2.1$ 都是原方程的根,但 $x_2 = -2.1$ 不符合题意,所以只取 $x = 0.1$

(V) 10

10. 随着人民生活水平的不断提高,我市家庭轿车的拥有量逐年增加.据统计,某小区 2008 年年底拥有家庭轿车 64 辆,2010 年年底家庭轿车的拥有量达到 100 辆.

(1) 若该小区 2008 年年底到 2011 年年底家庭轿车拥有量的年平均增长率都相同,求该小区到 2011 年年底家庭轿车将达到多少辆?

(2) 为了缓解停车矛盾,该小区决定投资 15 万元再建造若干个停车位.据测算,建造费用分别为室内车位 5 000 元/个,露天车位 1 000 元/个,考虑到实际因素,计划露天车位的数量不少于室内车位的 2 倍,但不超过室内车位的 2.5 倍,求该小区最多可建两种车位各多少个?试写出所有可能的方案.

10. 解:(1) 设家庭轿车拥有量的年平均增长率为 x ,则: $64(1+x)^2 = 100$,

解得: $x_1 = \frac{1}{4} = 25\%$, $x_2 = -\frac{9}{4}$ (不合题意,舍去), $\therefore 100(1+25\%) = 125$.

答:该小区到 2011 年年底家庭轿车将达到 125 辆.

(2) 设该小区可建室内车位 a 个,露天车位 b 个,则:

$$\begin{cases} 0.5a + 0.1b = 15 & \text{①} \\ 2a \leq b \leq 2.5a & \text{②} \end{cases}$$

由①得: $b = 150 - 5a$ 代入②得: $20 \leq a \leq \frac{150}{7}$

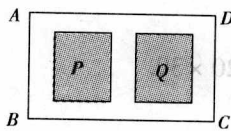
$\therefore a$ 是正整数, $\therefore a = 20$ 或 21, 当 $a = 20$ 时 $b = 50$, 当 $a = 21$ 时 $b = 45$.

$\therefore$ 方案一:建室内车位 20 个,露天车位 50 个;方案二:建室内车位 21 个,露天车位 45 个.

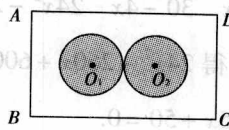
11. 要对一块长 60 米、宽 40 米的矩形荒地 $ABCD$ 进行绿化和硬化.

(1) 设计方案如图①所示,矩形 P 、 Q 为两块绿地,其余为硬化路面, P 、 Q 两块绿地周围的硬化路面宽都相等,并使两块绿地面积的和为矩形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$,求 P 、 Q 两块绿地周围的

硬化路面的宽.



①



②

第 11 题图

(2) 某同学有如下设想:设计绿化区域为相外切的两等圆,圆心分别为 O_1 和 O_2 ,且 O_1 到 AB 、 BC 、 AD 的距离与 O_2 到 CD 、 BC 、 AD 的距离都相等,其余为硬化地面,如图②所示,这个设想是否成立?若成立,求出圆的半径;若不成立,说明理由.

11. 解:(1) 设 P 、 Q 两块绿地周围的硬化路面的宽都为 x 米,根据题意,得:

$$(60 - 3x) \times (40 - 2x) = 60 \times 40 \times \frac{1}{4}$$

解之,得: $x_1 = 10$, $x_2 = 30$ 经检验, $x_2 = 30$ 不符合题意,舍去.
所以,两块绿地周围的硬化路面宽都为 10 米.

(2) 设想成立.

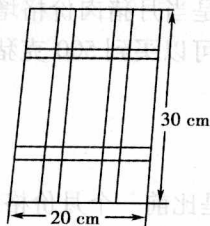
设圆的半径为 r 米, O_1 到 AB 的距离为 y 米,根据题意,得:

$$\begin{cases} 2y = 40 \\ 2y + 2r = 60 \end{cases}$$

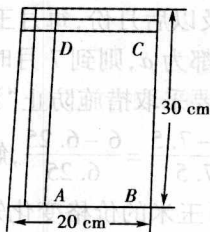
解得: $y = 20$, $r = 10$. 符合实际. 所以,设想成立,此时,圆的半径是 10 米.

12. 注意:为了使同学们更好地解答本题,我们提供了一种解题思路,你可以依照这个思路填空,并完成本题解答的全过程. 如果你选用其他的解题方案,此时不必填空,只需按照解答题的一般要求进行解答即可.

如图①,要设计一幅宽 20 cm,长 30 cm 的矩形图案,其中有两横两竖的彩条,横、竖彩条的宽度比为 2:3,如果要使所有彩条所占面积为原矩形图案面积的三分之一,应如何设计每个彩条的宽度?



①



②

第 12 题图

分析:由横、竖彩条的宽度比为 2:3,可设每个横彩条的宽为 $2x$,则每个竖彩条的宽为 $3x$. 为更好地寻找题目中的等量关系,将横、竖彩条分别集中,原问题转化为如图②的情况,得到矩形 $ABCD$.

(I) 结合以上分析完成填空:如图②,用含 x 的代数式表示:

$AB =$ _____ cm;

$AD =$ _____ cm;

矩形 $ABCD$ 的面积为 _____ cm^2 .

(II) 列出方程并完成本题解答.

12. 解: (I) $20 - 6x - 30 - 4x - 24x^2 - 260x + 600$

(II) 根据题意, 得 $24x^2 - 260x + 600 = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times 20 \times 30$.

整理, 得 $6x^2 - 65x + 50 = 0$.

解方程, 得 $x_1 = \frac{5}{6}$, $x_2 = 10$ (不合题意, 舍去).

则 $2x = \frac{5}{3}$, $3x = \frac{5}{2}$.

答: 每个横、竖彩条的宽度分别为 $\frac{5}{3}$ cm, $\frac{5}{2}$ cm.

13. 【实际背景】

预警方案确定:

设 $W = \frac{\text{当月的 500 克猪肉价格}}{\text{当月的 500 克玉米价格}}$, 如果当月 $W < 6$, 则下个月要采取措施防止“猪贱伤农”.

【数据收集】

今年 2 月 ~ 5 月玉米、猪肉价格统计表

月份	2	3	4	5
玉米价格(元/500 克)	0.7	0.8	0.9	1
猪肉价格(元/500 克)	7.5	m	6.25	6

【问题解决】

(1) 若今年 3 月的猪肉价格比上月下降的百分数与 5 月的猪肉价格比上月下降的百分数相等, 求 3 月的猪肉价格 m ;

(2) 若今年 6 月及以后月份, 玉米价格增长的规律不变, 而每月的猪肉价格按照 5 月的猪肉价格比上月下降的百分数继续下降, 请你预测 7 月时是否要采取措施防止“猪贱伤农”;

(3) 若今年 6 月及以后月份, 每月玉米价格增长率是当月猪肉价格增长率的 2 倍, 而每月的猪肉价格增长率都为 a , 则到 7 月时只用 5.5 元就可以买到 500 克猪肉和 500 克玉米. 请你预测 8 月时是否要采取措施防止“猪贱伤农”.

13. 解: (1) 由题意 $\frac{m - 7.5}{7.5} = \frac{6 - 6.25}{6.25}$, 解得: $m = 7.2$.

(2) 从 2 月 ~ 5 月玉米的价格变化知, 后一个月总是比前一个月价格每 500 克增长 0.1 元.
 $\therefore$ 6 月玉米的价格是: 1.1 元/500 克.

$\therefore$ 5 月增长率: $\frac{6 - 6.25}{6.25} = -\frac{1}{25}$,

$\therefore$ 6 月猪肉的价格: $6(1 - \frac{1}{25}) = 5.76$ 元/500 克.

$\therefore W = \frac{5.76}{1.1} = 5.24 < 6$, 要采取措施.

(3) 7 月猪肉价格是: $6(1 + a)^2$ 元/500 克;

7 月玉米价格是: $1(1 + 2a)^2$ 元/500 克;

由题意, 得 $6(1 + a)^2 + 1(1 + 2a)^2 = 5.5$,

解得 $a = -\frac{1}{10}$ 或 $a = -\frac{3}{2}$ $a = -\frac{3}{2}$ 不合题意,舍去.

$$\therefore W = \frac{6\left(1 - \frac{1}{10}\right)^2}{1\left(1 - \frac{1}{5}\right)^2} \approx 7.59 > 6,$$

$\therefore$ 不(或:不一定)需要采取措施.

14. 机械加工需要用油进行润滑以减少摩擦,某企业加工一台大型机械设备润滑用油 90 千克,用油的重复利用率为 60%,按此计算,加工一台大型机械设备的实际耗油量为 36 千克.为了建设节约型社会,减少油耗,该企业的甲、乙两个车间都组织了人员为减少实际耗油量进行攻关.

(1) 甲车间通过技术革新后,加工一台大型机械设备润滑用油量下降到 70 千克,用油的重复利用率仍然为 60%. 问甲车间技术革新后,加工一台大型机械设备的实际耗油量是多少千克?

(2) 乙车间通过技术革新后,不仅降低了润滑用油量,同时也提高了用油的重复利用率,并且发现在技术革新基础上,润滑用油量每减少 1 千克,用油量的重复利用率将增加 1.6%. 这样乙车间加工一台大型机械设备的实际耗油量下降到 12 千克. 问乙车间技术革新后,加工一台大型机械设备润滑用油量是多少千克? 用油的重复利用率是多少?

14. 解:(1) 由题意,得 $70 \times (1 - 60\%) = 70 \times 40\% = 28$ (千克)

(2) 设乙车间加工一台大型机械设备润滑用油量为 x 千克

由题意,得 $x \times [1 - (90 - x) \times 1.6\% - 60\%] = 12$

整理,得 $x^2 - 65x - 750 = 0$

解得: $x_1 = 75, x_2 = -10$ (舍去)

$(90 - 75) \times 1.6\% + 60\% = 84\%$

答:(1) 技术革新后,甲车间加工一台大型机械设备的实际耗油量是 28 千克.

(2) 技术革新后,乙车间加工一台大型机械设备润滑用油量是 75 千克,用油的重复利用率是 84%.

15. 某水果经销商上月份销售一种新上市的水果,平均售价为 10 元/千克,月销售量为 1 000 千克.经市场调查,若将该种水果价格调低至 x 元/千克,则本月份销售量 y (千克)与 x (元/千克)之间满足一次函数关系 $y = kx + b$. 且当 $x = 7$ 时, $y = 2\,000$; $x = 5$ 时, $y = 4\,000$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 已知该种水果上月份的成本价为 5 元/千克,本月份的成本价为 4 元/千克,要使本月份销售该种水果所获利润比上月份增加 20%,同时又要让顾客得到实惠,那么该种水果价格每千克应调低至多少元? [利润 = 售价 - 成本价]

15. 解:(1) 由已知得 $\begin{cases} 7k + b = 2\,000 \\ 5k + b = 4\,000 \end{cases}$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -1\,000 \\ b = 9\,000 \end{cases}$$

$$\therefore y = -1\,000x + 9\,000$$

(2) 由题意可得 $1\,000(10 - 5)(1 + 20\%) = (-1\,000x + 9\,000)(x - 4)$

整理得 $x^2 - 13x + 42 = 0$

解得 $x_1 = 6, x_2 = 7$ (舍去)