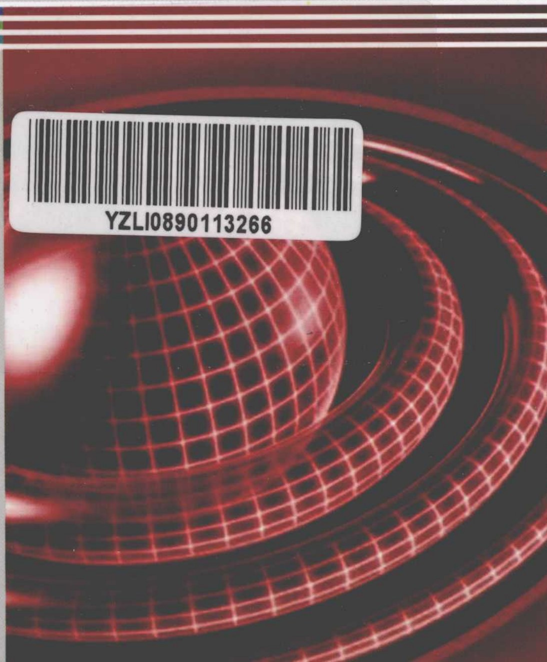
应用型本科院校规划教材/工科数学学习指导丛书

孔繁亮　主编

概率论与数理统计学习指导

A Guide to the Study of Probability Theory and Mathematical Statistics



- 适用面广
- 应用性强
- 促进教学
- 面向就业

哈爾濱工業大學出版社

应用型本科院校规划教材/工科数学学习指导丛书

主　编　孔繁亮
副主编　洪　港　顾　贞

概率论与数理统计学习指导

A Guide to the Study of Probability Theory and Mathematical Statistics

哈爾濱工業大學出版社

内容简介

本书是应用型本科院校规划教材工科数学学习指导丛书之一，是与孔繁亮教授主编的《概率论与数理统计》教材相配套。内容包括：概率论的基本概念，随机变量及其概率分布，二维随机变量及其分布，随机变量的数字特征与极限定理，数理统计的概念，参数估计，假设检验等。每章都编写了以下5方面的内容：内容提要、典型题精解、同步题解析、验收测试题、验收测试题答案，并且在最后编写了总复习题，由5套期末测试模拟题组成，并附有答案。

本书可供应用型本科院校相关专业学生使用，也可作为教师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计学习指导/孔繁亮主编. —哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2010.11

(工科数学学习指导丛书)

应用型本科院校规划教材

ISBN 978-7-5603-2867-6

Ⅰ. ①概… Ⅱ. ①孔… Ⅲ. ①概率论-高等学校-教学参考资料②数理统计-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第234717号

策划编辑 赵文斌 杜 燕
责任编辑 尹 凡
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 8.5 字数 193 千字
版 次 2010年12月第1版 2010年12月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-2867-6
定 价 80.00元(共四册)

序

哈尔滨工业大学出版社策划的“应用型本科院校规划教材”即将付梓，诚可贺也。

该系列教材卷帙浩繁，凡百余种，涉及众多学科门类，定位准确，内容新颖，体系完整，实用性强，突出实践能力培养。不仅便于教师教学和学生学习，而且满足就业市场对应用型人才的迫切需求。

应用型本科院校的人才培养目标是面对现代社会生产、建设、管理、服务等一线岗位，培养能直接从事实际工作、解决具体问题、维持工作有效运行的高等应用型人才。应用型本科与研究型本科和高职高专院校在人才培养上有着明显的区别，其培养的人才特征是：①就业导向与社会需求高度吻合；②扎实的理论基础和过硬的实践能力紧密结合；③具备良好的人文素质和科学技术素质；④富于面对职业应用的创新精神。因此，应用型本科院校只有着力培养“进入角色快、业务水平高、动手能力强、综合素质好”的人才，才能在激烈的就业市场竞争中站稳脚跟。

目前国内应用型本科院校所采用的教材往往只是对理论性较强的本科院校教材的简单删减，针对性、应用性不够突出，因材施教的目的难以达到。因此亟须既有一定的理论深度又注重实践能力培养的系列教材，以满足应用型本科院校教学目标、培养方向和办学特色的需要。

哈尔滨工业大学出版社出版的“应用型本科院校规划教材”，在选题设计思路上认真贯彻教育部关于培养适应地方、区域经济和社会发展需要的“本科应用型高级专门人才”精神，根据黑龙江省委书记吉炳轩同志提出的关于加强应用型本科院校建设的意见，在应用型本科试点院校成功经验总结的基础上，特邀请黑龙江省9所知名的应用型本科院校的专家、学者联合编写。

本系列教材突出与办学定位、教学目标的一致性和适应性，既严格遵照学科体系的知识构成和教材编写的一般规律，又针对应用型本科人才培养目标及与之相适应的教学特点，精心设计写作体例，科学安排知识内容，围绕应用

讲授理论，做到“基础知识够用、实践技能实用、专业理论管用”。同时注意适当融入新理论、新技术、新工艺、新成果，并且制作了与本书配套的PPT多媒体教学课件，形成立体化教材，供教师参考使用。

“应用型本科院校规划教材”的编辑出版，是适应“科教兴国”战略对复合型、应用型人才的需求，是推动相对滞后的应用型本科院校教材建设的一种有益尝试，在应用型创新人才培养方面是一件具有开创意义的工作，为应用型人才的培养提供了及时、可靠、坚实的保证。

希望本系列教材在使用过程中，通过编者、作者和读者的共同努力，厚积薄发、推陈出新、细上加细、精益求精，不断丰富、不断完善、不断创新，力争成为同类教材中的精品。

黑龙江省教育厅厅长

2010年元月于哈尔滨

前　言

为了加强学生的自学能力、分析问题与解决问题能力的培养，加强对学生的课外学习指导，我们编写了这套学习指导书。这套学习指导书是与应用型本科院校数学系列教材相匹配的。

本书是与孔繁亮教授主编的《概率论与数理统计》教材相配套的学习指导书。内容包括：概率论的基本概念，随机变量及其概率分布，二维随机变量及其分布，随机变量的数字特征与极限定理，数理统计的概念，参数估计，假设检验等。每章都编写了以下5方面的内容：内容提要、典型题精解、同步题解析、验收测试题、验收测试题答案，并且在最后编写了总复习题，由编写了5套期末测试模拟题，并附有答案。叙述详尽，通俗易懂。

本书由孔繁亮教授任主编，洪港、顾贞任副主编。在编写过程中参阅了我们以往教学过程中积累的有关资料和兄弟院校的相关资料，在此一并表示感谢。

在使用本书时建议读者，不要急于参阅书后的答案，首先要独立思考，多做习题，尤其是多做基础性和综合性习题，这对于掌握教材的理论与方法有着不可替代的作用。希望本书能在你解题山重水复疑无路之时，将你带到柳暗花明又一春的境界。不断的提高你的自学能力、分析问题与解决问题的能力。由于时间仓促，水平有限，书中难免存在一些不当之处，敬请广大读者不吝指教。

编　者

2010年9月

目　录

第 1 章

概率论的基本概念

1.1 内容提要

1. 事件关系和运算

(1)事件的包含关系

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A，或事件 A 包含于事件 B，记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

(2) 事件的相等关系

如果事件 $A \subset B$ 且 $B \subset A$，则称事件 A 与 B 相等，记作 $A = B$.

(3) 事件的和

事件 A 和事件 B 中至少有一个发生的事件称为事件 A 与 B 的和，记作 $A + B$ 或 $A \cup B$.

(4) 事件的积

事件 A 与事件 B 同时发生的事件，称为事件 A 与事件 B 的积，记作 AB 或 $A \cap B$.

(5) 互不相容事件

如果事件 A 与 B 不能同时发生，即 $AB = \Phi$(或 $A \cap B = \Phi$)，则称事件 A 与 B 为互不相容(或互斥) 事件.

互不相容事件的概念可推广到 n 个事件的情形：如果 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中任何两个事件都不能同时发生，即

$$A_iA_j = \Phi \quad (i \neq j, \quad i,j = 1,2,\cdots,n)$$

则称这 n 个事件为两两互不相容事件.

(6) 事件的差

事件 A 发生而事件 B 不发生的事件称为事件 A 与 B 的差，记作 $A - B$.

(7) 对立事件

如果事件 A 与 B 中必有一个发生，且仅有一个发生，即 $A \cup B = \Omega, A \cap B = \Phi$，则称事件 A 与 B 为相互对立事件(或逆事件). A 的对立事件记作 $\bar{A}$，即 $B = \bar{A}$.

2. 事件的运算律

① 交换律:

$$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$$

② 结合律:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

③ 分配律:

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

分配律可以推广到有限个事件的情形,即

$$A \cap (\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \bigcup_{i=1}^{n} (A \cap A_i)$$
$$A \cup (\bigcap_{i=1}^{n} A_i) = \bigcap_{i=1}^{n} (A \cup A_i)$$

④ 对偶公式:

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

对偶公式也可以推广到有限个事件的情形

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A_i}; \overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A_i} \quad (i = 1,2,\cdots,n)$$

3. 频率

设随机事件 A 在 n 次实验中发生了 m 次,则称 $\frac{m}{n}$ 为随机事件 A 发生的频率,记作 $f_n(A)$,即

$$f_n(A) = \frac{m}{n}$$

频率的基本性质:

(1)$0 \leqslant f_n(A) \leqslant 1$;

(2)$f_n(\Omega) = 1; f_n(\Phi) = 0$;

(3)①$f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B) - f_n(AB)$;

② 若 A,B 互不相容,则

$$f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B)$$

若 $A_1, A_2, \cdots, A_m$ 是 m 个两两不相容事件,则

$$f_n(\bigcup_{i=1}^{m} A_i) = \sum_{i=1}^{m} f_n(A_i)$$

即

$$f_n(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_m) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \cdots + f_n(A_m)$$

(4)$f_n(A) = 1 - f_n(\bar{A})$;

(5) 若 $A \subset B$,则 $f_n(A) \leqslant f_n(B)$.

4. 概率

如果事件 A 发生频率 $\frac{m}{n}$ 总是在某个常数 p 附近摆动,则称常数 p 为事件 A 的概率,记作 $P(A)$. 即:$P(A) = p$.

概率的基本性质:

(1) 对任意事件 A,有 $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$;

(2) $P(\Omega) = 1, P(\Phi) = 0$;

(3) 加法公式　① 对任意两个事件 A,B,有

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

推广　(a) 对于任意三个事件 A,B,C,有

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

(b) 对于任意 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$,可得一般的加法公式

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leqslant i < j \leqslant n} P(A_i A_j) + \sum_{1 \leqslant i < j < k \leqslant n} P(A_i A_j A_k) - \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n)$$

② 若两个事件 A,B 互不相容,有

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

若 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ 是两两不相容事件,则有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_k)$$

(4) 对于任意事件 A,都有 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

(5) 设 A,B 是两个事件,若 $A \subset B$,则有 $P(B - A) = P(B) - P(A), P(B) \geqslant P(A)$.

5. 古典概型

如果随机实验满足下面两个条件:

(1) 样本空间只有有限个样本点,即全部基本事件的个数是有限的;

(2) 每个样本点发生的可能性相同,即每个基本事件发生的可能性相等,称之为等可能的.

这种实验称为古典型随机实验,称它的数学模型为古典概型.

6. 概率的古典定义

在古典概型中,如果实验的基本事件总数是 n,事件 A 包含其中 m 个基本事件,那么事件 A 发生的概率为

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{A\text{ 中包含的基本事件数}}{\text{基本事件总数}}$$

7. 几何概率

随机实验 E 的样本空间是一个有界区域 Ω,并且任意一点落在度量(长度、面积、体

积）相同的子区域（子区域属于Ω）内是等可能的（与子区域的位置形状无关），则事件A的概率定义为

$$P(A)=\frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

其中$\mu(A)$为构成事件A的子区域的度量，$\mu(\Omega)$为样本空间的度量. 称这类概率为几何概率.

8. 概率的公理化定义

公理1　对于任意事件A，有$0\leqslant P(A)\leqslant 1$（非负性）

公理2　$P(\Omega)=1$（正规性）

公理3　若$A_1,A_2,\cdots,A_k,\cdots$是两两不相容事件，则有

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_k\cup\cdots)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_k)+\cdots \text{（可加性）}$$

设函数$P(A)$是定义在样本空间Ω中，对每个事件A的实值函数，且满足公理1、2、3，则称函数$P(A)$为事件A的概率.

9. 条件概率

设A,B是两个事件，且$P(A)>0$，则称

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

为事件A发生的条件下事件B发生的条件概率.

10. 乘法公式

$$P(AB)=P(A)P(B|A)$$

$$P(AB)=P(B)P(A|B)$$

$$P(A_1A_2A_3)=P(A_1A_2)\,P(A_3|A_1A_2)=P(A_1)\,P(A_2|A_1)\,P(A_3|A_1A_2)$$

乘法公式也称乘法定理. 可推广到多个事件的情形：

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)\,P(A_2|A_1)\cdots P(A_n|A_1\cdots A_{n-1})$$

11. 全概率公式

一般的，如果事件$B_1,B_2,\cdots,B_n$是一完备事件组，那么对任意一个事件A有

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i)$$

12*. 贝叶斯公式

设实验E的样本空间为Ω，A为E的任一事件，$B_1,B_2,\cdots,B_n$为Ω的一个划分，且$P(A)>0$，$P(B_i)>0$，$(i=1,2,\cdots,n)$，则

$$P(B_i|A)=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(A|B_j)P(B_j)}\quad(i=1,2,\cdots,n)$$

我们称其为贝叶斯（Bayes）公式.

13. 事件的独立性与独立重复实验

如果事件 B 的发生不影响事件 A 的概率，即

$$P(A|B)=P(A)$$

则称事件 A 与事件 B 是相互独立的.

显然 A 与 B 相互独立的充要条件为 $P(AB)=P(A)P(B)$.

如果 A 与 B 独立，则有 A 与 $\bar{B}$，$\bar{A}$ 与 B，$\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 相互独立.

三个事件的独立性

若事件 A_1,A_2,A_3 两两独立，即

$$P(A_iA_j)=P(A_i)P(A_j)\quad(i\neq j)$$

并且满足

$$P(A_1A_2A_3)=P(A_1)P(A_2)P(A_3)$$

则称 A_1,A_2,A_3 是独立的.

需要注意的是三个事件可能两两独立，但并不一定相互独立.

设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是 n 个事件，若对任意 $k(k\leqslant n)$，任意 $1\leqslant i_1<i_2<\cdots<i_k\leqslant n$，满足等式

$$P(A_{i_1}A_{i_2}\cdots A_{i_k})=P(A_{i_1})P(A_{i_2})\cdots P(A_{i_k})$$

则称这 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是相互独立的.

14. 独立重复实验　二项概率公式

设在实验中，事件 A 发生的概率为 p，$\bar{A}$ 发生的概率为 $1-p=q$. n 次实验中，事件 A 在指定的 k 次实验中发生，则其他 $n-k$ 次实验中，必有 $\bar{A}$ 发生，则概率为 p^kq^{n-k}. 由于这种指定的方式共有 C_n^k 种. 它们是两两互不相容的，由加法定理. 可知在 n 次实验中 A 发生 k 次的概率为

$$P_n(k)=C_n^kp^kq^{n-k}\quad(k=0,1,2,\cdots,n)(q=1-p)$$

上述公式称为二项概率公式.

1.2　典型题精解

例 1.2.1　设 A,B,C 为三个事件，用 A,B,C 的运算关系表示下列各事件：

(1) 仅仅 A 发生：$A\bar{B}\bar{C}$

(2) A 与 C 都发生，而 B 不发生：$A\bar{B}C$

(3) 所有三个事件都不发生：$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ 或 $(\overline{A\cup B\cup C})$

(4) 至少有一个事件发生：$A\cup B\cup C$

(5) 至多有两个事件发生：$\overline{ABC}$

(6) 至少有两个事件发生：$AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC$

(7) 恰有两个事件发生：$AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC$

(8) 恰有一个事件发生:$A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C$

例 1.2.2 从标号为 1,2,…,10 的 10 个同样大小的球中任取一个,求下列事件的概率:A"抽中 2 号",B"抽中奇数号",C"抽中的号数不小于 7".

解 令 i 表示"抽中 i 号",$i = 1,2,\cdots,10$,则 $\Omega = \{1,2,\cdots,10\}$,所以

$$P(A) = \frac{1}{10}, P(B) = \frac{5}{10}, P(C) = \frac{4}{10}$$

例 1.2.3 设 10 件产品中有 3 件次品,现进行无放回地从中取出两件,求在第一次取到次品的条件下,第二次取到的也是次品的概率.

解 令 A_i 表示"第 i 次取到次品",$i = 1,2$ 则要求的概率为

$$P(A_2 \mid A_1) = \frac{P(A_1A_2)}{P(A_1)} = \frac{\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right)}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{9}$$

例 1.2.4 某工厂有三个车间生产同一产品,第一车间的次品率为 0.05,第二车间的次品率为 0.03,第三车间的次品率为 0.01,各车间的产品数量分别为 2 500,2 000,1 500 件,出厂时三车间的产品完全混合,现从中任取一产品,求该产品是次品的概率.

解 设 $B = \{$取到次品$\}$,$A_i = \{$取到第 i 个车间的产品$\}$,$i = 1,2,3$,则有 $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \Omega$,且 $A_1 \cap A_2 = \Phi, A_1 \cap A_3 = \Phi, A_2 \cap A_3 = \Phi$.

利用全概率公式得

$$\begin{aligned}P(B) = \sum_{i=1}^{3} P(A_i)P(B \mid A_i) = P(A_1)P(B \mid A_1) + \\ P(A_2)P(B \mid A_2) + P(A_3)P(B \mid A_3) = \\ \frac{5}{12} \times 0.05 + \frac{1}{3} \times 0.03 + \frac{1}{4} \times 0.01 = \frac{1}{30}\end{aligned}$$

例 1.2.5 某机器由 A,B,C 三类元件构成,其所占比例分别为 0.1,0.4,0.5,且其发生故障的概率分别为 0.7,0.1,0.2. 现机器发生了故障,问应从哪个元件开始检查?

解 设 D"发生故障",A"元件是 A 类",B"元件是 B 类",C"元件是 C 类",则

$$\begin{aligned}P(D) = P(A)P(D \mid A) + P(B)P(D \mid B) + P(C)P(D \mid C) = \\ 0.1 \times 0.7 + 0.4 \times 0.1 + 0.5 \times 0.2 = 0.21\end{aligned}$$

所以

$$P(A \mid D) = \frac{P(AD)}{P(D)} = \frac{7}{21}$$

$$P(B \mid D) = \frac{4}{21}$$

$$P(C \mid D) = \frac{10}{21}$$

故应从 C 元件开始检查.

例 1.2.6　某通信系统的发端以 0.6 和 0.4 的概率发出 0 和 1,由于有干扰,当发出信号 0 时,接收端以概率 0.8 和 0.2 收到信号 0 和 1;而当发出信号 1 时,接收端以概率 0.9 和 0.1 收到信号 1 和 0,求:

(1) 收到信号 1 的概率;

(2) 当收到信号 1 时,发端确是发出 1 的概率.

解　设 $A=\{$收到信号为 1$\}$,$B=\{$发出信号为 1$\}$

(1) $P(A)=P(B)P(A\mid B)+P(\bar{B})P(A\mid \bar{B})=0.4\times0.9+0.6\times0.2=0.48$

(2) $P(B\mid A)=\dfrac{P(B)P(A\mid B)}{P(A)}=\dfrac{0.4\times0.9}{0.48}=0.75$

例 1.2.7　医学上用某方法检验"非典"患者,临床表现为发热、干咳,已知人群中既发热又干咳的病人患"非典"的概率为 5%,仅发热的病人患"非典"的概率为 3%,仅干咳的病人患"非典"的概率为 1%,无上述现象而被确诊为"非典"患者的概率为 0.01%;现对某疫区 25 000 人进行检查,其中既发热又干咳的病人为 250 人,仅发热的病人为 500 人,仅干咳的病人为 1 000 人,试求:

(1) 该疫区中某人患"非典"的概率;

(2) 被确诊为"非典"患者是仅发热的病人的概率.

解　(1) 设

$A=\{$既发热又干咳的病人$\}$,$B=\{$仅发热的病人$\}$,

$C=\{$仅干咳的病人$\}$,$D=\{$无明显症状的人$\}$,

$E=\{$确诊患了"非典"的人$\}$

则易知 A,B,C,D 构成了一完备事件组,由全概率公式得:

$$P(E)=P(A)P(E\mid A)+P(B)P(E\mid B)+P(C)P(E\mid C)+P(D)P(E\mid D)=$$

$$\frac{250}{25\,000}\times5\%+\frac{500}{25\,000}\times3\%+\frac{1\,000}{25\,000}\times1\%+\frac{23\,250}{25\,000}\times0.01\%=0.001\,593$$

(2) 由贝叶斯公式知:

$$P(B\mid E)=\frac{P(B)P(E\mid B)}{P(E)}=\frac{\dfrac{500}{25\,000}\times3\%}{0.001\,593}=0.376\,65$$

1.3　同步题解析

一、填空题

1. 设 A,B,C 是三个随机事件. 试用 A,B,C 分别表示事件

(1) A,B,C 至少有一个发生________

(2) A,B,C 中恰有一个发生________

(3)A,B,C 不多于一个发生________

解 (1)$A\cup B\cup C$;(2)$A\overline{BC}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{AB}C$;(3)$\overline{AB}\cup\overline{AC}\cup\overline{BC}$ 或 $A\,\overline{BC}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{AB}C\cup\overline{ABC}$.

2. 设 A,B 为随机事件,$P(A)=0.5$,$P(B)=0.6$,$P(B\mid A)=0.8$,则 $P(A\cup B)=$ ________

解 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=P(A)+P(B)-P(A)P(B\mid A)=$
$$0.5+0.6-0.5\times0.8=0.7.$$

3. 若事件 A 和事件 B 相互独立,$P(A)=a$,$P(B)=0.3$,$P(\bar{A}\cup B)=0.7$,则 $a=$ ________.

解 由 $P(\bar{A}+B)=P(\bar{A})+P(B)-P(\bar{A}B)$,即
$$0.7=1-a+0.3-(1-a)\times0.3\Rightarrow a=\frac{3}{7}$$

4. 设两两独立的三个事件 A,B,C 满足 $P(A)=P(B)=P(C)<0.5$,$ABC=\Phi$,且 $P(A\cup B\cup C)=\dfrac{9}{16}$,则 $P(A)=$ ________

解 因为 $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$,由题设 $P(A)=P(B)=P(C)$,所以
$$P(AC)=P(A)P(C)=P^2(A)$$
$$P(AB)=P(A)P(B)=P^2(A)$$
$$P(BC)=P(B)P(C)=P^2(A)$$
$$P(ABC)=0$$
将右边条件代入:$\dfrac{9}{16}=3P(A)-3P^2(A)$,解得:$P(A)=\dfrac{3}{4}$,$P(A)=\dfrac{1}{4}$,因为 $P(A)<0.5$,所以 $P(A)=\dfrac{1}{4}$.

5. 甲、乙两人独立地对同一目标射击一次,其命中率分别为0.6和0.5,现已知目标被命中,则它是甲射中的概率为________.

解 设 A 表示“甲射击一次命中目标”事件,B 表示“乙射击一次命中目标”事件,所求:
$$P(A\mid A\cup B)=\frac{P(A\cap(A\cup B))}{P(A\cup B)}=\frac{P(A)}{P(A)+P(B)-P(AB)}=\frac{6}{8}=0.75$$

二、选择题

1. 设 A,B 为两随机事件,且 $B\subset A$,则下列式子正确的是

(A)$P(A+B)=P(A)$　　(B)$P(AB)=P(A)$

(C)$P(B|A)=P(B)$　　(D)$P(B-A)=P(B)-P(A)$

2. 以 A 表示事件"甲种产品畅销,乙种产品滞销",则其对立事件 $\bar{A}$ 为________

(A)"甲种产品滞销,乙种产品畅销" (B)"甲、乙两种产品均畅销"

(C)"甲种产品滞销" (D)"甲种产品滞销或乙种产品畅销"

3. 袋中有50个乒乓球,其中20个黄的,30个白的,现在两个人不放回地依次从袋中随机各取一球. 则第二人取到黄球的概率是________

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

4. 对于事件 A,B,下列命题正确的是________

(A) 若 A,B 互不相容,则 $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也互不相容

(B) 若 A,B 相容,那么 $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也相容

(C) 若 A,B 互不相容,且概率都大于零,则 A,B 也相互独立

(D) 若 A,B 相互独立,那么 $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也相互独立

5. 若 $P(B|A)=1$,那么下列命题中不正确的是________

(A)$A \subset B$ (B)$B \neq A$ (C)$A-B=\varnothing$ (D)$P(A-B)=0$

答 1. A 2. D 3. B 4. D 5. B

三、计算题

1. 甲、乙两射手各自向同一目标射击,已知甲击中目标的概率为0.9,乙击中目标的概率为0.8,试求目标被击中概率.

解 设 A 为甲射中,B 乙射中,目标被命中的概率:

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.8+0.9-0.72=0.98$$

2. 某单位有50%的订户订日报,67%的订户订晚报,85%的订户至少订这两种报纸中的一种,求同时订这两种报纸的订户的概率.

解 设 A 表示订户订日报,B 表示订户订晚报

$$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A \cup B)=50\%+67\%-85\%=0.32$$

3. 50件商品中有3件次品,其余都是正品,每次取一件,无放回地从中抽取3件,试求:

(1) 3件商品都是正品的概率;

(2) 第3次才抽到次品的概率.

解 设 A 表示3件商品都是正品,B 表示第3次才抽到次品

$$P(A)=\frac{C_{47}^3}{C_{50}^3}=0.827\,3$$

$$P(B)=\frac{C_{47}^2 C_3^1}{C_{50}^3}=0.055\,2$$

4. 某人有5把钥匙,但分不清哪一把能打开房间的门,于是逐把试开,试求:

(1) 第二次才打开房门的概率;