高等院校物理类规划教材

工科物理学教程

（上）

主编　李剑波

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

高等院校物理类规划教材

工科物理学教程

（上）

主　编　李剑波
副主编　胡朝晖　徐柳苏　何卫中　古家虹
钟红伟　王　栋　谭　敏　王　玮

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

工科物理学教程. 上/李剑波主编. —武汉：武汉大学出版社，2010. 10
高等院校物理类规划教材
ISBN 978-7-307-07984-7

Ⅰ. 工…　Ⅱ. 李…　Ⅲ. 物理学—高等学院—教材　Ⅳ. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 131149 号

责任编辑:任仕元　史新奎　　责任校对:黄添生　　版式设计:马　佳

出版发行：**武汉大学出版社**　(430072　武昌　珞珈山)
(电子邮件：cbs22@ whu. edu. cn　网址：www. wdp. com. cn)
印刷:湖北金海印务有限公司
开本：720 × 1000　1/16　印张:16　字数:301 千字　插页:1
版次:2010 年 10 月第 1 版　　2010 年 10 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-307-07984-7/O · 426　　定价:28.00 元

前　　言

本套教材是根据教育部《高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划》的精神，为了适应当前普通工科院校教学改革的要求，在总结我们多年教学实践的基础上，吸取了国内外众多优秀教学改革观念而编写的。本套教材的主要特点是：

① 在内容上满足上、下学期的教学完整性；

② 保持大学物理教学的科学性和完整性；

③ 具备实用性和易懂性，使教师易施教，使学生易自学；

④ 教材是立体化教材，配备学习指导书及多媒体电子课件等多种教学素材。

本套教材由古家虹编写质点运动学、牛顿运动定律，徐柳苏编写动量守恒定律和能量守恒定律、刚体的定轴转动，胡朝晖编写静电场、稳恒磁场，李剑波编写电磁感应和电磁场、机械振动、机械波，钟红伟编写气体分子的运动论、热力学基础，王栋编写光的干涉，谭敏编写光的衍射，王玮编写光的偏振，何卫中编写狭义相对论简介、量子物理初步。学习指导书的相关章节仍由以上编者分工编写，最后由李剑波负责全书的定稿工作。

武汉大学出版社有关人员在本书的编辑出版过程中付出了大量的劳动，在此表示深深的谢意。

由于编者水平有限，加上时间比较仓促，书中难免有疏漏和不妥之处，恳请读者批评指正。

编者

2010年5月

目　录

第1章　质点运动学

物理学是一门研究物质内部结构、运动的基本形态与规律以及物质与物质之间相互作用的自然基础学科。物理学所研究的运动形式包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核运动以及其他微观粒子的运动等。物体与物体之间或物体内部各部分之间的相对位置随时间的变化称为机械运动，它是物质运动中最简单、最基本的运动形式。研究机械运动规律的学科称为力学。在力学中，研究物体的位置随时间而改变的学科称为运动学。

本章讨论质点运动学。先定义描述质点运动的物理量；然后以圆周运动为例讨论曲线运动中的法向加速度和切向加速度；最后讨论相对运动。

1.1　质点　参考系　坐标系

1.1.1　质点

任何物体都有大小和形状。一般来说，物体在运动时各部分的位置变化是不同的，物体的运动情况非常复杂。如果在所考察的力学问题中，物体的大小和形状可以忽略不计，则可以把物体当做只有质量没有形状和大小的点，这就是质点。质点是从实际物体抽象出来的理想化的物理模型。虽然理想模型实际上并不存在，但它有助于揭示事物的主要性质，因此不仅对于学习物理学，而且对于学习其他一切科学技术，都是一种极为重要的方法。

一个物体能否被当做质点，并不取决于它的实际大小，而是取决于研究问题的性质。例如，研究地球绕太阳公转时，地球可当做质点；但地球自转时，地球则不可当做质点。

当一个物体不能当做质点时，可以把整个物体看做是由许多质点组成的质点系。分析这些质点的运动，就可以弄清楚整个物体的运动。因此，研究质点的运动是研究实际物体复杂运动的基础。

1.1.2　参考系

我们生活的世界是一个永恒运动着的物质世界，即使是最简单的机械运

动，从物体的位置变动来看，运动也是绝对的，在自然界中所有的物体都在不停地运动，绝对不动的物体是没有的。“静止”只有相对的意义。例如，放在桌子上的书相对于桌子是静止的，但它却随地球一起绕太阳运动，这就是运动的绝对性。描述物体的运动或静止总是相对于某个选定的物体而言的，**为描述物体的运动而选择的标准物(或物体组)称为参考系**。即观察一个物体的运动，总是选取其他的物体作为标准。选取的参考物不同，对物体运动的描述是不一样的，这就是运动的相对性。

从运动学的角度讲，参考系的选择是任意的，主要根据问题的性质和研究方便而定。物体相对于地球的运动通常选取地球为参考系，物体相对于太阳的运动通常选取太阳为参考系。在描述物体的运动时，必须指明参考系。参考系不同，对同一物体运动的描述是不同的。比如，在匀速运动的车厢内自由落体的质点，在地面观察，则物体做抛物线运动。若不指明参考系，则认为以地面为参考系。

1.1.3 坐标系

为了定量确定物体相对于参考系的位置，需要在参考系上选定一个固定的坐标系。物理学中常用的坐标系有直角坐标系、极坐标系、自然坐标系、球坐标系或柱面坐标系，等等。

坐标系的选择是任意的，主要由研究问题的方便而定。坐标系的选择不同，描述物体运动的方程是不同的，但对物体运动的规律没有影响。

1.1.4 时间和时间间隔

物体的运动不能脱离空间，也不能脱离时间。因此，要定量描述物体的运动，还要建立适当的时间坐标轴。时间轴上的点表示时刻，它与物体的某一位置相对应；两个时刻之间的间隔表示时间，它与物体位置的某一变化过程相对应。

1.2 质点运动的描述

1.2.1 位置矢量

要描述一个质点的运动，首要问题是如何确定质点相对于参考系的位置。如图 1-1 所示，可以在参考系上取一点 O，称之为原点，从原点 O 到质点所在的位置 P 的有向线段能唯一地确定质点相对于参考系的位置。因而定义从原点 O 到质点所在的位置 P 点的有向线段 $\boldsymbol{r}$，叫做位置矢量或位矢。它是矢量，

有大小和方向。如图 1-2 所示，在直角坐标系中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 由 P 所在点的三个坐标(x，y，z)确定，于是位矢 $\boldsymbol{r}$ 的表达式为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

式中：$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为 x、y、z 轴上的单位矢量。显然，位置矢量的大小为 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，其方向由它的三个方向余弦

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}$$

$$\cos\beta=\frac{y}{r}$$

$$\cos\gamma=\frac{z}{r}$$

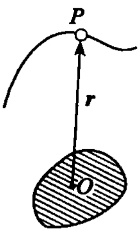

图 1-1　位置矢量

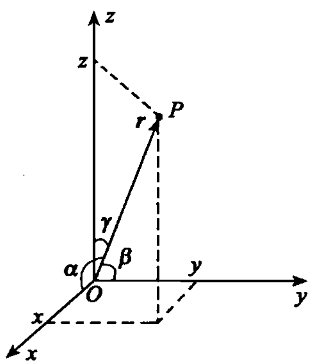

图 1-2　位置矢量

确定。位置矢量的基本单位为米(m)。

1.2.2　质点的运动方程和轨迹

质点运动时，它相对坐标原点 O 的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 是随时间变化的。因此，$\boldsymbol{r}$ 是时间的函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1-2a}$$

或

$$\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases} \tag{1-2b}$$

这就是质点运动方程，它包含了质点运动的全部信息。

运动学的重要任务之一，就是找出各种具体运动所遵循的运动方程，或者

说知道运动方程，也就可以解决质点的运动问题。

质点运动时，在坐标系中描绘的线称为质点运动的轨迹。即在运动方程的分量式中，消去时间 t 得

$$f(x,\ y,\ z)=0 \tag{1-3}$$

此为质点的轨迹方程。

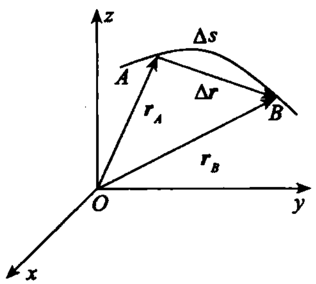

图 1-3　路程 $\Delta s=\widehat{AB}$

1.2.3　位移与路程

质点运动，从始点 A 到终点 B，它相对于原点的位置矢量由 $\boldsymbol{r}_A$ 变化到 $\boldsymbol{r}_B$，我们把由**始点 A 到终点 B 的有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 定义为质点的位移矢量，简称位移**，用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示。

在直角坐标系中，位移可表示为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta x\,\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\,\boldsymbol{k} \tag{1-4}$$

即位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 等于终点 B 与始点 A 的位置矢量之差。

表征**质点运动轨迹长短的物理量称为路程**。路程常用 Δs 表示。如图 1-3 所示，质点在 Δt 时间内由 A 沿曲线运动到 B，则弧长 $\widehat{AB}$ 即为 Δt 时间内质点运动的路程。

路程与位移是两个不同的概念。位移是矢量，是指位置矢量的变化；路程是标量，是指运动轨迹的长度。即使在直线运动中，位移和路程也是截然不同的两个概念。只有当 $\Delta t\to 0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s$；或当质点仅做直线运动时，路程与位移的大小才相等。

位移和路程的基本单位均为米(m)。

1.2.4　速度与速率

速度是描述质点位置随时间变化的快慢和方向的物理量。

如图 1-4 所示，设 Δt 时间内质点完成了 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的位移，则位移与时间的比值 $\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 称为质点在该段时间内的平均速度，用 $\overline{\boldsymbol{v}}$ 表示，即

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{\Delta t}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-5}$$

它的方向与 $\Delta\boldsymbol{r}$ 相同。

当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度的极限称为质点在 t 时刻的瞬时速度，简称速度，用 $\boldsymbol{v}$ 表示。

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-6}$$

速度是矢量，大小简称速率，方向为沿轨迹上质点所在位置的切线并且指向前进的一方。

在国际单位制中平均速度和速度的单位为米·秒$^{-1}$($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)。

在直角坐标系中，速度表达式为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-7}$$

瞬时速度的大小叫瞬时速率，简称速率。

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1-8}$$

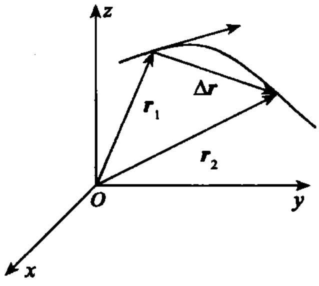

图 1-4　平均速度

1.2.5　加速度

加速度的概念最先是由伽利略提出的，它是描述质点速度变化快慢的物理量。

如果在 t_1 时刻，P_1点，质点的速度为 $\boldsymbol{v}_1$，t_2 时刻，P_2点，质点的速度为 $\boldsymbol{v}_2$，则在 Δt 时间内，速度增量为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$，$\Delta t$ 时间内的平均加速度为

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-9}$$

平均加速度是矢量，大小为$|\Delta\boldsymbol{v}|/\Delta t$，表示质点在确定时间间隔内速度改变的快慢程度，方向就是质点在这段时间内速度增量的方向。

当 $\Delta t\to 0$ 时，平均加速度的极限称为质点在 t 时刻的瞬时加速度，简称加速度，用 $\boldsymbol{a}$ 表示。

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-10}$$

即加速度为速度对时间的一阶导数，或位置矢量(或位移)对时间的二阶导数。

在直角坐标系中，加速度可表示为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-11}$$

加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

它的方向是 $\Delta t\to 0$ 时速度增量的极限方向。

加速度的国际单位制单位是米·秒$^{-2}$($\mathrm{m \cdot s^{-2}}$)。

例 1　一个质点在 x 轴上做直线运动，运动方程为 $x=2t^3+4t^2+8$，式中 x 的单位为米，t 的单位为秒，求：(1)任意时刻的速度和加速度；(2)在 $t=2\mathrm{s}$

和 $t=3$s 时刻，物体的位置、速度和加速度；(3) 在 $t=2$s 到 $t=3$s 时间内，物体的平均速度和平均加速度。

解：(1)由速度和加速度的定义式，可求得

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d(2t^3+4t^2+8)}{dt}=6t^2+8t\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d(6t^2+8t)}{dt}=12t+8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

(2) $t=2$s 时

$$x=2\times2^3+4\times2^2+8=40\ \mathrm{m}$$

$$v=6\times2^2+8\times2=40\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a=12\times2+8=32\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$t=3$s 时

$$x=2\times3^3+4\times3^2+8=98\ \mathrm{m}$$

$$v=6\times3^2+8\times3=78\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a=12\times3+8=44\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

(3) $$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{98-40}{3-2}=58\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{78-40}{3-2}=38\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

例 2 一人用绳子拉着车前进(见图 1-5)，小车位于高出绳端 h 的平台上，人的速率为 v_0 不变，求小车的速度和加速度(绳子不可伸长)。

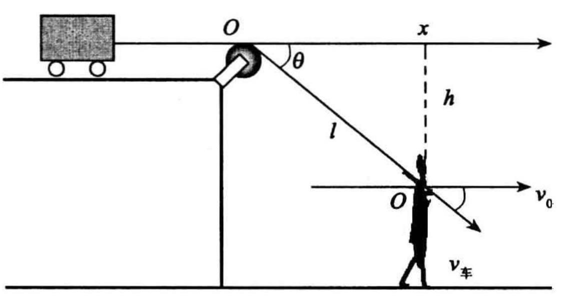

图 1-5

解：人在地面沿 x 轴方向前进，以滑轮为原点，则人在 t 时刻的坐标为 x，由速度的定义，人的速度为

$$v_0=\frac{dx}{dt}$$

由于绳子不会伸长，故水平绳长与斜向绳长的变化率相同，而绳长的变化率即

为车前进的速率。

$$v_{车}=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

$$l^2=x^2+h^2$$

$$\therefore 2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}x \Rightarrow \quad v_{车}=\frac{x}{l}v_0$$

$$v_{车}=\frac{v_0 x}{\sqrt{x^2+h^2}}=v_0\cos\theta$$

$$a_{车}=\frac{\mathrm{d}v_{车}}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0^2h^2}{\sqrt{(x^2+h^2)^3}}$$

例 3　设某质点沿 x 轴运动，在 $t=0$ 时的速度为 v_0，其加速度与速度的大小成正比而方向相反，比例系数为 $k(k>0)$，试求该质点的速度随时间变化的关系式。

解：由题意及加速度的定义式可知

$$a=-kv=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

可得
$$\frac{\mathrm{d}v}{v}=-k\mathrm{d}t$$

积分
$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=\int_0^t -k\mathrm{d}t$$

得
$$\ln\frac{v}{v_0}=-kt$$

所以
$$v=v_0\mathrm{e}^{-kt}$$

因而速度的方向保持不变，但速度的大小随时间增大而减小，直到速度等于零为止。

1.3　圆周运动

圆周运动的本质，是一种特殊的平面曲线运动。下面我们先研究一般的平面曲线运动，然后再将结论运用到圆周运动上。

1.3.1　自然坐标系

质点的运动方向恒沿运动轨迹的切线，因此以轨迹上任一点的切线和法线构成坐标系来研究平面曲线运动将比较方便，这样的坐标系称为自然坐标系。自然坐标系的原点为质点运动轨迹的一点。如图 1-6 所示，$\boldsymbol{e}_n$ 沿轨道法线，

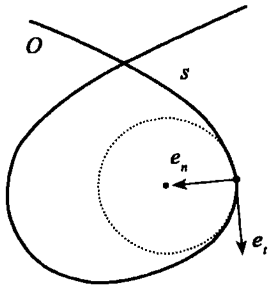

图 1-6　自然坐标

指向轨道的曲率中心，称为法向单位矢量；$\boldsymbol{e}_t$ 沿轨道切向，指向质点的前进方向，称为切向单位矢量。

显然，随着质点位置的改变，$\boldsymbol{e}_n$，$\boldsymbol{e}_t$ 的方向也随着变化。在自然坐标中，质点某一时刻的位置由质点与原点间的轨道长度 s 来确定。

质点在坐标系中运动时，有 $s=s(t)$，这就是运动方程。

自然坐标中质点运动的路程可表示为

$$s=s(t+\Delta t)-s(t) \tag{1-12}$$

速度为

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_t \tag{1-13}$$

式中：$v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$为速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小，即速率。

1.3.2　圆周运动的切向加速度和法向加速度

加速度：

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t} \tag{1-14}$$

式中：右边第一项的大小$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$为质点在某一位置速率的变化率，方向与切向平行，故称切向加速度，以 $\boldsymbol{a}_t$ 表示，即

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

第二项中的$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t}$可借助几何方法来分析。如图 1-7(b)所示，因为 $\Delta\boldsymbol{e}_t=\boldsymbol{e}_{t2}-\boldsymbol{e}_{t1}$，

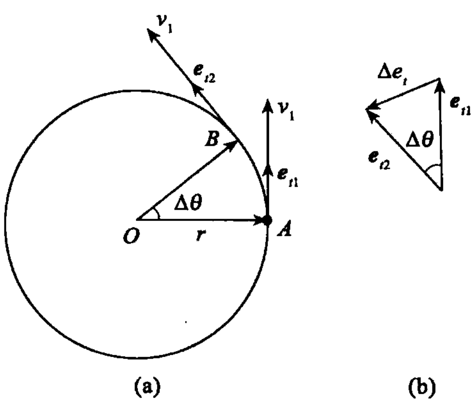

图 1-7　切向单位矢量随时间的变化

而且 $|\Delta\boldsymbol{e}_t|=\Delta\theta\times|\boldsymbol{e}_t|=\Delta\theta$，所以当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta\to 0$，这时 $\Delta\boldsymbol{e}_t$ 的方向趋向于

与 e_{t1} 垂直，即趋于指向圆心，为法线方向 e_n。所以，$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta e_t}{\Delta t}=\dfrac{de_t}{dt}=\dfrac{d\theta}{dt}e_n$，即得

$$a_n = v\frac{de_t}{dt}=\frac{v^2}{r}e_n \tag{1-16}$$

为质点的法向加速度。

由式(1-15)和式(1-16)，可将质点做曲线运动时的加速度 a 的表示式(1-14)写成

$$a = a_t + a_n = \frac{dv}{dt}e_t + \frac{v^2}{\rho}e_n \tag{1-17}$$

ρ 为轨迹在该点的曲率半径。

式(1-16)虽是从圆周运动中导出的，但它对任何曲线运动的情况都适用。这是因为任何曲线中的一小段均可视为一小段圆弧，其半径就是曲线在该点处的曲率半径。故加速度的大小

$$a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2+\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$$

其方向

$$\varphi = \arctan\frac{a_n}{a_t}$$

1.3.3　圆周运动的角量描述

对圆周运动而言，由于圆周的半径是确定的，质点的位置可以使用另一种方法来确定。这种方法叫做圆周运动的角量描述。

圆周运动的角量描述是一种简化的平面极坐标表示方法。平面极坐标系的构成如图1-8所示，以平面上 O 点为原点(极点)，Ox 轴为极轴，就建立起一个平面极坐标系。平面上任一点 P 的位置，可用 P 到 O 的距离(极径)r 和 r 与 x 轴的夹角(极角)θ 来表示。

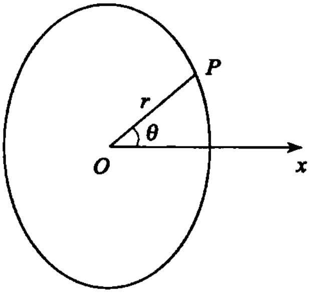

图 1-8　平面极坐标

平面极坐标系对圆周运动的描述。

平面极坐标系适于描述质点的圆周运动。以圆心为极点，再沿一半径方向设一极轴 Ox，则质点到 O 点的距离 r 即为圆半径 R，是一个常量，故质点位置仅用夹角 θ 即可确定。θ 称为质点的角位置，它实际上只代表质点相对于原点的方向。θ 随时间 t 变化的关系式为

$$\theta=\theta(t) \tag{1-18}$$

称为角量运动方程。质点在从 t 到 $t+\Delta t$ 过程中角位置的变化叫做角位移，即

$$\Delta\theta=\theta(t+\Delta t)-\theta(t) \tag{1-19}$$

通常取逆时针转向的角位移为正值。

质点在做圆周运动时，在一段时间内的角位移与时间间隔的比值定义为角速度。有限长时间段内的角位移与时间间隔的比值叫做平均角速度，即

$$\bar{\omega}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{1-20}$$

而在无限短时间内角位移与时间间隔的比值叫做瞬时角速度，简称为角速度。根据极限的概念，在 $\Delta t\to 0$ 时平均角速度的极限就是质点在 t 时刻的瞬时角速度，即

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-21}$$

即角速度为角位置的时间变化率(角位置对时间的一阶导数)，通常以逆时针转动的角速度为正。角速度的单位是 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$(弧度每秒)或 $\mathrm{s^{-1}}$。

圆周运动过程中角速度增量与时间间隔的比值定义为角加速度，常用 α 表示。所谓角速度增量是指质点在 t 到 $t+\Delta t$ 过程中末角速度与初角速度之差。即

$$\Delta\omega=\omega(t+\Delta t)-\omega(t) \tag{1-22}$$

在有限长的时间段内角速度增量与其时间间隔 Δt 之比称为平均角加速度：

$$\bar{\alpha}=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

在无限短的时间间隔内角速度增量与其时间间隔之比称为瞬时角加速度，简称为角加速度。同样，根据极限的概念，在 $\Delta t\to 0$ 时平均角加速度的极限即为质点在 t 时刻的瞬时角加速度：

$$\alpha=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-23}$$

即角加速度为角速度对时间的变化率(或角速度对时间的一阶导数，或角运动方程对时间的二阶导数)。角加速度的单位是 $\mathrm{rad\cdot s^{-2}}$或 $\mathrm{s^{-2}}$。

1.3.4 线量与角量的关系

质点的圆周运动常用平面极坐标系和自然坐标系描述。极坐标用角位置、角速度和角加速度等物理量来描述圆周运动，称为角量描述；而自然坐标是用路程、速率、切向加速度及法向加速度来描述圆周运动，称为线量描述。两种描述之间的关系比较简单，如图 1-9 所示。设质点沿半径为 R 的圆周运动，以 P 点为路程起点，以运动方向为正方向，也就是角位置 θ 和路程 s 增加的方向。设质点 t 时刻在 P_1 点，其角位置为 θ，路程为 s，则有

$$s=R\theta \tag{1-24}$$

若到 $t+\Delta t$ 时刻质点到 P_2 点，过程中质点路程为 Δs，角位移为 $\Delta\theta$，则有