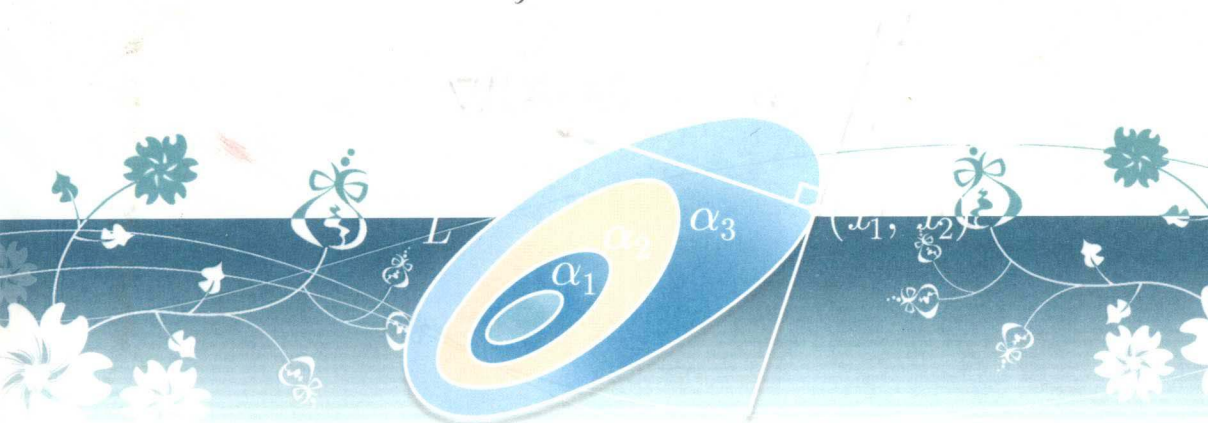


美女数学花园
Meimiao Shuxue Huayuan



魏权龄 著

优化模型 与经济



科学出版社

美女数学花园

优化模型 与经济

魏权龄 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

西方经济学是将“消费者追求最大效用,生产者追求最大利润”作为一条最优化的准则.基于这条准则,本书用14章讲述在经济活动中与其相关的最优化模型.

本书讲述厂商如何组织生产的优化模型、消费理论和福利最大化模型、商品交换模型、瓦尔拉斯一般均衡模型以及厂商之间的竞争、合作和垄断等模型,讨论了“供给”和“需求”之间相互作用的关系.可以看出,商品的“均衡价格”是由一双“看不见的手”所决定的.

本书是为中学生和大学生写的关于数学与经济的一本通俗读物.

图书在版编目(CIP)数据

优化模型与经济/魏权龄著. —北京:科学出版社,2011
(美妙数学花园)

ISBN 978-7-03-031521-2

I. ①优… II. ①魏… III. ①优化模型:经济模型 IV. ①F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第112802号

责任编辑:陈玉琢/责任校对:刘亚琦

责任印制:钱玉芬/封面设计:王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011年6月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2011年6月第一次印刷 印张:15 1/4

印数:1—5 000 字数:281 000

定价:38.00元

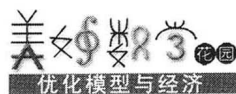
(如有印装质量问题,我社负责调换)

《美妙数学花园》丛书序

今天,人类社会已经从渔猎时代、农耕时代、工业时代,发展到信息时代.科学技术的巨大成就,为人类带来了丰富的物质财富和越来越美好的生活.而信息时代高度发达的科学技术的基础,本质上是数学科学.

自从人类建立了现行的学校教育体制,语文和数学就是中小学两门最主要的课程.如果说文学因为民族的差异,在各个国家之间有很大的不同,那么数学在世界上所有的国家都是一致的,仅有教学深浅、课本编排的不同.

我国在清末民初时期西学东渐,逐步从私塾科举过渡到现代的学校教育;一直十分重视数学.中华民族的有识之士从清朝与近代科技隔绝的情况下起步,迅速学习了西方的民主与科学.在20世纪前半叶短短的几十年间,在我们自己的小学、中学、大学毕业,然后留学欧美的学生当中,不仅产生了一批社会科学方面的大师,



而且产生了数学、物理学等自然科学领域对学科发展做出了重大贡献的享誉世界的科学家. 他们的成就表明, 有着五千年灿烂文化的中华民族是有能力在科学技术领域达到世界先进水平的.

在 20 世纪五六十年代, 为了选拔和培养拔尖的数学人才, 华罗庚与当时中国的许多知名数学家一道, 学习苏联的经验, 提倡和组织了数学竞赛. 数学家们为中学生举办了专题讲座, 并且在讲座的基础上出版了一套面向中学生的《数学小丛书》. 当年爱好数学的中学生十分喜爱这套丛书. 在经历过那个时代的中国科学院院士和全国高等院校的数学教授当中, 几乎所有的人都读过这套丛书.

诚然, 我国目前的数学竞赛和数学教育由于体制的问题备遭诟病. 但是我们相信, 成长在信息时代的今天的中学生们, 会有更多的孩子热爱数学; 置身于社会转型时期的中学里, 会有更多的数学教师渴望培养出优秀的科技人才.

数学家能够为中学生和中学教师们做些什么呢? 数学本身是美好的, 就像一个美丽的花园. 这个花园很大,

我们并不能走遍她,完全地了解她.但是我们仍然愿意将自己心目中美好的数学,将我们对数学的点滴领悟,写给喜爱数学的中学生和数学老师们.

张英伯

2011 年 5 月

前 言

本书是为中学生和大学生写的一本通俗读物.其目的是讲述数学中的最优化方法在经济中得到应用的一些模型例证.

我们在就读中学时,碰到的第一个与“最优”有关的问题是:“用一根长度为 L 的绳子围成一个矩形菜地,问其长和宽各为多少时,其面积最大”.实际上,在研究与经济、管理有关的问题时,不可避免地也要涉及与“优化”有关的问题.有人考证,“最优化”一词在经济学英文辞典中,是出现频率最高的.西方经济学是将“消费者追求最大效用,生产者追求最大利润”作为一条最优化的准则.经济学家所说的“以最小的耗费,取得最大的效果”,“稀缺资源的最优利用”等,都是与“最大”、“最小”相关联的,是在一定的目标和约束条件之下,追求“最优”.经济学研究的“数学化”倾向是一个不争的事实.经济学研究的某些方面是可以用到数学



的, 甚至包括一些很高深的数学. 反之, 经济学也为数学与经济学的某些交叉研究和应用提供了用武之地. 同时也促进了学科的发展.

本书讲述经济学中与“优化”有关的、并能为读者所接受的一些优化模型, 也包括与其相关的经济学中的一些概念和术语. 为了叙述方便, 各模型都以两个变量的形式给出, 这是因为可以用图解的方式进行讨论和求解. 同时, 也不难将两个变量的优化模型推广到多于两个变量的场合.

阅读本书所需的数学, 以中学数学为主. 超出中学数学的内容在本书的相关章节, 均用附录形式进行了专门讲解 (也包括与数学有关的经济概念). 各章中, 都配备了数值例子和大量图示, 便于读者阅读和对模型的理解. 书中带“*”的章节, 读者在初读时可以跳过.

本书各章内容安排如下:

第1章 生产者追求最大利润. 介绍生产者以利润最大化为目标的资源配置模型. 本章与以下3章 (第2~4章) 均属于生产经济学的范畴.

第2章 厂商的最佳预算模型. 在西方经济学中, 将生产者或企业统称为“厂商”. 本章中是讨论厂商为追求利润最大化, 如何对资金投入进行优化 (即求“最佳

预算”).

第3章 产出最大化和成本最小化. 因为厂商在进行生产时, 除了以利润最大化作为目标之外, 也可能在总成本给定前提下, 追求产出 (产值或产量) 最大化; 或者在产出给定前提下, 追求成本最小化. 本章分别讨论了产出最大化模型和成本最小化模型.

第4章 生产要素有限制的资源配置模型. 前3章讨论的模型中, 对生产要素 (即进行生产时所需的资金、劳动力等投入, 统称为“生产要素”) 是有限制的. 本章讨论的是当生产要素有限制时, 如何进行资源最优配置. 在这种情况下, 虽然在建立模型上没有太多的难处; 但在对模型的分析 and 求解上, 却有本质的区别 (这里, 不能再使用拉格朗日乘子法, 必须用到库恩-塔克条件).

第5章 中央对地方的资金分配模型. 本章讨论计划部门的资金, 如何分配给所属的企业的最优决策模型. 为方便, 这里将计划部门比作中央, 所属企业比作地方.

第6章 多阶段生产的动态优化模型. 本章讨论对给定的原料用于两种生产方式进行生产, 生产产品之后, 除了获得收益, 还可对两种生产方式各自投入的原料进行部分回收. 之后, 将回收的原料之和再用作两种生产方式的下一阶段的生产, 等等. 我们的问题是: 生产的



阶段数给定后, 在每个阶段如何作出原料分配的决策, 使得总收益最大. 本章中介绍的建模和求解方法属于动态规划范畴.

第 7 章 工厂如何制定生产计划. 本章讨论工厂在使用几种原料生产多种产品时, 如何通过优化模型确定对各种产品的生产数量 (即制定生产计划). 同时, 由模型求得的原料的“影子价格” (可以看成是工厂对各原料的一种“内部价格”), 给出厂方扩大再生产的建议.

第 8 章 福利最大化模型. 本章首先在给出多目标规划模型和多目标之下 Pareto 最优概念的基础上, 讨论了多目标模型在福利经济学中的应用. 通过企业中工资分配的例子, 指出了“政策”对企业中各“福利集团”的影响, 以及对“政策”本身的评价.

第 9 章 交换才能生财 —— 艾奇沃思盒状图. 从这章开始讨论市场. 本章讨论两个人拥有两种商品的交换模型. 市场的特征是交换, 对整个社会来说, 交换才能改善资源配置的效率; 对个人来说, 交换才能提高自己的效用 (这里的效用, 可以理解为满意的程度), 即交换才能生财. 本章通过艾奇沃思盒状图, 研究拥有商品的两个人是以什么原则进行商品交换的, 以及他们是怎样进行商品交换的.

第 10 章 市场机制——看不见的手. 对于一件商品而言, 有众多的商品生产者 (也称为厂商), 也有众多的商品需求者 (也称为消费者). 本章从生产和消费出发, 使用优化模型研究市场的运行机制和“均衡价格”的形成. 可以看出, 是由一双看不见的手决定了商品的价格——称为均衡价格. 同时, 也研究了商品价格与生产技术的提高、生活水平的提高之间的关系.

第 11 章 瓦尔拉斯一般均衡. 供给必须满足需求, 这是保证社会稳定的最基本的条件. 瓦尔拉斯一般均衡理论证明了, 对于完全竞争的市场而言, 市场上的多种商品总存在一组价格 (称为均衡价格), 在这组价格体系之下, 能使供给满足需求. 这里所说的“完全竞争的市场”的最基本特征, 简单地说是: 市场上有众多的商品生产者, 也有众多的消费者, 并且商品的价格不能由少数人操纵和垄断等条件.

第 12 章 双头竞争模型——古诺模型. 第 10 章和第 11 章, 都是在经济学上所说的完全竞争市场的基础上讨论的. 本章和以下两章 (第 13 章和第 14 章) 的市场机制, 均属于不完全竞争的市场. 若某一行业完全被两个大厂商所垄断, 称其为双头垄断.

双头垄断又有多种形式. 本章讨论两个厂商的地位



完全平等(即两厂商谁也不能主导谁),他们之间没有任何协商与合作,而且双方在选择各自的最优策略时,必须要考虑到对方也是在选择他的最优策略.两个厂商之间的唯一联系是:虽然每个厂商可以独立确定自己商品的供给量,但价格却是与两个厂商对市场提供的该商品量之和所决定的.该模型称为“古诺模型”.

第 13 章 具有主从关系的模型——斯塔伯格模型. 本章的斯塔伯格模型,是讨论两个厂商具有主从关系的市场结构.所谓两个厂商具有主从关系是指:起主导地位的厂商 I (也被称为领导者)能够获得这样的信息:当厂商 I 决定生产产品的数量之后,厂商 I 能够知道:处于从属地位的厂商 II (被称为追随者)能作出怎样的决策.厂商 I 根据上述信息,首先作出最优决策;厂商 II 只能跟随其后,再选取自己的最优决策.可以看出,处于“主导”地位的厂商 I 所得到的利润,要多于处于从属地位的厂商 II 所获得的利润.

第 14 章 厂商勾结——行业垄断的张伯伦模型. 两个厂商之间不管是独立竞争(如第 12 章的古诺模型),还是处于主从关系的竞争(如第 13 章的斯坦伯格模型),双方在价格和利润方面都是彼此依存的.竞争的结果,会产生合作、联合、垄断等形式,统称为“勾结”.张伯伦

前 言

模型则是属于行业垄断. 它是以整个行业利润最大化为目标, 掌控了该产品的产量、价格和利润. 可以看出, 行业垄断商以减少商品的生产, 依靠提高商品价格, 获得高利润.

最后, 作者在此衷心感谢对本书给予支持和帮助的各位专家和同仁.

作 者

2011 年 5 月



目 录

《美妙数学花园》丛书序

前言

第 1 章 生产者追求最大利润	1
1.1 资源最优配置 —— 厂商的最大利润模型	1
1.2 附录：边际产出、生产函数、等高线和凹 函数	6
第 2 章 厂商的最佳预算模型	15
2.1 厂商的最佳预算模型	15
2.2 非理智厂商的零结算模型	24
2.3 附录：无约束极值；拥挤 —— 俱乐部函数 ..	26
第 3 章 产出最大化和成本最小化	35
3.1 产出最大化模型	35
3.2 成本最小化模型	40
3.3 附录：梯度、拉格朗日乘子法、数学规 划、图解法	44

第 4 章	生产要素有限制的资源配置模型	56
4.1	生产要素有限制的产出最大化模型	57
4.2	库恩 - 塔克条件	64
4.3	生产要素有限制的成本最小化模型	72
*4.4	附录: 库恩 - 塔克定理	81
第 5 章	中央对地方的资金分配模型	85
5.1	集中决策模型	85
5.2	分散决策模型	90
5.3	资金分配的办法 —— 试错法	91
第 6 章	多阶段生产的动态优化模型	99
6.1	问题的提出	99
6.2	三阶段生产的优化模型	99
6.3	多阶段原料配置的动态规划模型	102
*6.4	附录: 动态规划的最优化原理	108
第 7 章	工厂如何制定生产计划	114
7.1	安排生产计划的优化模型	115
7.2	厂商的生产函数	119
*7.3	对偶规划模型及其性质	128
第 8 章	福利最大化模式	136
8.1	引论	136
8.2	多目标数学规划的 Pareto 最优解	138
8.3	多目标规划的线性加权和方法	142

8.4	福利最大化与多目标规划	145
*8.5	附录：线性加权与 Pareto 最优	152
第 9 章	交换才能生财 —— 艾奇沃思盒状图	154
9.1	问题的提出	154
9.2	艾奇沃思盒状图	157
*9.3	附录：艾奇沃思盒状图中契约曲线的 求法	164
第 10 章	市场机制 —— 看不见的手	168
10.1	供给函数和需求函数	168
10.2	均衡价格	170
10.3	均衡价格的另一种解释	172
10.4	技术水平和收入水平变动与均衡价格	173
第 11 章	瓦尔拉斯一般均衡	181
11.1	瓦尔拉斯均衡价格	181
*11.2	附录：瓦尔拉斯均衡价格存在性的 证明	186
第 12 章	双头竞争模型 —— 古诺模型	193
12.1	古诺模型	194
12.2	双头竞争的厂商之间需要合作吗	202
*12.3	附录：纳什均衡存在性的讨论	204

第 13 章 具有主从关系的模型 —— 斯塔伯格	
模型	208
13.1 具有主从关系的双头模型	208
13.2 斯塔伯格模型的数例分析	213
第 14 章 厂商勾结 —— 行业垄断的张伯伦模型	217
14.1 行业垄断的张伯伦模型	217
14.2 张伯伦模型的数例分析	219
参考文献	223