

Peculiar Explanation

宋伯涛 总主编

人教A版

北京朗曼教学与研究中心教研成果



讲解

非常



高中数学

教材全解全析(必修②)

天津人民出版社

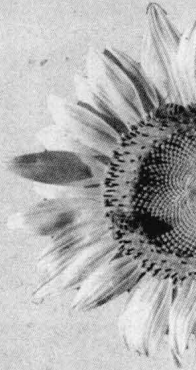
Peculiar
Explanation

人教A版

北京朗曼教学与研究中心教研成果



非常讲解



高中数学

教材全解全析·必修②

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学教材全解全析 .2: 必修/宋伯涛主编. - 天津:
天津人民出版社, 2005
人教 A 版
ISBN 7 - 201 - 01124 - 3

I . 高… II . 宋… III . 数学课 - 高中 - 教学参考
资料 IV . G634 . 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 077227 号

天津人民出版社出版.

出版人: 刘晓津

(天津市西康路 35 号 邮政编码: 300051)

北京市昌平开拓印刷厂印刷 新华书店发行

*

2006 年 6 月第 1 版 2006 年 6 月第 1 次印刷

32 开本 890 × 1240 毫米 11.5 印张 字数: 340 千字

定价: 14.80 元

ISBN 7 - 201 - 01124 - 3

敬告读者

《非常讲解》系列丛书汇集了北京朗曼教学与研究中心最新教学科研成果。值此再版之际,北京朗曼教学与研究中心向全国千百万热心读者深表谢意!

在购买《非常讲解》系列丛书时,请读者认准封面上“北京朗曼教学与研究中心教研成果”“宋伯涛总主编”等字样,以防假冒。

近年来,发现个别出版物公然冒用《非常讲解》品牌或大量盗用书中内容。在此,本中心**严正声明:凡冒用《非常讲解》品牌,盗用书中内容的行为,均为侵犯知识产权行为,本中心将根据有关法规追究侵权者的法律责任。**

保护知识产权,打击盗版、盗用行为是每一个真正尊重知识的忠诚读者的义务。如发现有侵权行为,请您及时告知北京朗曼教学与研究中心,本中心对您的正直行为表示由衷的感谢。

如您在使用本书过程中发现有疏漏之处或疑难问题,可来信与本中心联系,我们将悉心听取您的批评和建议,竭诚为您排忧解难。让我们携手共勉,共同打造朗曼光辉的形象!

本书在全国各地均有销售,您也可以来信邮购。

来信请寄:北京市朝阳区亚运村邮局 89 号信箱,北京朗曼教学与研究中心**蒋雯丽**(收);邮编:100101。

联系电话:010 - 64925885、64925887 转 603、605。

另外,北京朗曼教学与研究中心新建的大型教学网站“朗曼 1+1 网”已于 2004 年 5 月 18 日正式开通。网站科目齐全,内容丰富,欢迎登录!

轻松浪漫的学习旅程,将从点击“朗曼 1+1 网”开始!

网址:<http://www.lmedu.com.cn>



前

言

“非常讲解”丛书是朗曼教学与研究中心继《中学1+1》丛书之后推出的又一品牌,已在图书市场上畅销了5年。所谓“非常”,就是独特新颖,不落窠臼,就是别具一格,与众不同,就是以非常规的模式、非常规的角度来构设板块与栏目,给人非常规的感受。

“非常讲解”丛书具备以下特色:

新颖

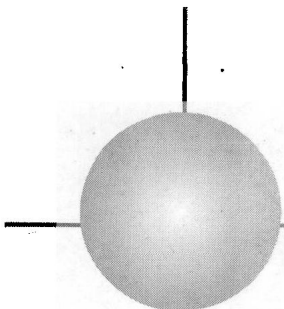
理念新,以“课标”精神与理念贯穿全书,融知识、能力、素质为一体,化方法、实践、创新于一炉,突出学生的主体地位,培养学生自主学习的能力。体例新,既有基础知识的讲析,又有探索研究的平台,充分体现人文性、激励性和创造性。题型新,材料新,形式新,充分体现当前中(高)考新的动向,给人耳目一新之感。

透彻

针对教材的重点、难点、疑点和易错点,精讲精析,点拨到位,典例剖析,举一反三。文科注重知识点滴的积淀,注重个性化的知识网络的构建和能力的迁移。理科注重揭示知识的内在联系,把握学科特点,提炼数理思想,联系实际,倡导理性思维,帮助学生梳理知识,探索规律,总结解题的思路、方法和技巧,点评解题关键,警示思维误区,不断提高学生的实践能力和创新能力。

实用

紧扣教材,与教学同步。注重讲析的层次性和练习



的难易度,面向全体学生,关注学生的个体差异,不同水平的学生都能从中找到展示自己的天地。注重知识讲析与激发学习兴趣、培养学习习惯相结合,有利于学生养成良好的学习品质,掌握良好的学习方法。

“非常讲解”丛书,贴近学生,切合实际,内容丰富,处处洋溢着鲜活的灵性,这也是这套丛书投放市场以来,赢得广大学生、家长和教师青睐的魅力所在。

“非常讲解”丛书尽管精心打造,仍需要不断完善,不当之处,恳请专家、读者指正。

宋伯涛

2006年5月于北师大

目录 CONTENTS

第一章 空间几何体

本章知识导学 1

1.1 空间几何体的结构 1

课程标准要求 1

教材解析 1

方法指引 11

巩固练习 12

1.2 空间几何体的三视图和直观图 16

1.2.1 中心投影与平行投影 16

1.2.2 空间几何体的三视图 16

课程标准要求 16

教材解析 16

方法指引 23

巩固练习 24

1.2.3 空间几何体的直观图 30

课程标准要求 30

教材解析 30

方法指引 34

巩固练习 35

1.3 空间几何体的表面积与体积 38

1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积 38

1.3.1(1) 柱体、锥体、台体的表面积 38

课程标准要求 38

教材解析 39

方法指引 43

巩固练习 44

1.3.1(2) 柱体、锥体与台体的体积 45

课程标准要求 45

教材解析 46

方法指引 49

巩固练习 50

1.3.2 球的体积和表面积 52

课程标准要求 52

教材解析 52

方法指引 56

巩固练习 57

本章小结 59

知识结构框图 59

思想方法提炼 59

注意事项总结 60

解题指导 60

本章测试题 63

第二章 点、直线、平面之间的位置关系

本章知识导学 67

2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系 67

2.1.1 平面 67

课程标准要求 67

教材解析	67	2.3 直线、平面垂直的判定	
方法指引	80	及其性质	129
巩固练习	83	2.3.1 直线与平面垂直的判定	129
2.1.2 空间中直线与直线之间		2.3.3 直线与平面垂直的性质	129
的位置关系	85	课程标准要求	129
课程标准要求	85	教材解析	129
教材解析	86	方法指引	142
方法指引	98	巩固练习	147
巩固练习	104	2.3.2 平面与平面垂直的判定	149
2.1.3 空间中直线与平面		2.3.4 平面与平面垂直的性质	149
之间的位置关系	106	课程标准要求	149
2.1.4 平面与平面之间的		教材解析	149
位置关系	106	方法指引	163
课程标准要求	106	巩固练习	167
教材解析	106	本章小结	169
方法指引	110	知识结构框图	169
巩固练习	111	思想方法提炼	170
2.2 直线、平面平行的判定		注意事项总结	170
及其性质	113	解题指导	171
2.2.1 直线与平面平行的判定	113	本章测试题	173
2.2.3 直线与平面平行的性质	113		
课程标准要求	113	第三章 直线与方程	
教材解析	113	本章知识导学	177
方法指引	116	3.1 直线的倾斜角与斜率	177
巩固练习	118	3.1.1 倾斜角与斜率	177
2.2.2 平面与平面平行的判定	119	课程标准要求	177
2.2.4 平面与平面平行的性质	119	教材解析	177
课程标准要求	119	方法指引	181
教材解析	119	巩固练习	182
方法指引	124	3.1.2 两条直线平行与	
巩固练习	126	垂直的判定	183
		课程标准要求	183

教材解析	183
方法指引	187
巩固练习	189
3.2 直线的方程	190
课程标准要求	190
教材解析	190
方法指引	196
巩固练习	198
3.3 直线的交点坐标与 距离公式	200
3.3.1 两条直线的交点坐标	200
课程标准要求	200
教材解析	200
方法指引	203
巩固练习	206
3.3.2 两点间的距离	208
课程标准要求	208
教材解析	208
方法指引	211
巩固练习	212
3.3.3 点到直线的距离	213
3.3.4 两条平行直线间的距离	213
课程标准要求	213
教材解析	213
方法指引	217
巩固练习	220
本章小结	221
知识结构框图	221
思想方法提炼	222
注意事项总结	222
解题指导	222
本章测试题	225

第四章 圆与方程

本章知识导学	228
4.1 圆的方程	228
4.1.1 圆的标准方程	228
课程标准要求	228
教材解析	228
方法指引	234
巩固练习	235
4.1.2 圆的一般方程	236
课程标准要求	236
教材解析	236
方法指引	241
巩固练习	243
4.2 直线、圆的位置关系	244
4.2.1 直线与圆的位置关系	244
课程标准要求	244
教材解析	244
方法指引	247
巩固练习	252
4.2.2 圆与圆的位置关系	253
课程标准要求	253
教材解析	253
方法指引	256
巩固练习	258
4.2.3 直线与圆的方程的应用	259
课程标准要求	259
教材解析	260
方法指引	263
巩固练习	268
4.3 空间直角坐标系	271
4.3.1 空间直角坐标系	271
课程标准要求	271
教材解析	271

方法指引	273
巩固练习	275
4.3.2 空间两点间的距离公式	276
课程标准要求	276
教材解析	276
方法指引	278
巩固练习	280
本章小结	282
知识结构框图	282
思想方法提炼	282
注意事项总结	283
解题指导	284
本章测试题	287
<u>参考答案</u>	289

第一章 空间几何体

本章知识导学

本章主要研究空间几何体中的多面体：棱柱、棱锥、棱台以及旋转体中的圆柱、圆锥、圆台和球的概念及基本几何结构，学习时需利用运动、变化的思想去认识这些几何体；掌握空间几何体中的三视图的概念和水平直观图的画法，能从不同的方向观察同一几何体的不同的特征，能够识别简单物体的三视图，利用空间几何体的水平直观图可进一步对几何体有一个更为直观、全面的认识；掌握空间几何体（柱、锥、台）的表面积与体积公式，以及球的表面积与体积公式，学习时能够结合公式对几何体的几何元素进行一些基本的运算以及解决一些实际应用问题。

1.1 空间几何体的结构

课程标准要求



1. 掌握棱柱、棱锥与棱台的概念，理解它们之间的联系与区别，进而能从运动的角度认识棱柱、棱锥和棱台三者之间的关系。
2. 借助于旋转掌握圆柱、圆锥、圆台和球的概念，明确其各自相应的基本图形。
3. 能识别简单组合体是由哪些基本几何体构成的。

教材解析



1. 棱柱的结构特征

一般地，有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的多面体叫做棱柱。其中，两个互相平行的面叫做棱柱的底面，简称底，其余各面叫做棱柱的侧面，相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱；侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点。棱柱也可以看成是由一个平面多边形（一般指凸多边形）平移形成的空间几何体。按底面多边形边数，棱柱可分为三

棱柱、四棱柱、五棱柱……. 棱柱可以用表示底面各顶点的字母表示, 如三棱柱表示为棱柱 $ABC-A'B'C'$, n 棱柱表示为棱柱 $A_1A_2\cdots A_n-A'_1A'_2\cdots A'_n$.

棱柱的两个底面是全等的多边形, 且对应边互相平行, 侧面都是平行四边形, 这是棱柱这个几何体的很重要的基本性质, 也是棱柱结构特征的具体体现, 这一点可以通过观察图 1.1-1 理解.

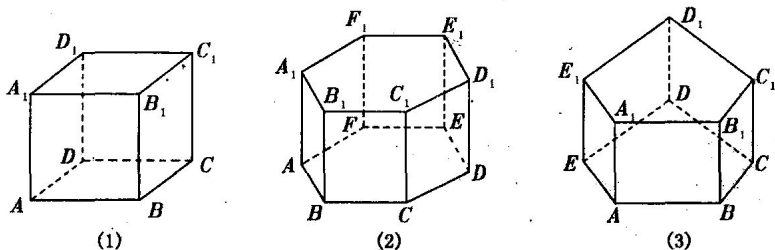


图 1.1-1

在这里还需说明的是关于棱柱的记法, 教材中是用表示底面各顶点的字母来表示的, 我们还可用棱柱的对角线来表示. 我们把棱柱中不在同一个平面上的两个顶点的连线称为棱柱的对角线, 这样把图 1.1-1(1) 中的棱柱也可记为四棱柱 D_1B . 显然这样的表示方法不唯一, 想一想为什么不唯一?

【例 1】 判断下列的几何体是不是棱柱?

- (1) 六棱铅笔; (2) 我们使用的课本; (3) 长方体; (4) 正方体.

思路点拨 紧扣棱柱的定义判定.

解: 六棱铅笔、使用的课本、长方体和正方体都是棱柱, 它们都符合棱柱的定义.

误区剖析 由于棱柱是由一个平面多边形平移形成的空间几何体, 因此判断一个几何体是不是棱柱, 只需看这个几何体能否由一个平面多边形通过平移而形成. 此外在平移过程中由于平面多边形在开始和终止位置时, 两个平面平行, 因此不能把棱柱理解为: 有两个面互相平行其余各面都是平行四边形的几何体. 如图 1.1-2, 这里平面 $A_1B_1C_1$ 与平面 ABC 是平行的, 且其余的面也都是平行四边形, 但这个几何体不是棱柱, 你能否从平移的角度得到解释呢?

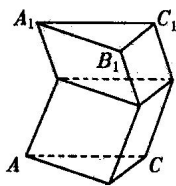


图 1.1-2

评注: 理解棱柱的定义和性质, 二者既有联系, 又有区别.

试解相关题

1-1 棱柱中只有两个面平行, 这种说法是否正确?

1-2 如果一个多面体的两个面互相平行, 其他的面都是平行四边形, 那么这

个多面体

()

- A. 长方体或正方体 B. 不是棱柱
C. 是棱柱 D. 不一定是棱柱

【例 2】 如图 1.1-3.

- (1) 如果 $\triangle ABC$ 是水平放置的三角形, 试以它为底画一个三棱柱.
(2) 如果 $\triangle ABC$ 是竖直放置的三角形, 试以它为底再画一个三棱柱.

思路点拨 画棱柱要确定一个平行移动方向和移动距离, 这个问题可以根据需要去确定.

解: (1) 如图 1.1-4①所示.

(2) 如图 1.1-4②所示.

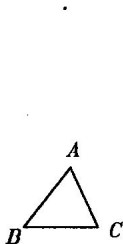
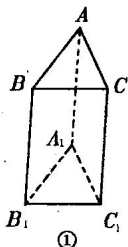
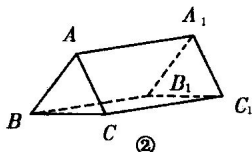


图 1.1-3



①



②

图 1.1-4

误区剖析 同一个多边形, 按不同方向平移, 可得不同的棱柱. 一定要注意当实施平移时只能是按某一确定的方向, 否则就会犯认为图 1.1-2 中那样的几何体也是棱柱的错误.

试解相关题

2-1 如图 1.1-5, 已知四边形 $ABCD$, 试以它为底画出一个四棱柱.

2-2 以四棱柱的侧棱为对边的平行四边形有 ()

- A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

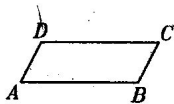


图 1.1-5

2. 棱锥的结构特征

棱锥是利用棱柱的定义演变的, 即当棱柱的一个底面收缩为一个点时, 得到的几何体叫做棱锥. 也可以这样认识棱锥: 有一个面是多边形, 其余各面是有一个公共顶点的三角形, 由这些面所围成的几何体叫棱锥, 这个多边形叫棱锥的底面, 其余各面叫棱锥的侧面, 相邻两个侧面的公共边叫做棱锥的侧棱, 各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点. 棱锥可以用顶点及底面多边形表示, 如三棱锥 $S-ABC$ 、四棱锥 $S-ABCD$ 等.

棱锥是空间几何体中重要的一种, 从棱锥的定义来看, 棱锥有两个本质特征:

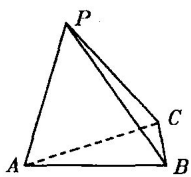
- ①有一个面是多边形; ②其余的各面是有一个公共顶点的三角形, 二者缺一不可.

因此棱锥中有且仅有一个面是多边形,其余各面都是三角形,但是也要注意:“有一个面是多边形,其余各面都是三角形”的几何体未必是棱锥.

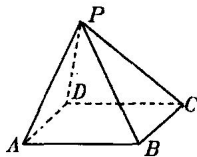
【例3】 试画出一个三棱锥、一个四棱锥和一个五棱锥.

思路点拨 根据棱锥的定义可知要画一个棱锥,只须画一个底面多边形,然后再在底面多边形所在平面外找一点,该点作棱锥的一个顶点,再把该点与底面多边形的各顶点连接起来,即可得相应的棱锥图形.

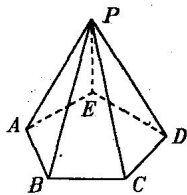
解:相应的棱锥形状不唯一,下面是所有的图形中的一种,如图 1.1-6.



三棱锥



四棱锥



五棱锥

图 1.1-6

误区剖析 由于底面的平面图形画得不好,侧棱很容易画成重合在一起,这是作图要注意的问题,如五棱锥中 PD, PE .

评注:上面三个图中都有共同的特点,即①均由平面图形围成;②其中一个面为平面多边形;③其他各面都是三角形;④这些三角形有一个公共顶点,其中多边形一定要是平面多边形,否则它就不是棱锥.

试解相关题

3-1 判断图 1.1-7 所示物体是不是三棱锥,为什么?

3-2 设计一个平面图形,使它能够折成一个侧面与底面都是等边三角形的三棱锥.

3. 圆柱、圆锥、圆台

(1) 圆柱、圆锥、圆台的定义.

分别以矩形、直角三角形、直角梯形的一边、一直角边、垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴,其余各边旋转形成的面围成的旋转体分别叫做圆柱、圆锥、圆台. 旋转轴叫做轴,垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做底面,不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做侧面,无论旋转到什么位置,这条边都叫做母线.

圆柱也可以看成是一个矩形绕着它的一组对边中点所在直线旋转半周所形成的几何体.

圆锥也可以看成是一个等腰三角形绕着底边的中垂线旋转半周所形成的几何体.

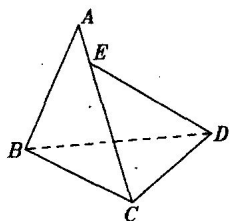


图 1.1-7

圆台也可以看成是一个等腰梯形绕着两底边中点所在直线旋转半周所形成的几何体。当然圆台也可看作是用平行于圆锥底面的平面截圆锥所得的几何体。

(2) 圆柱、圆锥、圆台的结构特征。

1° 圆柱

观察图 1.1-8 可知

- ① 圆柱的轴通过上、下底面的圆心，并且垂直底面。
- ② 圆柱的母线都相等，并且都等于圆柱的高。
- ③ 圆柱两底面平行，并且是相等的两个圆面。因此，面积也相等。
- ④ 平行于圆柱底面的平面截圆柱所得的截面是和底面相等的圆。
- ⑤ 经过圆柱轴的平面截圆柱所得的截面是矩形，这一矩形的一组对边是母线，另一组对边是底面圆的直径。我们常把这一截面称为轴截面。

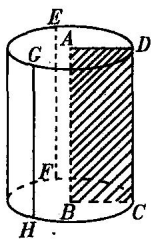


图 1.1-8

2° 圆锥

观察图 1.1-9 可知

- ① 圆锥的轴通过底面圆的圆心，并且垂直于底面。
- ② 圆锥的所有母线长都相等。
- ③ 平行于圆锥的底面的平面截圆锥所得的截面是圆。
- ④ 经过圆锥的轴的平面截圆锥所得的截面是等腰三角形，我们把这一截面称为轴截面。

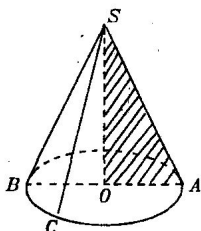


图 1.1-9

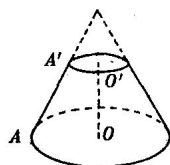


图 1.1-10

3° 圆台

观察图 1.1-10 可知

- ① 圆台的轴过两底面圆的圆心，并且垂直于底面。
- ② 圆台的所有母线长都相等。
- ③ 平行于圆台的底面的平面截圆锥所得的截面是圆。
- ④ 经过圆台的轴的平面截圆台所得的图形是等腰梯形，梯形的腰长就是母线长，这一个截面称为圆台的轴截面。

由上可知圆柱、圆锥、圆台的几何特征都集中在其轴截面上，因此我们可以通过其轴截面来研究圆柱、圆锥、圆台的性质。

(3) 圆柱、圆锥、圆台的画法。

画圆柱、圆台一般先画一个底面,再画两条母线(过轴截面),最后画另一个底面;画圆锥可以先画母线(作为轴截面),再补上底面比较方便.如图 1.1-11 所示.

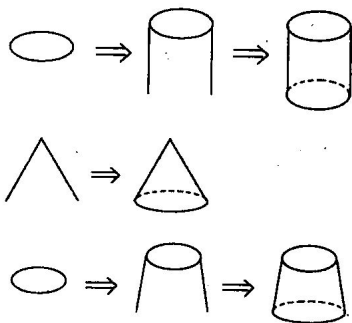


图 1.1-11

【例 4】 圆柱也可以看成一个圆沿垂直于圆面方向平移而成的几何体,如图 1.1-12 中的椭圆,当把它们分别看成水平及竖直放置的两个圆时,分别画出一个圆柱.

思路点拨 画法类似于画棱柱.

解:如图 1.1-13 所示,左右分别是底面水平与底面竖直的圆柱.

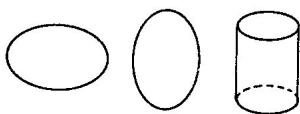


图 1.1-12

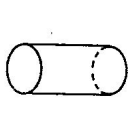


图 1.1-13

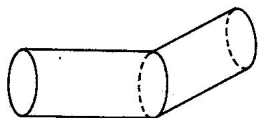


图 1.1-14

误区剖析 平移方向发生偏差,画成图 1.1-14 就不是圆柱.

评注:若把圆柱按平移的观点来看待,则一定要保证按照一个确定的方向,保持一定的距离平移.

试解相关题

4-1 墨水瓶底部是圆柱,中部是圆台,上部也是圆柱,画出几何体,并画出旋转一周形成这个几何体的平面图形.

【例 5】 一直角梯形 $ABCD$,如图 1.1-15 所示,分别以 AB, BC, CD, DA 所在直线为轴旋转一周,画出所得几何体的大致形状.

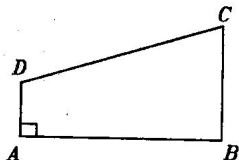


图 1.1-15

思路点拨 不妨自己先做一个如上图样的直

角梯形的硬纸板旋转,先获得感性认识,再做本题.

解:如图 1.1-16 所示.

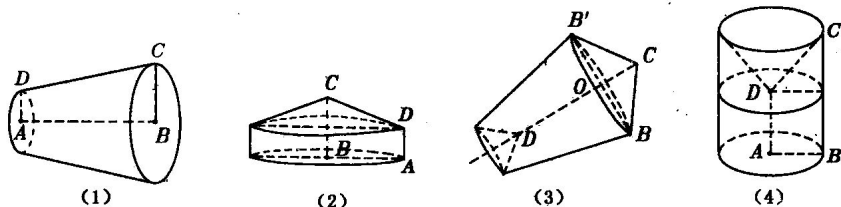


图 1.1-16

误区剖析 不明确旋转轴线及底面两圆的半径,以 CD 所在直线为轴旋转一周,所得几何体(3),作图困难较大.

评注:画图时,应明确轴线及底面圆的半径,如图 1.1-16(3)中,过 B 作轴 CD 的垂线 BO ,垂足为 O ,则 BO 即为所画圆锥、圆台的公共的底面圆半径,进一步确定直径 BB' ,使作图比较准确.

试解相关题

5-1 一个直角三角形绕其斜边旋转会形成一个什么图形?

【例 6】 图 1.1-17 绕虚线旋转一周后形成的立体图形是由哪些简单几何体构成的.

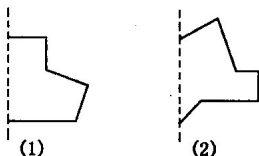


图 1.1-17

思路点拨 过原图中的折点向旋转轴引垂线,即可得到旋转以后的图形.

解:旋转后的图形如图 1.1-18 所示.

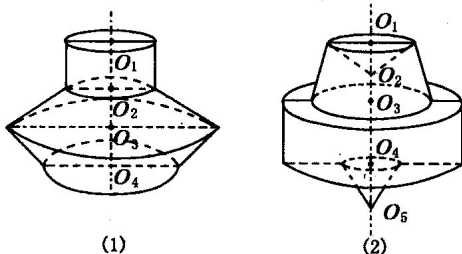


图 1.1-18