



全国普通高等院校土木工程类
实用创新型系列规划教材



北京高等教育精品教材

BEIJING GAODENG JIAOYUJINGPIN JIAOCAI

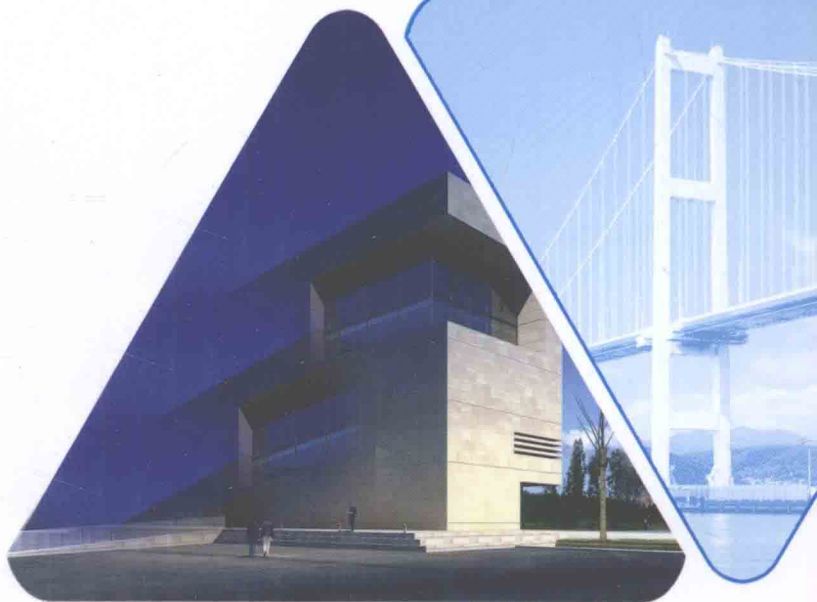
结构力学

(下册)

(第二版)

张延庆 主 编
刘晚成 陈长安 副主编
包世华 主 审

科学出版社





清华大学出版社
TSINGHUA UNIVERSITY PRESS

工程力学课程教材

结构力学

【第三版】

主编 龙驭球
副主编 包世华 邓训
主审 李国强

清华大学出版社



北京高等教育精品教材

中国科学院教材建设专家委员会教材建设立项项目

全国普通高等院校土木工程类**实用创新型**系列规划教材



(第二版)

结 构 力 学 (下册)

张延庆	主 编
刘晚成 陈长安	副主编
包世华	主 审

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书分上、下两册。上册主要内容包括绪论、平面体系的几何构成分析、静定结构内力分析、虚功原理和静定结构位移计算、静定结构的影响线、力法、位移法、渐近法与近似法等；下册主要内容包括矩阵位移法、结构的动力计算、结构的稳定计算及结构的极限荷载。

本书可作为高等院校土木工程专业教学用书,亦可供相关专业的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学. 下册/张延庆主编. —2版. —北京:科学出版社,2011
全国高等院校土木工程类实用创新型系列规划教材
ISBN 978-7-03-030211-3

I. ①结… II. ①张… III. ①结构力学-高等学校-教材 IV. ①0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 020231 号

责任编辑:任加林 / 责任校对:刘玉靖

责任印制:吕春珉 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印装有限公司印刷

科学出版社发行

各地新华书店经销

*

2006 年 2 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2011 年 3 月第 二 版 印张:11

2011 年 3 月第四次印刷 字数:235 600

印数:7 501—10 500

定价:22.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(骏杰))

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137026(HA08)

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

**全国普通高等院校土木工程类实用创新型
系列规划教材编委会**

主 任 霍 达

副主任 (按姓氏笔画排序)

周 云 阎兴华 童安齐

秘书长 张志清

委 员 (按姓氏笔画排序)

白晓红	石振武	刘继明	何浙浙	何舒民
张文福	张延庆	张志清	沈 建	周 云
周亦唐	宗 兰	徐向荣	阎兴华	翁维素
傅传国	程赫明	韩建平	童安齐	雷宏刚
霍 达				

再版说明

全国普通高等院校土木工程类实用创新型系列规划教材之《结构力学》(上、下册)于2006年初出版,其间于2008年被评为北京高等教育精品教材。《结构力学》(上、下册)教材秉承创新在于实用的理念,在使用中按精品要求审视教材。经过5年多的使用,教材中部分内容需要调整更新。

2010年夏,本教材编者集聚北京工业大学,商讨修订原则与计划:本次修订工作坚持实用创新型系列教材的统一要求,既注意教材本身的系统性,更考虑便于教学使用;既考虑培养学生的分析能力,更注意学生工程素质的培养。

各章开篇增加本章内容概要,更便于自学;上、下册独立成册,适应不同层次的学生;各章各类习题尽量均衡;给出部分典型习题答案。内容上更加注意主次分明,充实基本内容,例题以基本结构形式讲解;精减选修内容,如精简了选修内容三弯矩方程,删减了结构的非线性稳定分析。

为培养学生的分析能力,强调了计算自由度的概念、位移法的解题思路、对称性的利用。为培养学生的工程素养,增加了工程实例图,充实工程结构的简化过程,特别是支座的简化,对反映实际结构性能的弹性支座,在各部分均有交代,在动力计算中分析了单自由度体系强迫振动荷载不作用在质点上的情况。

参加本次修订工作的有北京工业大学的张延庆(第一、二、七、九章)和陈长安(第五、八、十二章和习题答案)、郑州大学的樊友景(第三、四章及第三章习题答案)、东北林业大学的刘晚成(第十、十一章)、内蒙古工业大学的刘曙光(第六章)。

修订过程使我们懂得了追求精品的艰难,幸有导师龙驭球先生的鼓励、科学出版社的支持,让我们按照精品的要求尽力去做。限于现有水平,书中疏漏之处,还望读者和同行批评指正。

张延庆
2011年1月
于北京工业大学

第一版前言

本书作为全国普通高等院校土木工程类实用创新型系列规划教材之一，根据教育部结构力学教学指导委员会 2004 年年会通过的土木工程专业结构力学教学基本要求、实用创新型系列教材的创意和结构力学在土木工程专业中的位置，由东北林业大学、兰州理工大学、内蒙古工业大学、郑州大学和北京工业大学联合编写完成。

本书注意了实用创新型系列教材的基本原则，吸取以往教学经验和有关教材的长处，保持结构力学基本理论的系统性，内容满足土木工程专业中的各个方向的教学要求；注重教材的实用性，便于学生自学，深入浅出，反映作者在工程结构分析中的新成果；注重对学生能力的培养，理论联系实际，教材内容满足课堂教学精讲精练，课后保证一定的作业量；关注现代科技和市场设计技术的发展，教材内容尽量与相关课程和工程实际相联系。

参加本书编写工作的有东北林业大学的刘晚成（第十、十二章），兰州理工大学的程选生（第八、十二章），内蒙古工业大学的刘曙光、王猛、郝负洪、吴安利（第二、六、七章），郑州大学的樊友景、李乐（第三、四章），北京工业大学的陈长安（第五章）、张延庆（第一、九章）等。全书由张延庆任主编，樊友景、刘曙光任上册副主编，刘晚成任下册副主编。

担任本书主审的清华大学包世华教授仔细审阅了全书初稿，提出了许多宝贵意见，清华大学龙驭球教授也提出了很好的建议，对此，我们表示衷心感谢。

限于编者水平，书中必定存在缺点错误，希望读者批评指正。

主 要 符 号

A	面积、振幅
$\mathbf{A}$	振幅向量
c	支座广义位移
C	弯矩传递系数
D	侧移刚度
E	弹性模量
E_P	结构总势能
$\mathbf{F}$	结点荷载向量, 综合结点荷载向量
$\mathbf{F}^E$	等效结点荷载向量
F_{Ax}, F_{Ay}	A 支座沿 x 、 y 方向的反力
F_{AH}, F_{AV}	A 支座沿水平、竖直方向的反力
F_{cr}	临界荷载
F_e	弹性力
F_H	拱的水平推力
F_I	惯性力
F_N	轴力
F_P	集中荷载
F_R	阻尼力、支座反力、力系合力
F_Q	剪力
F_u	极限荷载
$\bar{\mathbf{F}}^e$	局部坐标系下的单元杆端力向量
$\mathbf{F}^e$	整体坐标系下的单元杆端力向量
$\bar{\mathbf{F}}^{Fe}$	局部坐标系下的单元固端力向量
$\mathbf{F}^{Fe}$	整体坐标系下的单元固端力向量
G	切变模量
i	线刚度
I	截面二次矩 (惯性矩)、冲量
$\mathbf{I}$	单位矩阵
k	刚度系数
$\bar{\mathbf{k}}^e$	局部坐标系下的单元刚度矩阵
$\mathbf{k}^e$	整体坐标系下的单元刚度矩阵
$\mathbf{K}$	结构刚度矩阵
m	质量
M	力矩、力偶矩、弯矩

M	质量矩阵
M^F	固端弯矩
M_u	极限弯矩
p	均布荷载集度
q	均布荷载集度
r	单位位移引起的广义反力
R	广义反力
S	转动刚度、截面静矩、影响线量值
t	时间
T	周期、动能
T	坐标转换矩阵
u	水平位移
U	应变能
v	竖向位移
V	外力势能
W	平面体系自由度、功、弯曲截面系数
X	广义未知力
Z	广义未知位移
α	线(膨)胀系数
Δ	广义位移
Δ	结点位移向量
ν	剪力分配系数
δ	单位力引起的广义位移
ζ	阻尼比
θ	干扰力频率
μ	力矩分配系数
σ_b	强度极限
σ_s	屈服应力
σ_u	极限应力
φ	角位移, 初相角
Φ	振型矩阵
ω	角频率

目 录

上 册

再版说明

第一版前言

主要符号

第一章 绪论	1
1.1 结构力学的研究对象与任务	1
1.2 结构的计算简图	2
1.3 结构力学的学习要求与学习方法	7
思考题	9
第二章 平面体系的几何构成分析	10
2.1 几何构成分析的几个概念	10
2.2 几何不变体系构成规律	14
2.3 计算自由度	16
2.4 几何构成分析示例	18
思考题	21
习题	21
第三章 静定结构内力分析	25
3.1 截面内力计算及内力图特征	25
3.2 多跨静定梁	32
3.3 静定平面刚架	35
* 3.4 静定空间刚架的计算	52
3.5 三铰拱的受力分析	54
3.6 三铰拱的合理轴线	59
3.7 桁架结构的内力计算	63
3.8 组合结构的内力计算	71
3.9 静定结构的特性	73
* 3.10 用零载法分析体系的几何构成性质	75
思考题	77
习题	78
第四章 虚功原理和静定结构位移计算	85
4.1 有关结构位移计算的几个概念	85
4.2 虚功原理	87
4.3 单位荷载法——位移计算一般公式	92

4.4	荷载作用下的位移计算	93
4.5	图乘法	97
4.6	静定结构由于温度改变引起的位移计算	105
4.7	静定结构由于支座移动引起的位移计算	106
4.8	线弹性体系的互等定理	109
	思考题	111
	习题	112
第五章	静定结构的影响线	118
5.1	影响线的定义、静力法作简支梁的影响线	118
5.2	静力法作伸臂梁和多跨静定梁的影响线	121
5.3	用机动法作影响线	124
5.4	间接荷载作用下的影响线	127
5.5	桁架的影响线	129
5.6	利用影响线求量值和最不利荷载位置	132
5.7	铁路和公路的标准荷载制、换算荷载	139
5.8	简支梁的包络图和绝对最大弯矩	145
	思考题	149
	习题	149
第六章	力法	154
6.1	超静定结构及超静定次数的确定	154
6.2	力法的基本概念与力法的典型方程	158
6.3	力法的计算步骤和示例	162
6.4	对称性的利用	173
6.5	超静定结构的位移计算	179
6.6	超静定结构支座移动的内力计算	182
6.7	超静定结构温度变化时的计算	187
6.8	内力图的校核	189
6.9	力法计算超静定拱	191
* 6.10	超静定结构的影响线作法概述	202
* 6.11	交叉梁结构的计算	205
6.12	超静定结构的特性	206
	思考题	207
	习题	208
第七章	位移法	214
7.1	位移法基本概念	214
7.2	超静定杆件的杆端力	218
7.3	位移法基本方程	222
7.4	连续梁 无侧移刚架	225
7.5	有侧移刚架	229

7.6 对称性的利用	234
7.7 支座移动时的计算	235
7.8 温度变化时的计算	237
思考题.....	239
习题.....	239
第八章 渐近法与近似法	243
8.1 力矩分配法的概念	243
8.2 力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架	246
8.3 力矩分配法和位移法的联合应用	253
8.4 无剪力分配法	255
*8.5 分层法	260
*8.6 反弯点法	263
思考题.....	266
习题.....	266
结构力学(上册)部分习题答案	270

下 册

第九章 矩阵位移法	277
9.1 矩阵位移法解题思路	277
9.2 单元分析——局部坐标系	278
9.3 单元分析——整体坐标系	283
9.4 整体分析——刚度矩阵的组集	286
9.5 整体分析——边界条件的处理	292
9.6 等效结点荷载	295
9.7 计算步骤和算例	299
9.8 几点补充说明	308
思考题.....	310
习题.....	310
第十章 结构的动力计算	315
10.1 静荷载和动荷载.....	315
10.2 动力计算中结构体系的自由度.....	317
10.3 单自由度体系的自由振动.....	319
10.4 单自由度结构在简谐荷载下的强迫振动.....	326
10.5 单自由度结构在任意荷载下的强迫振动.....	334
10.6 多自由度结构的自由振动.....	337
10.7 多自由度结构在简谐荷载作用下的强迫振动.....	349
10.8 振型分解法.....	355
10.9 无限自由度体系的自由振动.....	360
10.10 自振频率和振型的近似计算方法	363

思考题	372
习题	372
第十一章 结构的稳定计算	375
11.1 结构的稳定性及分析特点	375
11.2 用静力法确定临界荷载	379
11.3 用能量法确定临界荷载	382
11.4 任意边界条件压杆的解析方法	388
11.5 弹性支撑压杆的稳定方程	394
11.6 剪力对临界荷载的影响	398
11.7 组合压杆的稳定	400
* 11.8 圆环及拱的稳定	403
* 11.9 窄条梁的稳定	406
思考题	408
习题	408
第十二章 结构的极限荷载	411
12.1 弹性设计与塑性设计	411
12.2 静定梁的极限荷载	412
12.3 单跨超静定梁的极限荷载	414
12.4 比例加载时有关极限荷载的几个定理	416
12.5 计算极限荷载的穷举法和试算法	418
12.6 连续梁的极限荷载	420
* 12.7 刚架的极限荷载	422
思考题	429
习题	429
结构力学(下册)部分习题答案	432
主要参考文献	435

第九章 矩阵位移法

前面讲述的结构力学分析方法,着眼点是手算,解题规模受到计算手段的限制,即使在力法和位移法中引入了典型方程,未知量的个数不能过多。对于大型复杂结构的分析,只能依靠电子计算机。本章介绍适用于计算机分析的矩阵位移法。

本章利用有限元法的思路介绍矩阵位移法,重点介绍单元刚度方程的建立和整体刚度矩阵的组集,学习时既要了解它与传统方法的共同点,更要注意它的一些新作法。

9.1 矩阵位移法解题思路

“电算”和“手算”的理论基础相同,都是结构力学的基本原理,由于人脑和电脑分析问题时的差异,做法步骤有很大区别。手算需要将问题尽量简化,避免过多重复性的运算,电算则需要将计算过程程序化,避免出现不确切因素。

着眼于用计算机进行计算,以矩阵为数学表述形式,逐步形成了结构力学的现代分支——结构矩阵分析。与传统的力法(柔度法)和位移法(刚度法)相对应,在结构矩阵分析中也有矩阵力法和矩阵位移法。由于矩阵位移法具有易于实现计算过程程序化而广泛应用。

将位移法典型方程写成矩阵形式,为

$$\mathbf{K}\Delta + F_P = 0 \quad (\text{a})$$

整理成标准的线性方程组的矩阵形式,为

$$\mathbf{K}\Delta = F \quad (\text{b})$$

公式(b)表示结构结点位移和结点力之间的关系,是矩阵位移法的基本方程,称为刚度方程, $\mathbf{K}$ 称为刚度矩阵,式(a)与式(b)揭示了矩阵位移法与传统位移法的相通之处。

矩阵位移法的思路从数学上扩展,结合分片插值的概念,逐渐形成了一种新型数值分析方法——有限元法,并逐步推广到其他工程领域。矩阵位移法也可以称作杆件结构的有限元法。有限元法的分析要点是先离散、后集成:先将分析问题的区域分解成若干单元(在杆件结构中,一般把每个杆件取作一个单元),在每个单元上进行详细分析;然后再将这些单元按一定的条件集成成整体,形成问题的代数方程[如式(b)]。在一分一合的过程中,把复杂结构的计算问题转化为简单单元的分析 and 集合问题。因此,有限元法有两个基本步骤:一是单元分析,二是整体分析。

在矩阵位移法中,单元分析的任务是建立单元刚度方程,形成单元刚度矩阵;整体分析的主要任务是将单元集成成整体,由单元刚度矩阵按照刚度集成规则形成整体刚度矩阵,建立整体结构的位移法基本方程,进而求出解答。

本章的单元分析,只是将第七章中导出的结果表示为矩阵形式的单元刚度方程,并讨论在任意坐标系中单元刚度方程的通用形式。

整体分析时,按照计算过程程序化的要求,给出直接由单元刚度矩阵导出整体刚度矩阵的集成规则,这是矩阵位移法的核心内容。

9.2 单元分析——局部坐标系

9.2.1 单元定义

图 9.1 所示为平面结构中的一个等截面直杆单元 e ，设杆长为 l ，截面面积为 A ，截面惯性矩为 I ，弹性模量为 E 。一般情况下杆件既有弯曲变形，还有轴向变形，两个端点各有三个位移分量（两个移动、一个转动），杆件共有六个杆端位移分量。单元的两个端点分别标上编码 1 和 2，由端点 1 到端点 2 的方向规定为杆轴的正方向，在图中用箭头标明，端点 1 称为始端，端点 2 称为末端。在杆件上建立坐标系 $\bar{x}\bar{y}$ ，其中 $\bar{x}$ 轴与杆轴重合。这个单元坐标系称为局部坐标系，字母 $\bar{x}$ 、 $\bar{y}$ 上划一横，作为局部坐标系的标志。在局部坐标系中，单元端点三个位移分量为 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ 、 $\bar{\theta}$ ，对应的三个力分量为 $\bar{F}_x$ 、 $\bar{F}_y$ 、 $\bar{M}$ ，其正方向如图 9.1(b)和(c)中所示。

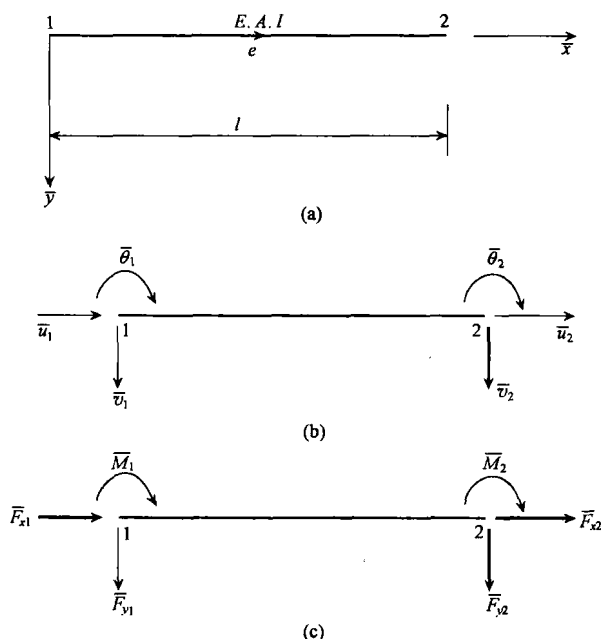


图 9.1

将单元的六个杆端位移分量和六个杆端力分量按顺序排列，形成单元杆端位移向量 $\bar{\Delta}^e$ 和单元杆端力向量 $\bar{F}^e$ 如下：

$$\bar{\Delta}^e = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_{(1)} \\ \bar{\Delta}_{(2)} \\ \bar{\Delta}_{(3)} \\ \bar{\Delta}_{(4)} \\ \bar{\Delta}_{(5)} \\ \bar{\Delta}_{(6)} \end{Bmatrix}^e = \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{v}_1 \\ \bar{\theta}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{v}_2 \\ \bar{\theta}_2 \end{Bmatrix}^e \quad (9.1a)$$

$$\bar{\mathbf{F}}^e = \begin{Bmatrix} \bar{F}_{(1)} \\ \bar{F}_{(2)} \\ \bar{F}_{(3)} \\ \bar{F}_{(4)} \\ \bar{F}_{(5)} \\ \bar{F}_{(6)} \end{Bmatrix}^e = \begin{Bmatrix} \bar{F}_{x1} \\ \bar{F}_{y1} \\ \bar{M}_1 \\ \bar{F}_{x2} \\ \bar{F}_{y2} \\ \bar{M}_2 \end{Bmatrix}^e \quad (9.1b)$$

向量中的六个元素的序码记为(1),(2),…,(6)。由于它们是在每个单元中各自编码的(不是在结构中所有单元中统一编码),因此称为局部码——单元杆端位移分量(或杆端力分量)的局部码。数码(1),(2),…,(6)加上括号,作为局部码的标志。

9.2.2 单元刚度方程

单元刚度方程是由单元杆端位移求单元杆端力的方程,按照位移法基本体系的作法,在杆件两端加上人为控制的附加约束,使基本体系在两端发生指定的位移 $\bar{\Delta}^e$, 如图 9.2 和图 9.3 所示。然后根据 $\bar{\Delta}^e$ 来推算相应的杆端力 $\bar{\mathbf{F}}^e$ 。

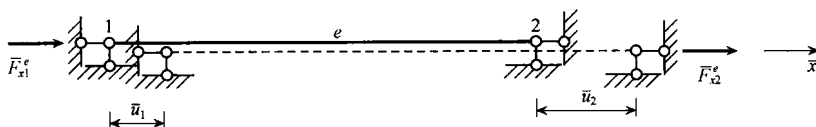


图 9.2

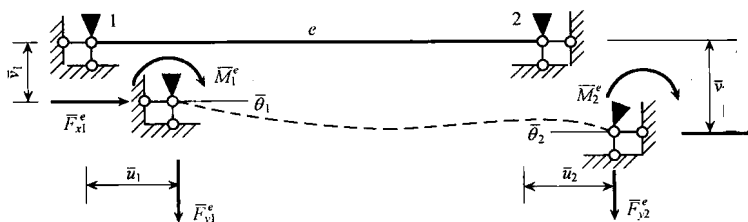


图 9.3

忽略轴向受力状态和弯曲受力状态之间的相互影响,分别推导轴向变形和弯曲变形的刚度方程。

如图 9.2 所示,由杆端轴向位移 $\bar{u}_1, \bar{u}_2$ 可得出相应的杆端轴向力 $\bar{F}_{x1}, \bar{F}_{x2}$ 为

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_{x1} &= \frac{EA}{l} (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \\ \bar{F}_{x2} &= -\frac{EA}{l} (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

在图 9.3 中,由杆端横向位移 $\bar{v}_1, \bar{v}_2$ 和转角 $\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2$ 可求出相应的杆端横向力 $\bar{F}_{y1}, \bar{F}_{y2}$ 和杆端力矩 $\bar{M}_1, \bar{M}_2$ 。根据转角位移方程(7.1)和表 7.1,利用上面定义的记号和正负号规定,得

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_1 &= \frac{4EI}{l} \bar{\theta}_1 + \frac{2EI}{l} \bar{\theta}_2 + \frac{6EI}{l^2} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \\ \bar{M}_2 &= \frac{2EI}{l} \bar{\theta}_1 + \frac{4EI}{l} \bar{\theta}_2 + \frac{6EI}{l^2} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \\ \bar{F}_{y1} &= \frac{6EI}{l^2} (\bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_2) + \frac{12EI}{l^3} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \\ \bar{F}_{y2} &= -\frac{6EI}{l^2} (\bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_2) - \frac{12EI}{l^3} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

上面六个刚度方程式(9.2)和式(9.3)在位移法中推导过。将上面六个方程和在一起,写成矩阵形式如下:

$$\begin{Bmatrix} \bar{F}_{x1} \\ \bar{F}_{y1} \\ \bar{M}_1 \\ \bar{F}_{x2} \\ \bar{F}_{y2} \\ \bar{M}_2 \end{Bmatrix}^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{v}_1 \\ \bar{\theta}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{v}_2 \\ \bar{\theta}_2 \end{Bmatrix}^e \quad (9.4)$$

上式简记为

$$\bar{\mathbf{F}}^e = \bar{\mathbf{k}}^e \bar{\mathbf{\Delta}}^e \quad (9.5)$$

式中

$$\bar{\mathbf{k}}^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

式(9.5)即为所求的由单元杆端位移求单元杆端力的方程,称为在局部坐标系中的单元刚度方程。矩阵 $\bar{\mathbf{k}}^e$ 称为局部坐标系中的单元刚度矩阵。

【例 9.1】 试求图 9.4 所示刚架中各单元在整体坐标系中的刚度矩阵 $\mathbf{k}^e$ 。设杆的杆长和截面尺寸相同。 $l=5\text{m}$, 截面尺寸 $bh=0.5\text{m} \times 1\text{m}$, $A=0.5\text{m}^2$, $I=1/24 \text{ m}^4$, $E=3 \times 10^4 \text{ MPa}$ 。