

上海高中新教材

名师导读

21世纪 创新版

高一数学

课导

方增 主编

ER SHIYI SHIJI CHUANGXINPA

上海高中新教材名师导读

高一数学一课一导

方 增 主编

上海科学普及出版社

责任编辑 刘绪恒

上海高中新教材名师导读

高一数学一课一导

方增 主编

上海科学普及出版社出版发行

(上海中山北路 832 号 邮政编码 200070)

各地新华书店经销 常熟高专印刷厂印刷

开本 787 × 1092 1/16 印张 14.25 字数 347000

2001 年 7 月第 2 版 2003 年 8 月第 3 次印刷

印数 18001—20100

ISBN 7-5427-1182-2/G·339 定价：15.50 元

前　　言

《高中新教材练习》教学辅导丛书自出版以来，深受广大高中师生的欢迎。学生们通过使用这套丛书，都觉得学习成绩有了明显的提高。近年来，国家大力提倡素质教育和培养学生的综合能力，各类考试也发生了一系列的变革，在目前各类考试中出现了不少新的、综合性的、与课外阅读相关的测试题型和方法，例如理科小作文、科技英语阅读以及文理综合题等。为了适应这种新的变化，我社再次约请原《高中新教材练习》的写作班子重新编写。这些作者大多是上海市重点中学及各区县教研室的特级教师和高级教师，教学经验丰富，他们在保留原一课一练教学辅导丛书中每个教学单元配有练习，每章节有总复习习题和测试题等特色的同时，又增加了以下的内容：

- (1) 增加了知识要点、知识拓展以及学习方法的指导；
- (2) 适当提高了试题的难度；
- (3) 补充了与素质教育相关的内容；
- (4) 吸取了教学效果较好的新颖题型；
- (5) 在测试题中还出现了不少与新颖教学方法相应的内容。

我们相信使用这套新改版的高一、高二一课一导及高三总复习丛书的学生，一定会在学习上获得更大的进步。

上海科学普及出版社

2001年3月

目 录

| | |
|-----------------------|----|
| 第一章 集合与命题 | 1 |
| 1. 1 集合及其表示 | 1 |
| 1. 2 子集 (1) | 2 |
| 1. 2 子集 (2) | 3 |
| 1. 3 交集 | 4 |
| 1. 4 并集 | 5 |
| 1. 5 两个有限集的并集的元素个数 | 7 |
| 1. 6 补集 | 8 |
| 1. 7 命题与推出关系 | 10 |
| 1. 8 四种命题形式和等价命题 | 10 |
| 1. 9 充分条件 必要条件 | 12 |
| 1. 10 充要条件 | 13 |
| 知识广角 关于哥德巴赫猜想 | 15 |
| 第一章单元自测练习题 | 17 |
| 第二章 不等式 | 19 |
| 2. 1 不等式的基本性质及其证明 (1) | 19 |
| 2. 1 不等式的基本性质及其证明 (2) | 20 |
| 2. 1 不等式的基本性质及其证明 (3) | 21 |
| 2. 2 一元二次不等式的解法 (1) | 23 |
| 2. 2 一元二次不等式的解法 (2) | 24 |
| 2. 2 一元二次不等式的解法 (3) | 26 |
| 2. 3 其他不等式的解法 (1) | 27 |
| 2. 3 其他不等式的解法 (2) | 28 |
| 2. 3 其他不等式的解法 (3) | 30 |
| 知识广角 | 32 |
| 第二章单元自测练习题 | 34 |
| 第三章 复数初步 | 37 |
| 3. 1 数的概念的扩展 | 37 |
| 3. 2 复数的有关概念 | 38 |
| 3. 3 复数的加法与减法 | 39 |
| 3. 4 复数的乘法与除法 (1) | 41 |
| 3. 4 复数的乘法与除法 (2) | 43 |
| 3. 5 实系数一元二次方程的解 | 44 |

| | |
|----------------------|-----------|
| 知识广角 希尔伯特的《数学问题》 | 46 |
| 第三章单元自测练习题 | 47 |
| 第四章 函数 | 49 |
| 4. 1 函数的概念 | 49 |
| 4. 2 函数的图像 | 50 |
| 4. 3 函数关系的建立 (1) | 51 |
| 4. 3 函数关系的建立 (2) | 53 |
| 4. 4 函数的运算 | 55 |
| 4. 5 函数的奇偶性 (1) | 56 |
| 4. 5 函数的奇偶性 (2) | 58 |
| 4. 6 函数的单调性 (1) | 59 |
| 4. 6 函数的单调性 (2) | 61 |
| 4. 7 函数的最大值和最小值 | 62 |
| 4. 8 几个函数的研究 (1) | 64 |
| 4. 8 几个函数的研究 (2) | 65 |
| 4. 8 几个函数的研究 (3) | 66 |
| 知识广角 函数记号的进一步理解和应用 | 67 |
| 第四章单元自测练习题 | 69 |
| 第五章 指数函数与对数函数 | 72 |
| 5. 1 指数函数的意义 | 72 |
| 5. 2 指数函数的图像与性质 (1) | 73 |
| 5. 2 指数函数的图像与性质 (2) | 74 |
| 5. 3 对数的意义 (1) | 76 |
| 5. 3 对数的意义 (2) | 77 |
| 5. 4 积、商、幂的对数 | 77 |
| 5. 5 常用对数 (1) | 80 |
| 5. 5 常用对数 (2) | 81 |
| 5. 6 换底公式 (1) | 82 |
| 5. 6 换底公式 (2) | 83 |
| 5. 7 反函数 (1) | 85 |
| 5. 7 反函数 (2) | 86 |
| 5. 8 对数函数的图像与性质 (1) | 88 |
| 5. 8 对数函数的图像与性质 (2) | 89 |
| 5. 9 简单的指数方程 | 91 |
| 5. 10 简单的对数方程 (1) | 92 |
| 5. 10 简单的对数方程 (2) | 93 |
| 知识广角 数学、理论物理和金融学 | 95 |
| 第五章单元自测练习题 | 96 |
| 第六章 三角比 | 99 |

| | |
|--|------------|
| 6. 1 弧度制 | 99 |
| 6. 2 任意角 | 100 |
| 6. 3 任意角的三角比 (1) | 102 |
| 6. 3 任意角的三角比 (2) | 103 |
| 6. 3 任意角的三角比 (3) | 104 |
| 6. 4 同角三角比的关系 (1) | 105 |
| 6. 4 同角三角比的关系 (2) | 107 |
| 6. 5 两角和与差的余弦、正弦 (1) | 110 |
| 6. 5 两角和与差的余弦、正弦 (2) | 112 |
| 6. 5 两角和与差的余弦、正弦 (3) | 114 |
| 6. 5 两角和与差的余弦、正弦 (4) | 116 |
| 6. 5 两角和与差的余弦、正弦 (5) | 117 |
| 6. 6 两角和与差的正切 | 119 |
| 6. 7 二倍角的正弦、余弦和正切 (1) | 121 |
| 6. 7 二倍角的正弦、余弦和正切 (2) | 123 |
| 6. 8 半角的正弦、余弦和正切 (1) | 125 |
| 6. 8 半角的正弦、余弦和正切 (2) | 126 |
| 6. 9 三角形的面积和正弦定理 (1) | 128 |
| 6. 9 三角形的面积和正弦定理 (2) | 130 |
| 6. 10 余弦定理 (1) | 133 |
| 6. 10 余弦定理 (2) | 134 |
| 知识广角 三角恒等变换及应用 | 137 |
| 第六章单元自测练习题 | 140 |
| 第七章 三角函数 | 143 |
| 7. 1 正弦函数和余弦函数的性质 (1) | 143 |
| 7. 1 正弦函数和余弦函数的性质 (2) | 145 |
| 7. 2 正弦函数和余弦函数的图像 | 147 |
| 7. 3 正切函数和余切函数的性质和图像 | 149 |
| 7. 4 函数 $Y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像 | 151 |
| 7. 5 反正弦函数 | 152 |
| 7. 6 反余弦函数和反正切函数 | 154 |
| 7. 7 最简三角方程 | 157 |
| 知识广角 韦达 | 160 |
| 第七章单元自测练习题 | 161 |
| 第一学期期中测试 (A 卷) | 164 |
| 第一学期期中测试 (B 卷) | 167 |
| 第一学期期终测试 (A 卷) | 170 |
| 第一学期期终测试 (B 卷) | 173 |
| 第二学期期中测试 (A 卷) | 176 |

| | |
|---------------|-----|
| 第二学期期中测试（B 卷） | 179 |
| 第二学期期终测试（A 卷） | 182 |
| 第二学期期终测试（B 卷） | 186 |
| 第一学期综合试题（A 卷） | 189 |
| 第一学期综合试题（B 卷） | 192 |
| 第二学期综合试题（A 卷） | 195 |
| 第二学期综合试题（B 卷） | 198 |
| 答案与提示 | 201 |

第一章 集合与命题

1.1 集合及其表示

【重点提示】

理解集合、空集的意义；掌握列举法、描述法、字母法等集合表示方法。集合问题的求解，关键是元素。

1. 用列举法表示下列集合：

- (1) {平方后小于 12 的整数}； $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- (2) {20 以内的质数}； $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
- (3) $\{a \mid 0.1 \leq \frac{1}{a} < 0.3, a \in \mathbb{N}\}$ ； $\{10, 9, 8, 7, 6, 5, 4\}$
- (4) $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, x, y \in \mathbb{Z}\}$ ； $\{(1, 0), (0, -1), (-1, 0), (0, 1)\}$
- (5) $\{x \mid \frac{8}{x+3} \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{Z}\}$ 。 $\{1, -6, -4, -2, -1, 1, 5\}$

2. 用描述法表示下列各集合：

- (1) 大于 0 的偶数； $\{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$
- (2) 被 3 除余 1 的正整数； $\{x \mid x = 3k+1, k \in \mathbb{N}_+\}$
- (3) 与数 A 相差 5 的数； $\{x \mid |x - A| = 5\}$
- (4) 2, 3, 5, 7, 11； $\{大于 0 小于 12 的质数\}$
- (5) 由“直线 $y = x - 4$ 上所有的点”组成的集合。 $\{(x, y) \mid y = x - 4, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$

3. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空：

- (1) $1 \notin \{\text{质数}\}$ ；
- (2) $0 \in \{\text{自然数}\}$ ；
- (3) $2 \in \{\text{有理数}\}$ ；
- (4) $\pi \notin \{\text{无理数}\}$ ；
- (5) $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}^+$ ；
- (6) $-\frac{1}{2} \in \mathbb{R}^-$ ；
- (7) $(2, 1) \in \{(x, y) \mid 4x - 3y = 5\}$ 。

4. 给定四个集合：①“小于 $\frac{1}{10}$ 的正有理数”；②“等边三角形”；③“方程 $x^2 - 7x - 18 = 0$ 的解”；④“正比例函数 $y = kx$ 图像上的点”。其中是无限集的有 ①②④。

5. 选择题：

- (1) 集合 $M = \{(x, y) \mid xy \geq 0, x, y \in \mathbb{R}\}$ 是指(A)
(A) 第一象限内的点集；(B) 第三象限内的点集；
(C) 不在第二、四象限内的点集；(D) 第一、三象限内的点集。
- (2) 方程组 $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$ 的解集是 ()

- (A) $\{(2,1)\}$; (B) $\{(x,y) | x=2 \text{ 或 } y=1\}$;
 (C) $\{2,1\}$; (D) $(2,1)$ 。

(3) 下列说法正确的是

()

- (A) 三角形一边上的高是三角形集合中的元素;
 (B) 菱形是平行四边形集合中的元素;
 (C) 圆心是圆集合中的元素;
 (D) 正方形的周长是正方形集合中的元素。

1.2 子 集 (1)

【重点提示】

理解子集、真子集的概念;正确区分并掌握元素与集合,集合与集合之间的关系。元素是求解集合问题的关键。

1. 是非题:

- (1) $\{\text{质数}\} \subset \{\text{奇数}\}$ ()
 (2) 集合 $\{1, 3, 5\}$ 与集合 $\{2, 4, 6\}$ 没有相同的子集 ()
 (3) 空集是任意集合的真子集 ()
 (4) 矩形是平行四边形集合的元素 ()
 (5) 如果 $A \subseteq B, B \subseteq S$, 那么 $A \subseteq S$ ()
 (6) 任何一个集合 A 必有一个真子集 ()

2. 选择题:

- (1) 下列各题中的两个集合表示同一集合的是 ()
 (A) $M = \{(1, -3)\}, P = \{(3, -1)\}$; (B) $M = \{1, -3\}, P = \{-3, 1\}$;
 (C) $M = \{\frac{1}{3}\}, P = \{0, 3\}$; (D) $M = \{-2, -1, 1, 2\}, P = \{x | |x| \leq 2, x \in N\}$ 。
 (2) 空集 \emptyset 与集合 $\{0\}$ 的关系是 ()
 (A) $\emptyset = \{0\}$; (B) $\emptyset \in \{0\}$; (C) $\emptyset \subset \{0\}$; (D) $\emptyset \supset \{0\}$ 。
 (3) 集合 $M = \{a | a \leq \sqrt{13}\}$ 和元素 $b = \pi$, 则下列关系式中正确的是 ()
 (A) $b \subset M$; (B) $b \notin M$; (C) $\{b\} \notin M$; (D) $\{b\} \subset M$ 。
 (4) 满足关系 $\{1, 3\} \cup B = \{1, 3, 5\}$ 的所有集合 B 的个数是 ()
 (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4。
 (5) 设 $A = \{\text{正方形}\}, B = \{\text{平行四边形}\}, C = \{\text{矩形}\}$, 则下列关系式正确的是 ()
 (A) $C \subset B \subset A$; (B) $B \subset C \subset A$; (C) $A \subset C \subset B$; (D) $A \subset B \subset C$ 。

3. 填空题:

- (1) 用适当的符号“ $\in, \notin, =, \neq, \subseteq, \supseteq, \subset, \supset$ ”填空
 $a \underline{\quad} \{a, b, c\}; \quad \{a, b\} \underline{\quad} \{a, b, c, d\};$
 $d \underline{\quad} \{a, b, c\}; \{x | 3x + 2 < 4x - 1\} \underline{\quad} \{x | x > 3\};$
 $\{0\} \underline{\quad} \{(x, y) | x^2 + y^2 = 0\};$
 $\{x | x = 2n - 1, n \in N\} \underline{\quad} \{x | x = 2n + 1, n \in N\}.$

(2) 若 $X = \{x \mid x = 4n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, $Y = \{y \mid y = 4n - 3, n \in \mathbb{Z}\}$, $U = \{u \mid u = 8n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, 则 X, Y, U 之间的关系是_____。

(3) 集合 $(x, y) \mid \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -x \end{cases}$ 的所有子集是_____。

(4) 满足关系 $\{a, b\} \subseteq M \subset \{a, b, c\}$ 的集合 M 是_____。

满足 $\{a, b\} \subseteq M \subset \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 M 共有_____个, 分别为_____。

1.2 子集 (2)

1. 填空题:

(1) 集合 $\{a\}$ 的子集有____个, 真子集有____个。

集合 $\{a, b, c\}$ 的子集有____个, 真子集有____个。

集合 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 的子集有____个, 真子集有____个。

(2) 集合 $\{(x, y) \mid xy = 0\}$ 表示坐标平面内_____的集合。

(3) 已知集合 $A = \{x \mid (x-1)^3(x-2)^2(x+3) = 0\}$, $B = \{x \mid (x-1)(x-2)(x+3) = 0\}$, 则集合 A, B 间的关系是 $A ___ B$ 。

2. 选择题:

(1) 已知集合 $M = \{(x, y) \mid x < 0 \text{ 且 } y < 0\}$, $P = \{(x, y) \mid x + y < 0 \text{ 且 } xy > 0\}$, 那么 ()

(A) $M \supset P$; (B) $M = P$; (C) $M \subset P$;

(D) M 和 P 之间不存在互相包含的关系。

(2) 如果集合 $M = \{y \mid y = x^2 + 6x + 5, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{y \mid y = x^2 - 6x + 5, x \in \mathbb{R}\}$, 则 M 与 N 之间的关系是 ()

(A) $M = N$; (B) $M \subset N$; (C) $M \neq N$; (D) $M \supset N$ 。

(3) 设集合 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 满足 $A \subset B$, 则实数 a 的取值范围是 ()

(A) $\{x \mid x \geq 2\}$; (B) $\{x \mid x \leq 1\}$;

(C) $\{x \mid x \geq 1\}$; (D) $\{x \mid x \leq 2\}$ 。

(4) 集合 $\{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$ 的子集个数是 ()

(A) 3; (B) 6; (C) 8; (D) 64。

(5) 集合 $M = \{m \mid m = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ 与 $N = \{n \mid n = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ 之间的关系是 ()

(A) $M \subset N$; (B) $N \subset M$; (C) $M = N$; (D) $M \neq N$ 。

3. 解答题:

(1) 已知集合 $P = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$ 与 $Q = \{x \mid ax + 1 = 0\}$ 满足 $Q \subset P$, 求 a 所能取的一切值。

(2) 已知集合 $A = \{1, 1+d, 1+2d\}$, $B = \{1, r, r^2\}$ 其中 $d \neq 0, r \neq 1$, 当 d, r 满足什么条件时, $A = B$, 并求 A 。

1.3 交 集

【重点提示】

理解交集的含义; 熟练掌握集合的交运算。集合的图示法是求解集合运算的常用方法。

1. 判断题:

- (1) 集合 $A = \{\text{偶数}\}, B = \{\text{质数}\}$, 则集合 $A \cap B$ 是空集。 ()
(2) 已知 $A = \{\text{等腰三角形}\}, B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cap B = \{\text{等腰直角三角形}\}$ 。 ()
(3) 若集合 A 与 B 的交集是空集, 则 A, B 中至少有一个是空集。 ()
(4) $\{\text{正数}\} \cap \{\text{负数}\} = \emptyset$ ()

2. 选择题:

- (1) 设集合 $P = \{(x, y) | x + y = 0\}, Q = \{(x, y) | x - y = 2\}$, 则 $P \cap Q$ 是 ()
(A) $(1, -1)$; (B) $\{1, -1\}$;
(C) $\{x = 1\} \cap \{y = 1\}$; (D) $\{(1, -1)\}$ 。
(2) 已知集合 P, S 满足 $P \cap S = P$, 则下面关系式中恒正确的是 ()
(A) $P \subset S$; (B) $P \subseteq S$; (C) $P = S$; (D) $P \supset S$ 。
(3) 已知 M, P 是两个不等的非空集合, 则必有 ()
(A) $\emptyset \in M \cap P$; (B) $\emptyset = M \cap P$;
(C) $\emptyset \subseteq M \cap P$; (D) $\emptyset \subset M \cap P$ 。
(4) 已知 $M = \{x | x^2 - x - 6 = 0\}, N = \{y | y \leq 3, y \in R\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()
(A) $\{3\}$; (B) $\{-2\}$; (C) M ; (D) \emptyset 。
(5) 已知集合 P 满足 $P \cap \{4, 6\} = \{4\}, P \cap \{8, 10\} = \{10\}, P \cap \{2, 12\} = \{2\}$, 且 $P \subseteq \{2,$

$\{4, 6, 8, 10, 12\}$, 则 P 等于

()

- (A) $\{2, 4\}$; (B) $\{2, 4, 10\}$;
(C) $\{6, 8, 10\}$; (D) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 。

3. 填空题:

(1) $\{\text{梯形}\} \cap \{\text{平行四边形}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\{\text{锐角}\} \cap \{\text{直角}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\{1, 4, 7, \underline{\hspace{1cm}}, 5\} \cap \{2, 3, 4, \underline{\hspace{1cm}}\} = \{2, 4, 5\}$ 。

$A = \{\text{方程 } 2x = y - 5 \text{ 的解}\}, B = \{\text{方程 } 1 - 2x = y \text{ 的解}\}$ 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\{x \mid x > 1, x \in N\} \cap \{x \mid 3 < x < 8, x \in N\} \cap \{x \mid x < 7, x \in N\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $A = \{6 \text{ 的正约数}\}, B = \{2 \text{ 的倍数}\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 设 $A = \{x \mid x^2 > 4\}, B = \{x \mid x < -3\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 设 $A = \{x \mid x = 2m + 1, m \in Z\}, B = \{x \mid x = m + 3, m \in Z\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设 $A = \{(x, y) \mid 2x + 3y = 1\}, B = \{(x, y) \mid x - y = -2\}, C = \{(x, y) \mid 2x - 2y = 3\}, D = \{(x, y) \mid 4x + 6y = 2\}$, 求 $A \cap B, B \cap C, A \cap D$ 。

5. 已知方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 与 $x^2 - 5x + q = 0$ 的解集分别是 M 与 N , 且 $M \cap N = \{3\}$, 求 $p + q$ 的值。

1.4 并 集

【重点提示】

理解并集的含义;能熟练运用集合的不同表示求解集合的运算。

1. 是非题:

- (1) $\{\text{质数}\} \cup \{\text{合数}\} = N$ ()
(2) 对集合 B, C , 若有 $A \cup B = A \cup C$, 则 $B = C$ ()
(3) $A \cap B \subset A \cup B$ 恒成立 ()
(4) $\{x | x = \frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}\} = \{x | x = k + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\} \cup Z$ ()
(5) 集合 A 有 10 个元素, 集合 B 有 6 个元素, 那么集合 $A \cup B$ 的元素至少要有 10 个。 ()

2. 填空题:

- (1) $\{\text{平行四边形}\} \cup \{\text{菱形}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(2) $\{\text{奇数}\} \cup \{\text{偶数}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(3) $\{\text{正数}\} \cup \{\text{非负数}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(4) 设 $A = \{x | x^2 > 9\}$, $B = \{x | x < 4\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(5) 如果 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}} B$, $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}} A$ 。
(6) 设 $A = \{(x, y) | x - 2y = 1 \text{ 且 } x + y = -2\}$, $B = \{(x, y) | 3x^2 + 2y = 1 \text{ 且 } 2x - y = -1\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(7) 用集合表示下列各图中的阴影部分

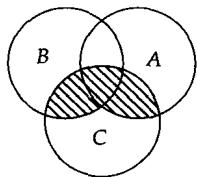


图 1-1

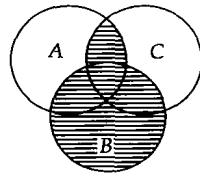


图 1-2

3. 解答题:

- (1) 如果集合 A, B 分别是二次方程 $2x^2 + px + q = 0$ 与 $6x^2 + (2 - p)x + 5 + q = 0$ 的解集, 且 $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$, 求 $A \cup B$ 。

- (2) 已知集合 $A = \{k | \text{关于 } x \text{ 的方程 } x^2 - 2kx + 1 = 0 \text{ 有实根}, k \in \mathbb{R}\}$, $B = \{k | \text{关于 } x \text{ 的方程 } x^2(k+2) - x + 1 = 0 \text{ 无实根}, k \in \mathbb{R}\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$ 。

1.5 两个有限集的并集的元素个数

【重点提示】

理解并能运用两个有限集并集的元素个数公式。集合的图示法和分类思想是集合计数的常用方法。

1. 设在小于 92 的正整数范围内有两个集合, A 是 5 的倍数的全体, B 是 7 的倍数的全体, 求 $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 。

2. 班级中有 18 人参加棋类赛, 有 23 人参加演讲比赛, 两样比赛都参加的有 9 人, 问班级中有多少人参加了比赛。

3. 某班期中考试中, 数学成绩优良者 25 人, 物理成绩优良者 28 人, 两门学科中至少有一科优良者 32 人, 求数学、物理成绩都优良者的人数。

4. 集合{能被 3 或 7 整除的 100 以内的正整数}的元素个数是多少?

5. 某班 40 个同学参加了春游, 其中 20 人划船, 30 人溜冰, 10 个人既划船又溜冰, 问有几个同学既没划船又没溜冰?

1.6 补集

【重点提示】

理解全集的意义, 会求一个集合的补集, 熟练掌握集合的交、并、补运算。集合运算时抓住元素这个关键。

1. 是非题:

(1) 设全集 $I = \{\text{整数}\}$, $A = \{\text{正整数}\}$, 则 $\overline{A} = \{\text{负整数}\}$ ()

(2) \overline{A} 就是全集 I 减去 A 所得的集合 ()

(3) 已知 A, B 是全集 I 的子集, 若 $A \cup B = I$, 则 $\overline{A} \cap \overline{B} = \emptyset$ ()

(4) 设 $I = R$, $A = \{x | x < 2\}$, 则 $\overline{A} = \{x | x > 2\}$ ()

2. 填空题:

(1) 已知 $I = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{b, c, d\}$, $N = \{a, c, e\}$, 则 $M \cup N = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{M \cup N} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 设全集为 I , 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A \cap \overline{B} = \underline{\hspace{2cm}}$, 若 $B \cap \overline{A} = B$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 已知 $I = \mathbb{R}$, $A = \{x | 1 < x \leq 4\}$, 则 $\bar{A} = \underline{\hspace{2cm}}$, $A \cup I = \underline{\hspace{2cm}}$, $\bar{A} \cap I = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 设 $I = \{\text{梯形}\}$, $A = \{\text{等腰梯形}\}$, 则 $\bar{A} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) 设 $I = \{\text{小于 } 10 \text{ 的自然数}\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 则 $\bar{A} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 选择题:

(1) 已知 A 、 B 是非空集合, 且 $A \subset B$, $B \subset I$ (I 表示全集), 则下列集合中表示空集的是 ()

(A) $A \cap B$; (B) $A \cap \bar{B}$; (C) $\bar{A} \cap B$; (D) $\bar{A} \cap \bar{B}$ 。

(2) 设 A 、 B 、 C 都是全集 I 的子集, 若 $A = \bar{B}$, $B = \bar{C}$, 则 A 、 C 之间的关系是 ()

(A) $A \subset C$ (B) $A \supset C$ (C) $A = C$ (D) 以上都不对

(3) 设 A 、 B 、 C 都是 I 的子集, 且 $A \cup B = A \cup C$, 则有 ()

(A) $B = C$ (B) $A \cap B = A \cap C$

(C) $\bar{A} \cap B = \bar{A} \cap C$ (D) $A \cap \bar{B} = A \cap \bar{C}$

4. 用集合表示下列各图中的阴影部分:

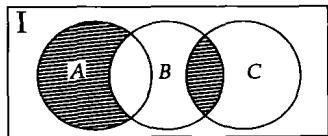


图 1-3

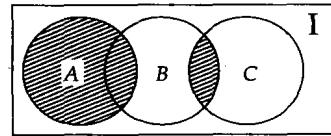


图 1-4

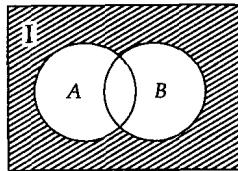


图 1-5

5. 设 $I = \{x | x \leq 8, x \in \mathbb{Z}^+\}$, $A \cap \bar{B} = \{2, 8\}$, $\bar{A} \cap B = \{3, 7\}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 5, 6\}$, 求 A 、 B 。