

高职高专电气自动化技术专业规划教材

GAOZHI GAOZHUAN DIANQI ZIDONGHUA JISHU ZHUANYE GUIHUA JIAOCAI



自动控制原理 与系统

王诗军 主编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

高职高专电气自动化技术专业规划教材
GAOZHI GAOZHUAN DIANQI ZIDONGHUA JISHU ZHUANYE GUIHUA JIAOCAI



自动控制原理 与系统

主编 王诗军
编写 徐志成 夏 怡
主审 王艳华 陶国正



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为高职高专电气自动化技术专业规划教材。

本书分为两篇九章，上篇为自动控制原理部分，包括自动控制系统的基本概念、数学模型、自动控制的时域分析法和频域分析法、自动控制系统的校正。下篇为自动控制系统部分，包括单闭环调速系统、转速、电流双闭环直流调速系统、可逆直流调速系统、直流脉宽调速系统。

本书可作为高职高专自动化类、电力技术类专业自动控制原理与系统课程的教材，也可供相关工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

自动控制原理与系统/王诗军主编. —北京: 中国电力出版社, 2010. 1

高职高专电气自动化技术专业规划教材

ISBN 978 - 7 - 5123 - 0041 - 5

I. ①自… II. ①王… III. ①自动控制理论—高等学校: 技术学校—教材②自动控制系统—高等学校: 技术学校—教材
IV. ①TP13②TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 012069 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2010 年 1 月第一版 2010 年 1 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 11 印张 262 千字

定价 17.60 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前 言

本书结合高职高专学生的特点，以够用、实用、通俗易懂为原则。突出应用性、实践性，做到理论联系实际。

本书内容涉及高等数学、电工电子技术、电机拖动和半导体变流技术等多门课程的基础知识，在学习时要注意知识的复习和综合应用，有利于加深对知识的掌握，有助于提高分析问题、解决问题的能力。

本书由常州机电职业技术学院副教授、高级工程师王诗军主编，并编写其中第六、七、八、九章，徐志成编写第一、二、三章；夏怡编写了第四、五章；承德石油高等专科学校王艳华老师主审。

本书在编写过程中参考了许多图书和教材资料，并引用了参考文献中的有关章节内容，在此表示感谢！

书中错误和不妥之处，恳请广大师生和读者批评指正。

编 者

2009年12月

目 录

前言

上篇 自动控制原理

第一章 自动控制系统的基本概念	1
第一节 开环控制与闭环控制	1
第二节 自动控制系统的分类	4
第三节 对控制系统的性能要求	5
第四节 研究自动控制系统的方法	7
本章小结	8
思考题与习题	8
第二章 自动控制系统的数学模型	10
第一节 控制系统的微分方程	10
第二节 拉普拉斯变换及其应用	12
第三节 传递函数	15
第四节 控制系统的框图及其等效变换	22
第五节 自动控制系统的传递函数	29
本章小结	31
思考题与习题	32
第三章 自动控制系统的时域分析法	34
第一节 典型输入信号	34
第二节 一阶系统阶跃响应分析	34
第三节 二阶系统阶跃响应分析	37
第四节 控制系统的稳定性及稳定判据	42
第五节 自动控制系统稳态性能分析	45
本章小结	49
思考题与习题	50
第四章 控制系统的频域分析法	55
第一节 频率特性的基本概念	55
第二节 典型环节的 Bode 图	58
第三节 控制系统的开环 Bode 图的绘制	65
第四节 对数频率稳定判据与稳定裕量	69
第五节 控制系统性能的频域分析	72

第六节 频率特性法分析系统性能举例	76
本章小结	79
思考题与习题	79
第五章 控制系统的校正	82
第一节 系统校正设计基础	82
第二节 控制系统的工程设计方法	90
第三节 自动控制系统频率特性校正设计示例	95
本章小结	100
思考题与习题	100

下篇 自动控制系统

第六章 直流调速系统	102
第一节 直流调速系统概述	102
第二节 转速负反馈单闭环有静差调速系统	104
第三节 转速负反馈无静差调速系统	113
本章小结	117
思考题与习题	118
第七章 双闭环直流调速系统	119
第一节 转速、电流双闭环调速系统	119
第二节 双闭环直流调速系统的工程设计	123
本章小结	131
思考题与习题	132
第八章 直流可逆调速系统	133
第一节 实现可逆运行的主电路的几种形式	133
第二节 有环流可逆调速系统	138
第三节 逻辑控制无环流可逆直流调速系统	140
本章小结	141
思考题与习题	142
第九章 直流脉宽调速系统	143
第一节 直流脉宽调制电路的工作原理	143
第二节 脉宽调速系统的控制电路	146
本章小结	149
思考题与习题	149
附录 A 常用函数的拉氏变换和 Z 变换表	150
附录 B 控制系统的模拟试验与 MATLAB 仿真	151
参考文献	167

上篇 自动控制原理

第一章 自动控制系统的基本概念

二十世纪 50 年代以来,随着科技的发展,自动控制技术已经成为现代社会的不可缺少的组成部分。

自动控制涉及的范围很广,除了在宇宙飞船、导弹制导、飞机驾驶系统等领域中具有特别重要的作用之外,它在电力、机械、冶金、化工以及对人体有害的部门,如原子能反应堆等领域也占据着十分重要的地位。自动控制的基本原理还有更为深远的意义,虽然我们将要涉及的全部是自动控制工程应用方面,但它的概念已经扩大到其他领域,如经济、政治等领域。

自动控制理论就是建立在各种自动控制系统之上的一门学科,它是分析、设计和调试自动控制系统的理论基础。学习和研究自动控制理论是为了探索自动控制系统中变量的运动规律和改变这种运动规律的可能性和途径,为建立高性能的自动控制系统提供必要的理论根据。作为现代的工程技术人员和科学工作者,都必须具备一定的自动控制理论知识。

第一节 开环控制与闭环控制

所谓自动控制就是在无人直接参加的情况下,利用控制装置使被控制对象和过程自动地按预定规律变化的控制过程。显然,这些控制装置至少完成人所起的某种作用:测量、比较和执行等。控制系统按控制装置与被控对象之间的作用形式来分,可分成开环控制系统、闭环控制系统。

一、开环控制

如果系统的输出量没有与其参考输入相比较,即系统的输出与输入量间只有前向通道,不存在着反馈的通道,这种控制方式叫做开环控制。在开环系统中,不需要对输出量进行测量,其结构如图 1-1 所示。如交通指挥的红绿灯转换、自动生产线等。

由图 1-1 可见,这种控制系统的特点是结构简单、所用的元器件少,成本低,系统一般也不考虑稳定性问题。然而,由于这种控制系统既不要对它的被控制量进行检测,又没有将被控制



图 1-1 开环控制的方框图

量反馈到系统的输入端与参考输入相比较,所以当系统受到干扰作用后,被控制量一旦偏离了原有的平衡状态,系统就没有消除或减小误差的功能,因而控制精度不高,这是开环控制的一个“致命”特点,正是这个缺点,大大限制了开环系统的应用范围。

图 1-2 (a) 所示的他励直流电动机转速控制系统就是一个开环控制系统。它的任务是控制直流电动机以恒定的转速带动负载工作。系统的工作原理是:调节电位器 R 的滑臂,使其输出给定参考电压 U_i 。 U_i 经电压放大和功率放大后成为 U_d , 送到电动机的电枢端,用来控制电动机转速。在负载恒定的条件下,他励直流电动机的转速 n 与电枢电压 U_d 成正比,只要改变给定电压 U_i , 便可得到相应的电动机转速 n 。

在本系统中，直流电动机是被控对象，电动机的转速 n 是被控量，也称为系统的输出量，把参考电压 U_i 通常称为系统的给定量或输入量。

就图 1-2 (a) 而言，只有输入量 U_i 对输出量 n 的单向控制作用，而输出量 n 对输入量 U_i 却没有任何影响和联系，称这种系统为开环控制系统。

直流电动机转速开环控制系统可用图 1-2 (b) 所示的方框图表示。图中，用方框代表系统中具有相应职能的元部件；用箭头表示元部件之间的信号及其传递方向。电动机负载转矩 T_L 的任何变动，都会使输出量 n 偏离希望值，这种作用称之为干扰或扰动，在图 1-2 (b) 中，用一个作用在电动机上的箭头来表示。

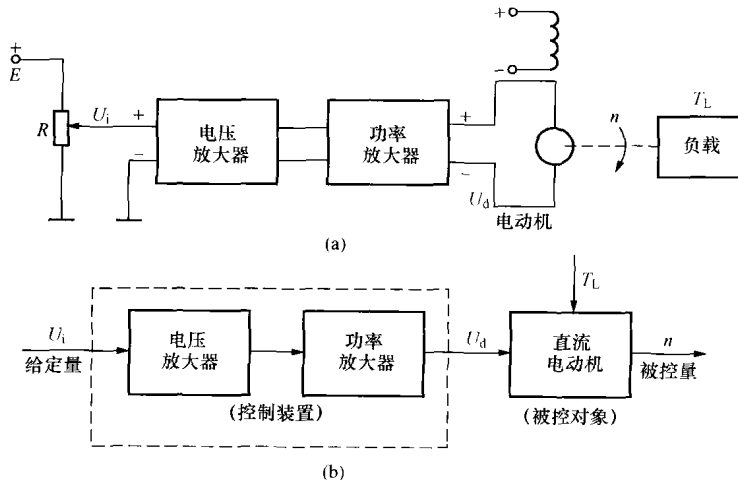


图 1-2 直流电动机转速开环控制系统

(a) 他励直流电动机转速开环控制系统；(b) 对应的方框图

二、闭环控制

若把系统的被控制量反馈到它的输入端，并与参考输入相比较，这种控制方式叫做闭环控制。由于这种控制系统中即存在输入量与输出量之间的正向通道，又存在着被控制量经反馈环节至比较点的反馈通道，故闭环控制又称反馈控制。闭环系统中的控制对象之间既有正方向的作用，又有反方向联系的控制过程。

在闭环系统中，需对输出量进行测量，其结构如图 1-3 所示。如小功率随动系统、雷达控制系统等。

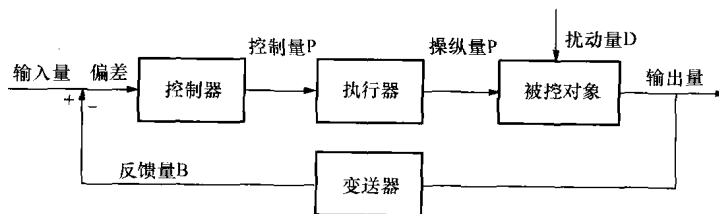


图 1-3 闭环系统方框图

据反馈极性的不同，反馈可分为通过反馈使偏差增大的正反馈和通过反馈使偏差减小的负反馈。一般无特殊说明，下面我们所讲的反馈系统均为负反馈系统。

闭环控制系统的特点是：连续不断地对被控制量进行检测，把所测得的值与参考输入作减法运算，求得的偏差信号经控制器的变换运算和放大器的放大后，驱动执行元件，以使被控制量能完全按照参考输入的要求去变化。这种系统如果受到来自内部和外部干扰信号的作用时，通过闭环控制的作用，能自动地消除或削弱干扰信号对被控制量的影响。由于闭环控制系统具有良好的抗扰动功能，控制的精度高，因而它在控制工程中得到了广泛应用。但系统复杂，存在稳定性问题，同时调试较困难。

在图 1-2 (a) 所示的直流电动机转速开环控制系统中，加入一台测速发电机，并对电路稍作改变，便构成了如图 1-4 (a) 所示的直流电动机转速闭环控制系统。

在图 1-4 (a) 中，测速发电机由电动机同轴带动，它将电动机的实际转速 n 测量出来，并转换成电压 U_f ，再反馈到系统的输入端，与给定值电压 U_i 进行比较，从而得出电压 $\Delta U = U_i - U_f$ 。由于该电压能间接地反映出误差的大小和正负方向，通常称之为偏差信号，简称偏差。偏差 ΔU 经放大器放大后成为 U_d ，用以控制电动机转速 n 。

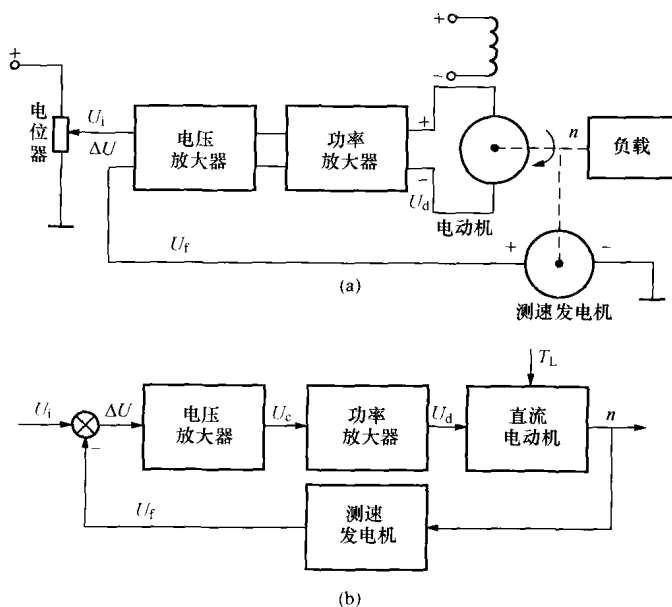


图 1-4 直流电动机转速闭环控制系统

(a) 他励直流电动机转速闭环控制系统；(b) 对应的方框图

直流电动机转速闭环控制系统可用图 1-4 (b) 的方框图来表示。通常，把从系统输入量到输出量之间的通道称为前向通道；从输出量到反馈信号之间的通道称为反馈通道。方框图中用符号“ \otimes ”表示比较环节，其输出量等于各个输入量的代数和。因此，各个输入量均须用正、负号表明其极性。

一般来说，当系统控制的规律能预先确知，并对系统可能出现的干扰可以做到有效抑制时，应采用开环系统。因为开环控制系统结构简单，易于维修，成本低，特别被控制量很难测量时更是如此。只有在系统的控制量和扰动量均无法预知的情况下，闭环系统才有其明确的优越性。值得注意的是，控制系统的干扰往往是未知的，加之其他原因，所以，常见的系统大多是闭环系统。

第二节 自动控制系统的分类

自动控制系统有许多分类方法,为了更好地了解自动控制系统的特點,下面介绍一下其中比较重要的几种分类。

一、恒值控制系统、随动控制系统及程序控制系统

按给定信号的形式不同,可将系统划分为恒值控制系统、随动控制系统和程序控制系统。

恒值控制系统(也称为镇定系统或调节系统或恒值系统)的特点是,给定输入一经设定就维持不变,希望输出量维持在某一特定值上。例如液位控制系统,直流电动机调速系统等。

在随动控制系统(也称随动系统)中,若给定信号的变化规律是事先不能确定的随时间变化的信号,如函数记录仪、自动火炮系统和飞机—自动驾驶仪系统等,则称该系统为自动跟踪系统;若给定输入是预先设定的、按预定规律变化的信号(如数控机床的输入信号),则称该系统为程序控制系统。上述两种系统称为随动控制系统。

程序控制系统的参考输入量不为常值,它是按预先编制的程序变化的。如炉温控制系统中的温度调节,要求温度按预先—设定的规律(程序)变化(自动升温、恒温和降温)。

二、定常系统和时变系统

按系统参数是否随时间变化,可以将系统分为定常系统和时变系统。

如果控制系统的参数在系统运行过程中不随时间变化,则称之为定常系统或时不变系统,否则称为时变系统。实际系统中的零漂、温度变化、元件老化等影响均属时变因素,严格的定常系统是不存在的,在所考察的时间间隔内,若系统参数的变化相对于系统的运动缓慢得多,则可将其近似作为定常系统来处理。

三、线性控制系统和非线性控制系统

线性控制系统的特點是组成系统所有元件的输入量和输出量之间的关系是线性的。非线性控制系统的特點是系统中的某些元件具有非线性性质(例如,出现饱和、死区、库仑摩擦等)。非线性控制系统不能用叠加原理进行分析。分析非线性控制系统的工程方法常用相平面法和描述函数法。

四、连续系统与离散系统

若系统中所有信号都是连续信号,则称为连续系统。如果系统中有一处或几处的信号是离散信号(脉冲序列或数字编码),则称为离散系统(包括采样系统和数字系统)。

随着计算机应用技术的迅猛发展,大量自动控制系统都采用数字计算机作为控制手段。在计算机引入控制系统之后,控制系统就成为离散系统了。

五、单变量系统和多变量系统

按照输入信号和输出信号的数目,可将系统分为单输入—单输出(SISO)系统和多输入—多输出(MIMO)系统。

单输入—单输出系统通常称为单变量系统,这种系统只有一个输入(不包括扰动输入)和一个输出。多输入—多输出系统通常称为多变量系统,有多个输入和多个输出。单变量系统可以视为多变量系统的特例。

六、运动控制系统和生产过程自动控制系统

运动控制系统的特點是以电动机为被控制对象控制机械运动,其中包括恒值控制系统。

生产过程通常指在某设备中将原料放在一定的外界条件下,经过物理或化学变化而制成产品的过程。例如,化工,石油、造纸中的原料生产;冶金、发电中的热力过程等。在这些过程中,往往要求自动提供一定的外界条件,如温度、压力、流量、液位、黏度、浓度等参量保持为恒值或按一定的规律变化。

第三节 对控制系统的性能要求

实际物理系统一般都含有储能元件或惯性元件,因而系统的输出量和反馈量总是迟后于输入量的变化。因此,当输入量发生变化时,输出量从原平衡状态变化到新的平衡状态总是要经历一定时间。在输入量的作用下,系统的输出变量由初始状态达到最终稳态的中间变化过程称过渡过程,又称瞬态过程。过渡过程结束后的输出响应称为稳态。系统的输出响应由过渡过程和稳态组成。

不同的控制对象、不同的工作方式和控制任务,对系统的品质指标要求也往往不相同。一般说来,对系统品质指标的基本要求可以归纳为三点:稳定性、快速性、准确性,通常用系统的稳定性、稳态(静态)特性和动态特性来描述。

一、系统的稳定性

当扰动量(或给定量)发生变化时,输出量将会偏离原来的稳定值,这时,通过系统的反馈调节作用,系统可能回到或接近原来的稳定值稳定下来,则该系统是稳定的,如图1-5(a)所示。但控制系统输出也可能是等幅振荡或发散的,则系统是不稳定的,如图1-5(b)所示。

另外,对于系统稳定性的要求,还要求达到一定的稳定裕量(Stability Margin),以免由于系统参数随环境等因素的变化而导致系统进入不稳定状态。

稳定性是对系统的第一基本要求,不稳定的系统不能实现预定任务。稳定性,通常由系统的结构决定,与外界因素无关。

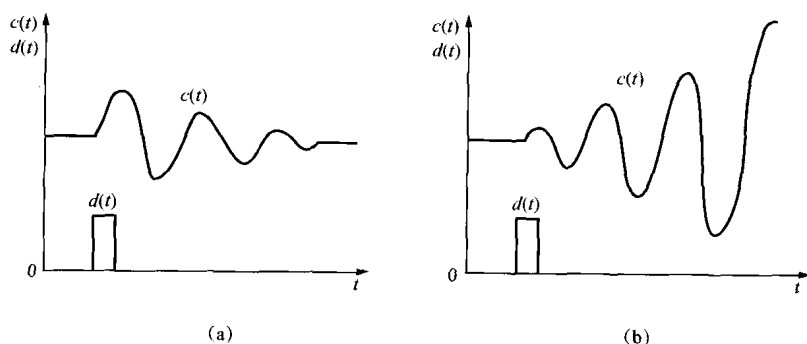


图 1-5 系统的稳定性
(a) 稳定系统; (b) 不稳定系统

二、系统的动态性能指标

由于控制系统的元件和被控制对象通过都具有一定的惯性,因而系统从一个稳态过渡到另一个稳态需要一个过渡过程。对过渡过程的形式和快慢提出要求,一般称为动态性能。通常用系统对突加给定时的动态响应来表征其动态性能指标。图1-6所示某系统对突加单位

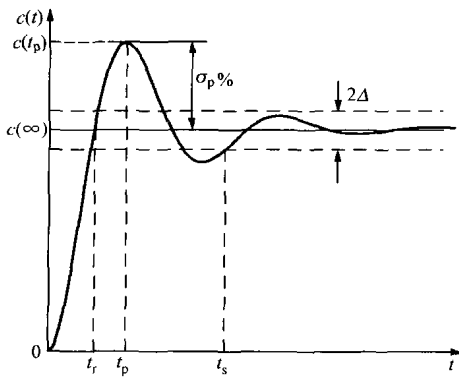


图 1-6 单位阶跃响应

阶跃信号的动态响应。

表征系统动态性能指标通常用超调量 $\sigma_p\%$ 、调节时间 t_s 和振荡次数 N 来评价。

(1) 最大超调量 $\sigma_p\%$ ：用下式定义

$$\sigma_p\% = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\%$$

$c(t_p)$ 表示输出最大峰值， $c(\infty)$ 为稳态值， $\sigma_p\%$ 反映了系统的动态精度， $\sigma_p\%$ 越小，说明系统过渡过程进行越平滑，系统的平稳性好。控制系统不同，对 $\sigma_p\%$ 的要求不同。

(2) 调节时间 t_s ：阶跃响应曲线开始进入偏离稳态值 $\pm\Delta$ 的误差范围（一般 Δ 取 5% 或 2%），并

以此不再超越这个范围的时间称为系统的调节时间，用 t_s 表示。显然 t_s 越小，表示系统动态调整过程的时间越短，快速性就越好。

(3) 振荡次数 N ：指 t_s 时间范围内输出响应的振荡周期数，即 t_s 时间内系统响应曲线穿越稳态值次数的一半。振荡次数越少，系统的稳定性能越好。

三、系统的稳态性能指标

稳态（静态）性能指标常用稳态误差 e_{ss} 来衡量。对一个稳定的系统而言，过渡过程结束后，系统输出量的实际值与期望值之差称为稳态误差 e_{ss} （Steady-State Error），它是衡量系统控制精度的重要指标。稳态误差越小，表示系统的准确性越好，控制精度越高。对于 $e_{ss}=0$ 的系统，称为无静差系统；而 $e_{ss}\neq 0$ 的系统，则称为有静差系统，如图 1-7 所示。

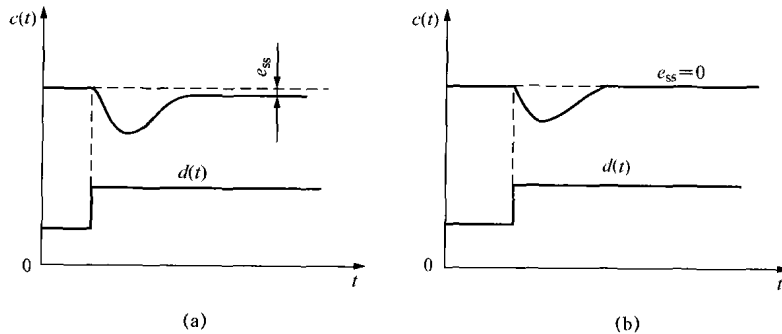


图 1-7 自动控制系统的稳态性能

(a) 有静差系统；(b) 无静差系统

由于被控对象具体情况的不同，各种系统对上述三方面性能要求的侧重点也有所不同。例如随动系统对快速性的要求较高，而恒值系统一般侧重于准确性和抗扰性的能力。在同一个系统中，上述三方面的性能要求通常是相互制约的。例如，为了提高系统的动态响应的快速性和稳态精度，就需要增大系统的放大能力，而放大能力的增强，必然促使系统动态性能变差，甚至会使系统变为不稳定。反之，若强调系统动态过程平稳性的要求，系统的放大倍数就应较小，从而导致系统稳态精度的降低和动态过程的缓慢。由此可见，系统稳定性、快速性、准确性之间相互制约。

第四节 研究自动控制系统的方法

对自动控制系统进行分析研究，首先应对系统进行定性分析。所谓定性分析，就是在弄清组成系统的各单元及元件在系统中的地位和作用，以及它们之间的相互关系的基础上，分析系统的工作原理。然后，在定性分析的基础上，建立系统的数学模型；再应用自动控制理论对系统的稳定性、稳态性能和动态性能进行定量分析。最后，在系统分析的基础上找到改善系统性能，提高系统技术指标的有效途径。以上过程称为对控制系统的分析，简称系统分析。

经典自动控制理论中，系统的分析方法有：时域分析法（Time-domain Analysis Method），频域分析法（Frequency Response Method），根轨迹法（The Root locus Method）等几种方法，这几种分析方法各有所长。

自动控制系统的目的就是实现对被控制对象的控制，当被控制对象确定后，根据其工作条件及生产要求可以提出对控制系统性能指标的要求。在确定了合理的系统性能指标的基础上，进行系统的初步设计。选择系统的执行元件、放大元件、比较元件、测量元件等。上述元件除放大元件的放大系数可以调整外，其他元件的参数基本上是固定的，因此，它们与被控对象一起组成系统的不可变部分，或称为系统的固有部分。为了使系统既有满意的稳态精度又有满意的动态精度，就必须在已选定的系统固有部分的基础上，增设一些必要的装置，使系统能全面地满足设计要求的性能指标。为满足性能指标所增设的装置称为校正装置，加入校正装置使控制系统性能得到改善的过程称为对控制系统的校正，简称系统校正。

因而，学习自动控制原理的两大主要任务是学习自动控制系统的分析方法和校正方法。分析自动控制系统的基本步骤如图 1-8 所示。而自动控制系统的校正的基本步骤如图 1-9 所示。

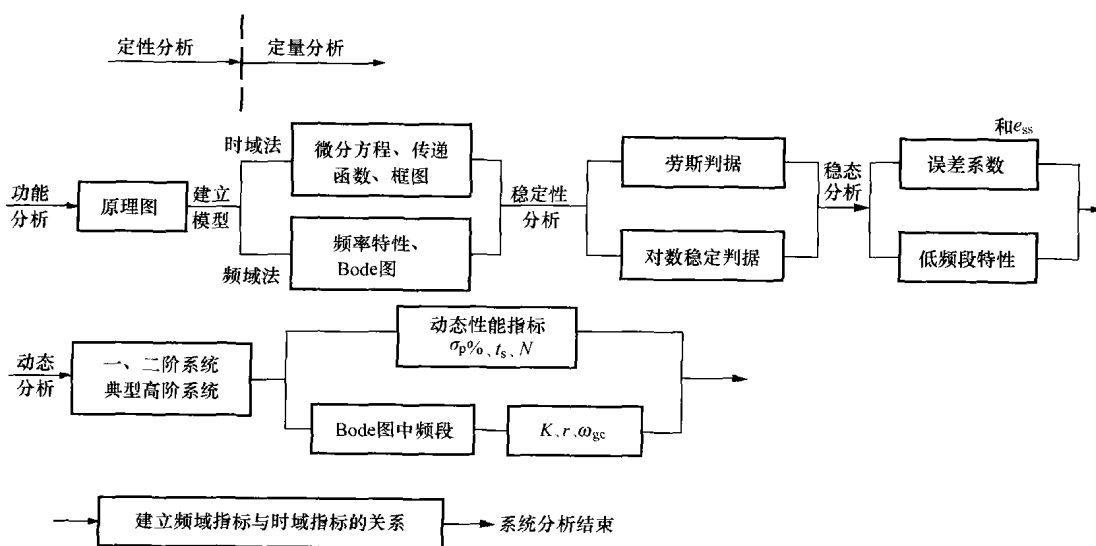


图 1-8 自动控制系统分析步骤

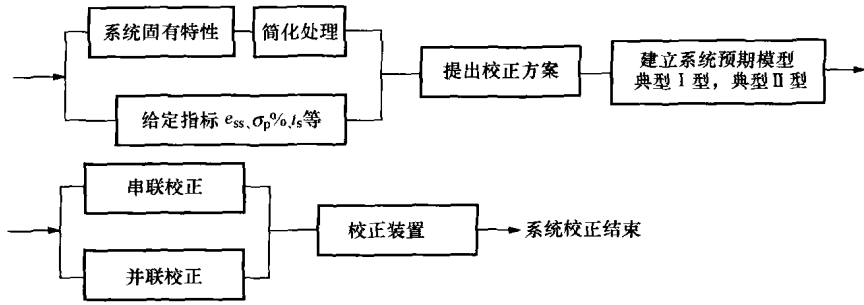


图 1-9 自动控制系统校正步骤

本章小结

(1) 控制系统按其是否存在反馈可分为开环控制系统和闭环控制系统。闭环控制系统又称为反馈控制系统，其主要特点是将系统输出量经测量后反馈到系统输入端，与输入信号进行比较得到偏差，由偏差产生控制作用，控制的结果是使被控量朝着减少偏差或消除偏差的方向运动。

(2) 自动控制系统的分类方法很多，其中最常见的是按系统输入信号的时间特性进行分类，可分为恒值控制系统和随动控制系统、程序控制系统。

(3) 对自动控制系统的的基本要求是：系统必须是稳定的；系统的稳定控制精度要高（稳态误差要小）；系统的响应过程要平稳快速。这些要求可归纳成稳、准、快三个字。

思考题与习题

1-1 什么是开环控制与闭环控制？试分析它们的特点。

1-2 图 1-10 所示为水温控制系统示意图。冷水在热交换器中由通入的蒸汽加热，从而得到一定温度的热水。冷水流量变化用流量计测量。试绘制系统方块图，并说明为了保持热水温度为期望值，系统是如何工作的，系统的被控对象和控制装置各是什么？

1-3 图 1-11 是仓库大门自动控制系统原理系统图。试说明系统自动控制大门开、闭的工作原理，指出被控对象、被控量及给定量。

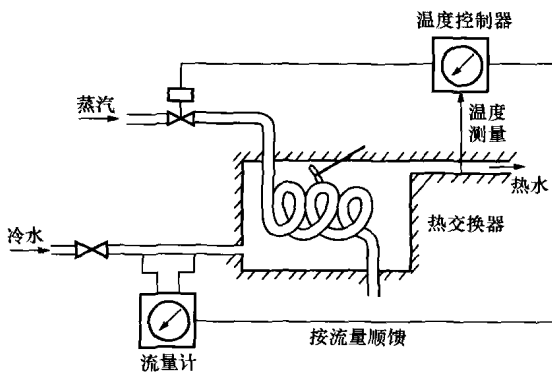


图 1-10 水温控制系统原理图

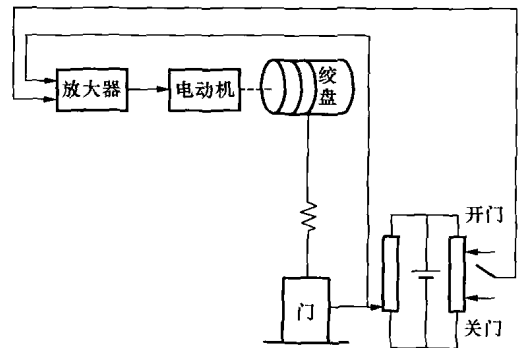


图 1-11 仓库大门自动开闭控制系统

1-4 摄像机角位置自动跟踪系统如图 1-12 所示。当光点显示器对准某个方向时，摄像机会自动跟踪并对准这个方向。试分析系统的工作原理，指出被控对象、被控量及给定量。

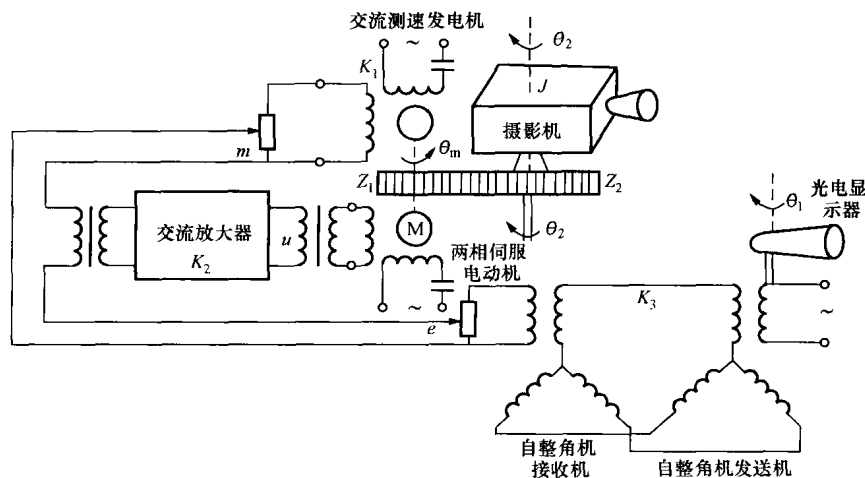


图 1-12 摄像机角位置自动跟踪系统

1-5 图 1-13 所示为工业炉温自动控制系统的原理图。分析系统的工作原理，并指出被控对象、被控量和给定量。

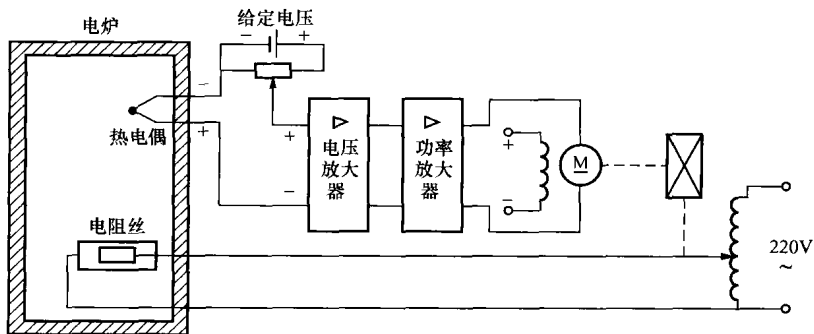


图 1-13 炉温自动控制系统原理图

第二章

自动控制系统的数学模型

控制系统的数学模型是描述系统输入、输出变量以及内部各变量之间关系的数学表达式。建立描述控制系统的数学模型是控制理论分析与设计的基础。一个系统,无论它是机械的、电气的、热力的、液压的,还是化工的,都可以利用微分方程加以描述。对这些微分方程求解,就可以获得系统在输入作用下的响应(即系统的输出)。对数学模型的要求是:既要能准确地反映系统的动态本质,又便于系统的分析和计算工作。

建立控制系统的数学模型,一般采用解析法和实验法两种。解析法是对系统各部分的运动机理进行分析,根据所依据的物理规律或化学规律,如电学中的克希荷夫定律、力学中的牛顿定律、热力学中的热力学定律等,分别列写相应的运动方程。实验法是人为地给系统施加某种测试信号,记录其输出响应,并用适当的数学模型去逼近,这种方法又称为系统辨识。近些年来,系统辨识已发展成一门独立的学科分支。本章主要采用解析法建立系统的数学模型。

数学模型有多种形式:时域中常用的数学模型有微分方程;复域中有传递函数、结构图(动态结构图和稳态结构图);频域中有频率特性等。本章只研究微分方程、传递函数和结构图等数学模型的建立及应用。

第一节 控制系统的微分方程

建立微分方程式的一般步骤如下:

(1) 全面了解系统的工作原理、组成结构和系统运动所遵循的物理或化学规律,确定其输入、输出量。

(2) 从系统输入端入手,依据各元件所遵循的物理、化学、生物等规律,列写各自的方程式。

(3) 将所有方程联解,消去中间变量,得出系统输入输出的标准方程。所谓标准方程包含三方面内容:

- 1) 将与输入量有关的各项放在方程的右边,与输出量有关的各项放在方程左边;
- 2) 各导数项按降幂排列;
- 3) 将方程的系数通过元件或系统的参数化成具有一定物理意义的系统。

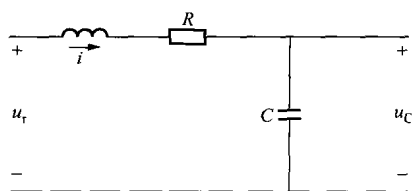


图 2-1 [例 2-1] 图

【例 2-1】 RLC 无源网络如图 2-1 所示,试列写输入电压 u_r 与输出电压 u_c 之间的微分方程。

解 由基尔霍夫定律得:

$$u_r(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + u_c(t) \quad (2-1)$$

$$i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} \quad (2-2)$$

消去上两式的中间变量 $i(t)$, 整理可得

$$LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u_r(t) \quad (2-3)$$

令

$$T^2 = LC \quad 2\xi T = RC$$

$$T = \sqrt{LC}, \quad \xi = R\sqrt{C}/(2\sqrt{L}) \quad (2-4)$$

将式 (2-4) 代入式 (2-3) 并整理得

$$T^2 \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u_r(t) \quad (2-5)$$

令 $\omega_n = \frac{1}{T}$, 则式 (2-5) 化为

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{du_C(t)}{dt} + \omega_n^2 u_C(t) = \omega_n^2 u_r(t) \quad (2-6)$$

【例 2-2】 弹簧—质量—阻尼器系统如图 2-2 所示, 其中, K 为弹簧的弹性系数, f 为阻尼器的阻尼系数, m 为小车的质量。忽略小车与地面的摩擦, 试列写以外力 $F(t)$ 为输入, 以位移 $y(t)$ 为输出的系统微分方程。

解 小车受力图如图 2-3 所示, 在水平方向应用牛顿第二定律可写出

$$F(t) - f \frac{dy(t)}{dt} - Ky(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \quad (2-7)$$

令

$$T = \sqrt{\frac{m}{K}}, \quad \xi = \frac{f}{2\sqrt{mK}}$$

则可将式 (2-7) 写成如下标准形式

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{F(t)}{K} \quad (2-8)$$

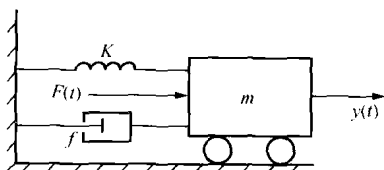


图 2-2 [例 2-2] 题图

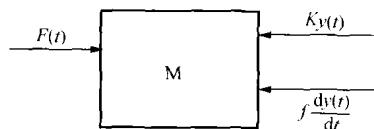


图 2-3 [例 2-2] 解图

【例 2-3】 试列写图 2-4 所示电枢控制式直流电动机的微分方程。图中, 电枢电压 $u_d(t)$ 为输入量, 电动机转速 $n(t)$ 为输出量。 R_a 、 L_a 分别是电枢电路的电阻和电感, $T_L(t)$ 是折合到电动机轴上的总负载转矩。假设励磁电流 i_f 为常值, 则励磁磁通 Φ 为常值。

解 电枢控制式直流电动机是将输入的电能量转换为机械能, 其工作原理是: 由输入的电枢电压 $u_d(t)$ 在电枢回路中产生电枢电流 $i_d(t)$, 再由电流 $i_d(t)$ 与励磁磁通 Φ 相互作用对电机转子产生电磁转矩 $T_a(t)$, 从而拖动负载运动。电动机的微分方程可由以下三部分组成。

电枢回路电压平衡方程为

$$u_d(t) = L_a \frac{di_d(t)}{dt} + R_a i_d(t) + e \quad (2-9)$$

式中: e 是电枢旋转时产生的反电动势, 其大小转速

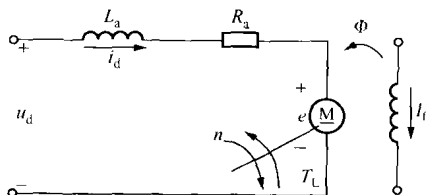


图 2-4 [例 2-3] 图