



浙教版

中学数学不难学 名师帮你指迷津



丁保荣

教你学数学

DINGBAORONG
JIAONI XUESHUXUE

八年级上

丁保荣 主编

第一模块 准确解读教材

第二模块 化解易错误区

第三模块 把握中考热点

第四模块 适量练习题

第五模块 总结学习方法

1 2 3



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

丁保荣教你学数学

八年级上

(浙教版)

丁保荣 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

丁保荣教你学数学·八年级·上/丁保荣主编. —杭州：
浙江大学出版社，2011.4
ISBN 978-7-308-08512-0

I. ①丁… II. ①丁… III. ①中学数学课—初中—教学参考
学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 045301 号

丁保荣教你学数学·八年级上

丁保荣 主编

责任编辑 沈国明

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州大漠照排印刷有限公司

印 刷 德清县第二印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 15.25

字 数 432 千

版 印 次 2011 年 4 月第 1 版 2011 年 4 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-08512-0

定 价 28.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571) 88925591

前　　言

数学其实并不像大家想象的那样难学,只要按照正确方法循序渐进地学习,就能够取得良好成绩的。学习数学应注意以下几个方面:

一、准确解读教材

教材是数学学习的基本,本书[知识讲解]栏目从“听课笔录”入手分解本节教材重点,化解难点,达到准确了解教材的目的。联系已学相关知识,对每个“知识点”的知识内涵举例讲解并作“针对性练习”一竿子到底,从理论到实战达到理解掌握教材。

二、化解易错误区

学习中对概念、定理、公式的理解难免出现偏差,在解题过程中也会出现“漏”或“重”解等错误。[易错误区]栏目全面解析本节的思维误区易错点,释疑解惑,纠错反思,弥补疏漏,使学习效果日臻完善。

三、把握中考热点

中考是对教与学的效果的一个检验,同步把握中考命题动向也是一种学习技巧。全书精选各地中考名题进行细致入微的讲解和点拨,以提高应试能力。

四、适量练习题

一个没有做过适量数学题的人要想在数学考试中取得优异成绩几乎是不可能的。[达标测试]栏目少而精分档次地编制了“A组”“B组”“课外拓展”三类习题,供读者演练。

五、总结学习方法

数学学习要随时注重方法的总结,例如解题就要不断总结各种题型的一般解法,做到解决一题,熟悉一类。所以要不断总结学习方法、解题技巧。本书每章首的[学法指导]和章末的[方法指导]全面总结了本章的学习方法,并渗透到每节的例题讲解中。

愿本套书成为你学好初中数学的好帮手。

参加本书编写的有:刘智建、陈晓岚、方利生、王菊清、王帼芳、朱汝芳、朱晓燕、朱晓勤、沈文革、何星天、张敬君、陈兰仙、陈志强、陈光明、季惠民、金和谦、金旭颖。

目 录

第 1 章 平行线

1.1 同位角、内错角、同旁内角	1
1.2 平行线的判定	6
1.3 平行线的性质	11
1.4 平行线之间的距离	17
本章方法指导	22
本章检测	25

第 2 章 特殊三角形

2.1 等腰三角形	29
2.2 等腰三角形的性质	33
2.3 等腰三角形的判定	38
2.4 等边三角形	43
2.5 直角三角形	49
2.6 探索勾股定理	54
2.7 直角三角形全等的判定	60
本章方法指导	65
本章检测	70

第 3 章 直棱柱

3.1 认识直棱柱	74
3.2 直棱柱的表面展开图	79
3.3 三视图	85
3.4 由三视图描述几何体	90
本章方法指导	95
本章检测	98

第 4 章 样本与数据分析初步

4.1 抽样	103
4.2 平均数	107
4.3 中位数和众数	113
4.4 方差和标准差	118
4.5 统计量的选择与应用	123

本章方法指导	129
本章检测	132

第 5 章 一元一次不等式

5.1 认识不等式	137
5.2 不等式的基本性质	142
5.3 一元一次不等式	146
5.4 一元一次不等式组	151
本章方法指导	157
本章检测	160

第 6 章 图形与坐标

6.1 探索确定位置的方法	164
6.2 平面直角坐标系	169
6.3 坐标平面内的图形变换	174
本章方法指导	179
本章检测	181

第 7 章 一次函数

7.1 常量与变量	185
7.2 认识函数	188
7.3 一次函数	195
7.4 一次函数的图象	200
7.5 一次函数的简单应用	206
本章方法指导	213
本章检测	219

参考答案

第1章 平行线



主要内容

本章内容主要包括四部分：(1) 同位角、内错角、同旁内角；(2) 平行线的判定；(3) 平行线的性质；(4) 平行线之间的距离。

本章内容是在前面学习了平面内两条直线有相交和平行两种位置关系的基础上，讨论两条直线和第三条直线相交的位置关系，通过相关的角来判断两条直线平行和反映平行线的性质。

重点：运用平行线的性质和判定解决几何演绎推理问题。

难点：平行线的判定方法、平行线性质的应用、平行线之间的距离的理解与应用以及在演绎推理过程中的几何语言的严谨性和逻辑性。



学法指导

1. 本章的知识与生活实际联系密切，在学习时要坚持“理论联系实际”的原则，注意观察实物、模型和图形，通过观察、归纳寻找图形中的位置关系和数量关系，从而发现图形的性质。

2. 要正确区分平行线的判定和性质：平行线的判定是在不知道是不是平行线的情况下判定是不是平行线，而平行线的性质是在知道是平行线的情况下，研究与平行线有关的角的数量关系。

3. 能够结合图形用符号语言表述自己分析和解决问题的过程。

1.1 同位角、内错角、同旁内角



知识讲解

● 听课笔录

【重点分解】

本节的主要内容是“三线八角”中的同位角、内错角、同旁内角等概念，会在简单的图形中辨认同位角、内错角、同旁内角，会在给定某个条件下进行有关同位角、内错角、同旁内角的判定和计算。

【难点化解】

同位角、内错角、同旁内角三个概念都是针对“三线八角”的模型（即两条直线被第三条直线所截而形成的三线八角）来规定的，若只凭直观感觉来理解这些概念往往会犯错误。

学习中要正确认识同位角、内错角、同旁内角这三类角的位置,它们是成对出现的,要熟记基本图形,能从组合图形中分离出基本图形.

● 相关知识

1. 两条直线的位置关系:(1)相交;(2)平行.

2. 两条直线相交所成4个角,其关系为:(1)邻补角互补;(2)对顶角相等.

知识点1 同位角、内错角、同旁内角的概念

同位角:分别在两条直线的同一侧,并且都在第三条直线同旁的一对角.

内错角:在两条直线之间,并且分别在第三条直线异侧的一对角.

同旁内角:在两条直线之间,并且都在第三条直线同旁的一对角.

如图1-1.

(1) 同位角: $\angle 1$ 与 $\angle 5$, $\angle 2$ 与 $\angle 6$, $\angle 3$ 与 $\angle 7$, $\angle 4$ 与 $\angle 8$,它们分别在 l_1 , l_2 的同一侧,且在 l_3 的同旁.

(2) 内错角: $\angle 3$ 与 $\angle 5$, $\angle 4$ 与 $\angle 6$,它们分别夹在 l_1 , l_2 之间,同时又各在 l_3 的异侧.

(3) 同旁内角: $\angle 4$ 与 $\angle 5$, $\angle 3$ 与 $\angle 6$,它们分别夹在 l_1 , l_2 之间,且在 l_3 的同旁.

提示 (1) 构成同位角、内错角、同旁内角的直线往往是两条直线被第三条直线所截而成的,不会有4条甚至更多的直线构成.

(2) 要注意两个角对于直线而言所在的位置,根据位置来判断是同位角、内错角,还是同旁内角.

例1 如图1-2所示,找出图中所有的同位角、内错角、同旁内角.

分析 先把图1-2分解为图1-3①②③出现“三线八角”的基本图形.

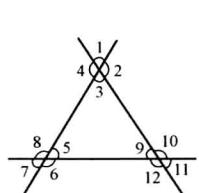
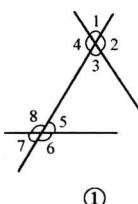
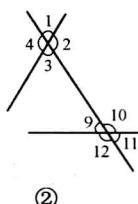


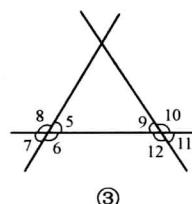
图1-2



①



②



③

图1-3

解 同位角有: $\angle 1$ 与 $\angle 8$, $\angle 1$ 与 $\angle 10$, $\angle 2$ 与 $\angle 11$, $\angle 2$ 与 $\angle 5$, $\angle 3$ 与 $\angle 6$, $\angle 3$ 与 $\angle 12$, $\angle 4$ 与 $\angle 7$, $\angle 4$ 与 $\angle 9$, $\angle 5$ 与 $\angle 10$, $\angle 6$ 与 $\angle 11$, $\angle 7$ 与 $\angle 12$, $\angle 8$ 与 $\angle 9$;内错角有: $\angle 4$ 与 $\angle 5$, $\angle 3$ 与 $\angle 8$, $\angle 2$ 与 $\angle 9$, $\angle 3$ 与 $\angle 10$, $\angle 5$ 与 $\angle 12$, $\angle 6$ 与 $\angle 9$;同旁内角有: $\angle 3$ 与 $\angle 5$, $\angle 5$ 与 $\angle 9$, $\angle 3$ 与 $\angle 9$, $\angle 4$ 与 $\angle 8$, $\angle 6$ 与 $\angle 12$, $\angle 2$ 与 $\angle 10$.

点拨 在复杂的图形中,找同位角、内错角、同旁内角时,首先要辨认这些角中,它们分别是被哪两条直线被哪条直线所截而成,并分类按一定顺序找,这样才能做到不重不漏.

针对性练习

1. 找出图1-4中所标注的角中的同位角、内错角和同旁内角.

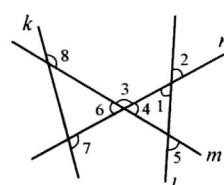


图1-4

知识点2 同位角、内错角、同旁内角的识别

能够成为同位角(或内错角、同旁内角)的两个角必须是两条直线被第三条直线所截而形成的,即两个角各有一条边在同一条直线上。如图1-5所示,∠1和∠2是一组同位角,∠1的一条边ME和∠2的一条边NE在同一条直线EF上。

提示 同位角、内错角、同旁内角的识别首先要记住它们所在的基本图形,当已给出的图形不是很完整时,可补全它,这样有助于准确观察。

例2 如图1-6所示,∠1和∠E,∠2和∠3,∠3和∠E各是什么角?它们分别是哪两条直线被哪一条直线所截得的?

分析 在复杂图形中确定角的位置关系及截线、被截直线时,可以用彩笔在草稿纸上描出相应角的边或把要确定关系的两角从原图中分解出来,以便观察。

解 ∠1和∠E是直线AD、EC被直线BE所截形成的同位角,∠2和∠3是直线AD、EC被直线AC所截形成的内错角,∠3和∠E是直线AE、AC被直线EC所截形成的同旁内角。

点拨 在“三线八角”的确定时,应化繁为简,避开与基本图形无关的线、角,可简化过程,提高正确率。

针对性练习

2. 如图1-7,试找出图中∠1的所有同位角。

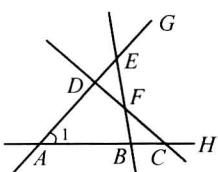


图1-7

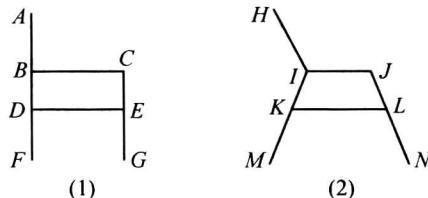


图1-8

例3 家具店里卖的椅子一般设计成图1-8(2)的形状,而不是设计成图1-8(1)的形状,因为图(2)的椅子比图(1)的椅子坐起来较稳、较舒服。请找出图(2)的椅子中所有的同位角、内错角、同旁内角。

分析 注意两图之间的区别,点H、I、M不在同一条直线上,因此在判断同位角与内错角时不能受图(1)的影响,注意严格按照定义来判断。

解 同位角有:∠MKL与∠MIJ、∠NLK与∠NJI;

内错角有:∠MKL与∠KLJ、∠NLK与∠LKI;

同旁内角有:∠MKL与∠NLK、∠LKI与∠KLJ、∠KLJ与∠LJI、∠KIJ与∠LJI、∠KIJ与∠LKI。

点拨 当题中涉及的角比较多时,应按一定的顺序寻找,做到不重不漏。

针对性练习

3. 电子屏幕上显示的数字“3”如图1-9所示,图中有同位角、内错角、同旁内角吗?若有,请找出来。

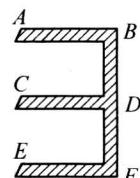


图1-9

针对性练习答案

1. 同位角有 $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 和 $\angle 7$ 、 $\angle 4$ 和 $\angle 8$ ；内错角有 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 、 $\angle 6$ 和 $\angle 8$ 、 $\angle 6$ 和 $\angle 7$ ；同旁内角有 $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 8$ 。 2. 题图中与 $\angle 1$ 是同位角的有： $\angle GDC$ 、 $\angle GEB$ 、 $\angle EBH$ 、 $\angle DCH$ 。 3. 有 2 组同位角，它们是 $\angle ABD$ 和 $\angle CDF$ 、 $\angle BDC$ 和 $\angle DFE$ ；有 3 组同旁内角，它们是 $\angle ABD$ 和 $\angle CDB$ 、 $\angle CDF$ 和 $\angle EFD$ 、 $\angle ABF$ 和 $\angle EFB$ 。



易错误区

误区 1 混淆两个角的位置关系，从而导致不能正确判断角的关系。

例 1 如图 1-10，下列说法正确的是 ()

- A. $\angle 1$ 与 $\angle 6$ 是同位角 B. $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 是同旁内角
C. $\angle 5$ 与 $\angle 6$ 是内错角 D. $\angle 4$ 与 $\angle 6$ 是对顶角

错解 A

纠错分析 $\angle 1$ 与 $\angle 6$ 看似在直线的同侧、同旁，而把构成 $\angle 1$ 与 $\angle 6$ 的直线的条数忽略了，在该问题中构成 $\angle 1$ 与 $\angle 6$ 的直线有 4 条。

正解 C

误区 2 由于分不清相关的两个角是由哪两条直线被第三条直线所截，从而导致在同位角、内错角、同旁内角的识别上出现错误。

例 2 如图 1-11 所示， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ ， $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是内错角，则它们分别是由哪两条直线被哪一条直线所截得到的？

错解 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是由直线 CD ， AB 被直线 BD 所截而得到的；
 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是由直线 AD ， BC 被直线 AC 所截而得到的。

纠错分析 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的公共边所在的直线 AC 是截线，其余两边 AB ， CD 就是被截的两条直线。同理 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 的截线是 DB ，被截的两条直线应该是 BC 与 AD 。

正解 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是直线 AB 与 DC 被直线 AC 所截而得到的内错角；
 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是直线 BC 与 AD 被直线 BD 所截而得到的内错角。

警示 解答此类问题时，易出现的错误是分不清相关的两个角是由哪两条直线被哪一条直线所截而得到的，实际上这两个角的公共边所在的直线是截线，剩余的两边是被截直线。

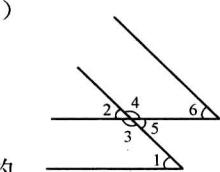


图 1-10

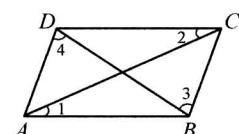


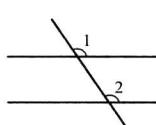
图 1-11



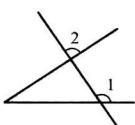
达标测试

A 组

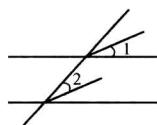
1. 在图 1-12 中， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角的是 ()



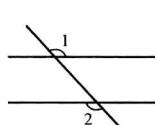
(1)



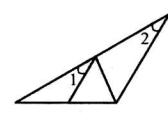
(2)



(3)



(4)



(5)

图 1-12

- A. (1)、(2)、(3) B. (2)、(3)、(4)

2. 如图 1-13, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角, 是
A. 直线 AD 、 BC 被直线 AC 所截构成
C. 直线 AB 、 CD 被直线 BC 所截构成

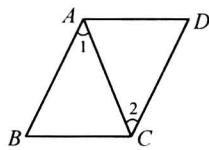


图 1-13

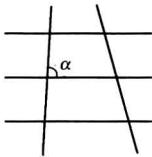


图 1-14

- C. (3)、(4)、(5) D. (1)、(2)、(5)

- B. 直线 AB 、 CD 被直线 AD 所截构成
D. 直线 AB 、 CD 被直线 AC 所截构成

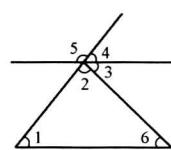


图 1-15

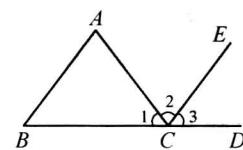


图 1-16

3. 如图 1-14, 与 $\angle \alpha$ 构成同位角的角的个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 如图 1-15, 下列结论正确的是

- A. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角 B. $\angle 5$ 与 $\angle 2$ 是对顶角
C. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角 D. $\angle 1$ 与 $\angle 5$ 是内错角

5. 如图 1-16, $\angle 3$ 与 $\angle B$ 是直线 AB 、_____被直线_____所截构成的_____角;
 $\angle 1$ 与 $\angle A$ 是直线 AB 、_____被直线_____所截构成的_____角; $\angle 2$ 与 $\angle A$ 是直线 AB 、_____被直线_____所截构成的_____角.

B 组

6. 如图 1-17, 同位角有_____对, 内错角有_____对, 同旁内角有_____对, AB 、 BD 被 MN 所截, _____和_____是同位角, _____和_____是内错角, _____和_____是同旁内角, 对顶角有_____.

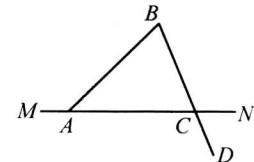


图 1-17

7. 如图 1-18, 直线 a 、 b 被直线 c 所截, $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 105^\circ$, 求 $\angle 1$ 的同位角、 $\angle 4$ 的内错角、 $\angle 3$ 的同旁内角的度数.

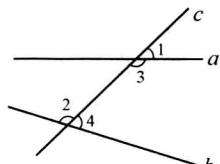


图 1-18



课外拓展

8. 如图 1-19, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $DE \perp AC$ 于 E , 交 AB 于点 D .

- (1) 说出当 BC 、 DE 被 AB 所截时, $\angle 3$ 的同位角、内错角和同旁内角;
(2) 试说明 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ 的理由.

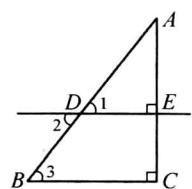


图 1-19

1.2 平行线的判定



知识讲解

● 听课笔录

【重点分解】

本节主要内容是平行线的判定. 平行线的三种判定方法为同位角相等, 两条直线平行; 内错角相等, 两条直线平行; 同旁内角互补, 两条直线平行, 能运用所学过的平行线的判定方法, 进行简单的推理和计算, 体会用实验的方法得几何性质(规律) 的重要性与合理性.

【难点化解】

熟练识别三类角: 同位角、内错角、同旁内角, 然后将条件向三类角的数量关系(相等或互补) 转化, 才能判定平行, 要判定两条直线是否平行, 三种角的位置关系和数量关系是关键. 平行线的判定是从推理的形式展开的, 要熟记这种图形关系的字母和符号语言.

● 相关知识

1. 同位角: 两条直线被第三条直线所截, 两个角都在两条直线的同一侧, 并且都在第三条直线的同一旁.
2. 内错角: 两条直线被第三条直线所截, 两个角都在两条直线之间, 并且分别在第三条直线的两旁.
3. 同旁内角: 两条直线被第三条直线所截, 两个角都在两条直线之间, 并且都在第三条直线的同一旁.

知识点 1 平行线的判定方法

两条直线被第三条直线所截, 如果同位角相等, 那么这两条直线平行. 简单地说, 同位角相等, 两直线平行. 基本图形如图 1-20(1) 所示.

推理形式: $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore l_1 \parallel l_2$ (同位角相等, 两直线平行).

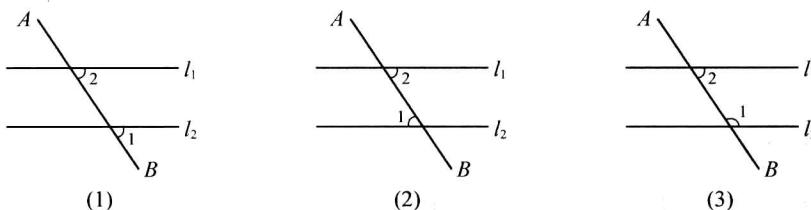


图 1-20

两条直线被第三条直线所截, 如果内错角相等, 那么这两条直线平行. 简单地说, 内错角相等, 两直线平行. 基本图形如图(2) 所示.

推理形式: $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore l_1 \parallel l_2$ (内错角相等, 两直线平行).

两条直线被第三条直线所截, 如果同旁内角互补, 那么这两条直线平行. 简单地说, 同旁内角互补, 两直线平行. 基本图形如图(3) 所示.

推理形式: $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \therefore l_1 \parallel l_2$ (同旁内角互补, 两直线平行).

在同一平面内, 垂直于同一直线的两直线平行. 基本图形如图 1-21 所示.

推理形式: $\because l_1 \perp l, l_2 \perp l, \therefore l_1 \parallel l_2$ (在同一平面内, 垂直于同一直线的两直线平行).

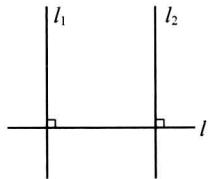


图 1-21

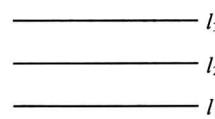


图 1-22

平行于同一直线的两直线平行. 基本图形如图 1-22 所示.

推理形式: $\because l_1 \parallel l_2, l_1 \parallel l_3, \therefore l_2 \parallel l_3$ (平行于同一直线的两直线平行).

提示 判定两直线平行的方法共有五种, 前三种是利用角的数量关系判定的, 第四种是利用垂直关系判定的, 最后一种是利用平行线的传递性判定的. 在应用时, 要注意各种方法的前提条件.

方法小结: (1) 第四种方法可以看做是由前三种方法中的任意一个推出的结论, 即用前三种方法中的任意一个都可以说明第四种方法的正确性.

(2) 平行关系满足对称性, 如: 直线 $l_1 \parallel l_2$, 也有直线 $l_2 \parallel l_1$. 这表明平行关系是相互的.

(3) 平行关系满足传递性, 如: $\because l_1 \parallel l_2, l_2 \parallel l_3, \therefore l_1 \parallel l_3$.

(4) 用三种角的数量关系判定两直线平行是基本方法, 其他方法都是这些基本方法的延伸.

例 1 如图 1-23 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, AD 是 $\angle EAC$ 的平分线, 试判断 AD 与 BC 是否平行, 并说明理由.

分析 利用“三线八角”判定, 即同位角(内错角)相等, 两线平行; 同旁内角互补, 两线平行.

解 因为 AD 是 $\angle EAC$ 的平分线,

所以 $\angle EAD = \frac{1}{2} \angle EAC$.

又因为 $\angle EAC = \angle B + \angle C, \angle B = \angle C$,

所以 $\angle B = \frac{1}{2} \angle EAC$.

所以 $\angle EAD = \angle B$.

所以 $AD \parallel BC$ (同位角相等, 两条直线平行).

点拨 读者也可以尝试用其他两种方法解题. 从本质上讲, 三种方法是紧密联系的. 当能使用一种方法时, 其他两种方法也一定能使用. 为什么? 请同学自行说明.

针对性练习

1. 如图 1-24 所示, 已知 $AH \perp CD$, 垂足为 B , AE 与 BF 相交于点 G , 且 $\angle FGE = 60^\circ, \angle FBH = 150^\circ$. 试判断 AE 与 CD 是否平行, 并说明理由.

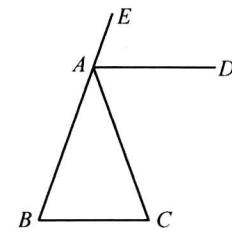


图 1-23

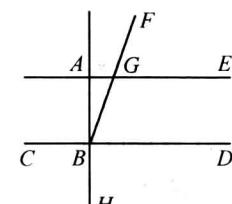


图 1-24

例 2 如图 1-25 所示, 已知 A, B, C, D 在同一条直线上, $AB = CD, CE = BF, \angle ACE = \angle DBF$, 试判断 AE 与 DF 是否平行, 并说明理由.

分析 我们可采用由目标出发分析的方法：要使 $AE \parallel DF$ 成立，只需 $\angle A = \angle D$ 成立；要使 $\angle A = \angle D$ 成立，只需 $\triangle ACE \cong \triangle DBF$ 成立；而由已知条件，容易说明 $\triangle ACE \cong \triangle DBF$ 成立，所以问题得以解决。

解 因为 $AB = CD$ ，所以 $AC = DB$ 。

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle DBF$ 中，

$AC = DB$, $\angle ACE = \angle DBF$, $CE = BF$,

所以 $\triangle ACE \cong \triangle DBF$ (SAS)。

所以 $\angle A = \angle D$ (全等三角形的对应角相等)。

所以 $AE \parallel DF$ (内错角相等，两条直线平行)。

点拨 以上这种分析方法是常见的数学方法之一，人们称之为分析法。同学们要通过一定题量的训练，逐步体会它的思想。

针对性练习

2. 如图 1-26 所示，已知 B, E, C, F 在同一条直线上， $BE = CF$, $AB = DE$, $\angle B = \angle DEF$, 试判断 AC 与 DF 是否平行，并说明理由。

知识点 2 平行线判定方法的应用

由平行线的判定可知：欲判定两条直线平行，只要能推出这两条直线所截成的同位角相等，或内错角相等，或同旁内角互补即可。

提示 判定平行关系的过程要说明根据，且根据要正确。

- 例 3** 如图 1-27 所示，两束光线 AB, CD 从空气射向水面，入射角 $\angle ABM$ 与 $\angle CDN$ 均为 30° ，那么 AB 与 CD 平行吗？请说明理由。

分析 $\angle ABM$ 与 $\angle CDN$ 不是同位角，不能根据它们相等得到 AB 与 CD 平行，但根据入射角的知识，可知 $\angle ABF$ 和 $\angle CDF$ 均为 120° ，而它们是一对同位角。

解 AB 与 CD 平行。理由如下：

$\because \angle ABM$ 和 $\angle CDN$ 均为 30° (已知)，

$\therefore \angle ABF = \angle CDF = \angle ABM + \angle MBF = \angle CDN + \angle NDF = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$ (等量代换及入射角知识)。

$\therefore AB \parallel CD$ (同位角相等，两直线平行)。

点拨 (1) $\angle ABM$ 和 $\angle CDN$ 不属于“三线八角”，不能根据 $\angle ABM = \angle CDN$ 就判定 $AB \parallel CD$ 。

(2) 跨学科的相关问题要注意学科间知识的区别与联系，本例中也可用法线 MB, ND 垂直于水面 EF 和 $\angle ABM = \angle CDN$ 得出 $\angle ABE = \angle CDE$ ，从而证明 $AB \parallel CD$ 。

针对性练习

3. 木工师傅用曲尺画出工件边缘的两条垂线 a, b (如图 1-28 所示) 就可以在工件上找出两条直线 a 与 b 平行，你能说明理由吗？

- 例 4** 我们有这样的经验，把光线射入水中，光线的方向发生了改变，即水中的光线与空气中的光线不在一条直线上，这是光线在水中的折射现象，同样水中的光线射入空气中也会发生这种现象。如图 1-29 为光线从空气射入水中，再从水中射入空气中的示意图。由物理学知识有 $\angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$ ，请你用所学过的知识来判断光线 c 与 d 是否平行。

分析 要判断光线 c 与 d 是否平行，关键是要判断 $\angle 2 + \angle 5$ 与 $\angle 6 + \angle 3$ 这对内错角是否相等。

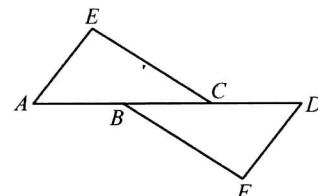


图 1-25

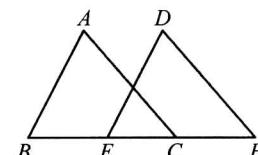


图 1-26

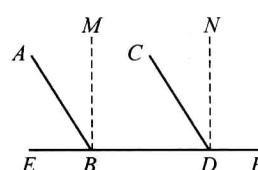


图 1-27

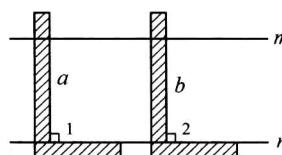


图 1-28

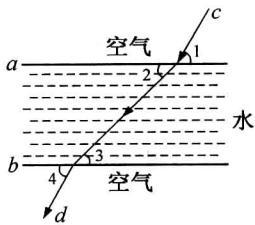


图 1-29

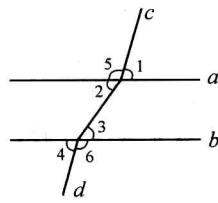


图 1-30

解 $c \parallel d$. 如图 1-30, $\because \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ, \angle 4 + \angle 6 = 180^\circ, \angle 1 = \angle 4, \therefore \angle 5 = \angle 6$. 又 $\because \angle 2 = \angle 3, \therefore \angle 2 + \angle 5 = \angle 6 + \angle 3, \therefore c \parallel d$.

点拨 在生活中许多应用类问题需要用平行的有关知识来解决, 这道题目结合了物理光学的有关知识和平行线的判定知识.

针对性练习

4. 如图 1-31, 三块相同的三角尺拼成一个图形, 请找出图中的平行线, 并说明理由.

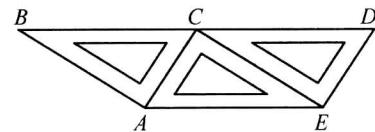


图 1-31

针对性练习答案

1. $AE \parallel CD$. 由已知可求得 $\angle FBD = \angle FGE = 60^\circ$, 则 $AE \parallel CD$.
2. 由 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 则 $\angle ACB = \angle DFE$, 所以 $AC \parallel DF$.
3. 由于 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$, 根据同位角相等, 两直线平行, 因此 $a \parallel b$.
4. AC 与 DE 平行, 因为 $\angle EDC$ 与 $\angle ACB$ 是同位角且相等. BD 与 AE 平行, 因为 $\angle BCA$ 与 $\angle EAC$ 是内错角且相等. AB 与 EC 平行, 因为 $\angle BAC$ 与 $\angle ECA$ 是内错角且相等.



易错误区

误区 1 对截得的两个角的被截直线判断不清, 从而导致直线的平行关系判断错误.

例 1 下面的判断是否正确, 若不正确, 应怎样改正?

如图 1-32, 若 $\angle 1 = \angle 4$, 则 $CD \parallel AB$.

若 $\angle 2 = \angle 3$, 则 $AD \parallel BC$.

错解 这是正确的.

纠错分析 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 虽然是内错角, 但是 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是直线 AC 截直线 AD 与 BC 形成的, 而不是 AB 与 CD , $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是直线 AC 截直线 AB 与 CD 形成的, 而不是 AD 与 BC . 在该问题中只是注意到了“内错角相等, 两直线平行”而忽视了构成角的直线.

正解 这是错误的, 应该为: 若 $\angle 1 = \angle 4$, 则 $AD \parallel BC$.

若 $\angle 2 = \angle 3$, 则 $CD \parallel AB$.

误区 2 (1) 不能根据图形和已知条件选择适当的方法判定两直线平行; (2) 基本图形识别上易出错.

例 2 判断下列推理正确与否.

(1) 在图 1-33(1) 中, 根据“同位角相等, 两直线平行”, 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $AB \parallel DC$.

(2) 在图(2)中, 根据“内错角相等, 两直线平行”, 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $AB \parallel CD$.

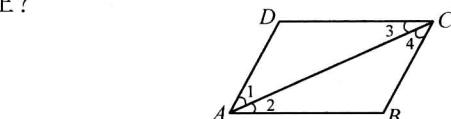
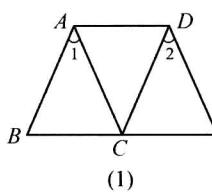
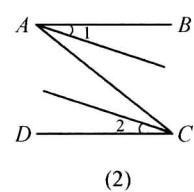


图 1-32



(1)



(2)

图 1-33

错解 (1) 正确 (2) 正确

纠错分析 (1) 题中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不是同位角, 因此, 即使 $\angle 1 = \angle 2$, 也不能判定 $AB \parallel DC$.
(2) 题中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不是内错角, 因此, 即使 $\angle 1 = \angle 2$, 也不能判定 $AB \parallel CD$.

正解 (1) 不正确; (2) 不正确.

警示 在判断两直线是否平行时, 必须是同位角相等、内错角相等、同旁内角互补三个条件中的一个成立. 往往只注重相等, 而忽略了这些角是否满足条件.



达标测试

A 组

1. 如图 1-34, 下列条件中, 不能判断直线 $l_1 \parallel l_2$ 的是 ()
A. $\angle 1 = \angle 3$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 4 = \angle 5$ D. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

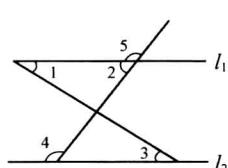


图 1-34

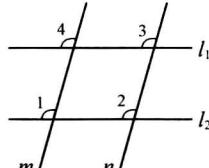


图 1-35

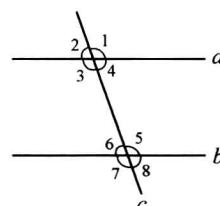


图 1-36

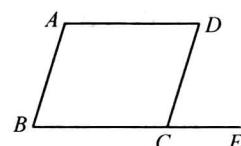


图 1-37

2. 如图 1-35, 下列判断正确的是 ()

- A. 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $l_1 \parallel l_2$ B. 若 $\angle 1 = \angle 3$, 则 $m \parallel n$
C. 若 $\angle 2 = \angle 4$, 则 $l_1 \parallel l_2$ D. 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $m \parallel n$

3. 如图 1-36, 直线 a, b 都与直线 c 相交, 则能判定 $a \parallel b$ 的条件是 _____.

4. 如图 1-37, 如果 $\angle B = \angle DCE$, 那么 _____ // _____, 它的根据是 _____; 如果 $\angle D = \angle DCE$, 那么 _____ // _____, 它的根据是 _____; 如果 $\angle A + \angle D = 180^\circ$, 那么 _____ // _____, 它的根据是 _____.

5. 如图 1-38, ADB 是一条直线, $\angle ADE = \angle ABC$, 且 DG, BF 分别是 $\angle ADE$ 和 $\angle ABC$ 的平分线, 那么 DG 与 BF 平行吗? 为什么?

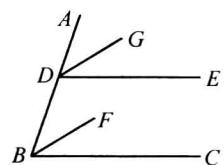


图 1-38

B 组

6. 如图 1-39, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, 再添上什么条件可使 $AB \parallel CD$ 成立?

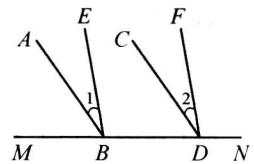


图 1-39

7. 如图 1-40, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle BAC = 20^\circ$, $\angle ACF = 80^\circ$.

(1) 求 $\angle 2$ 的度数; (2) FC 与 AD 平行吗? 为什么?

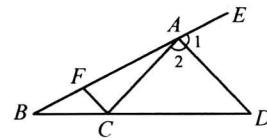


图 1-40

8. 如图 1-41, 巡逻在海上的缉私艇正向正北航行, 在 A 处发现在它的北偏东 $32^\circ 51'$ 方向的 B 处有一条走私船, 纳私艇马上调转船的方向追走私船并一举截获。这时从雷达上看出港口就在正南面, 于是船长下令将船头调转 $147^\circ 9'$ 直接返港。试问: 船长下令返港的航向是否正确?

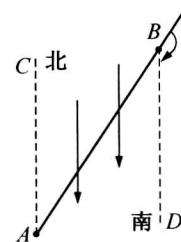


图 1-41



课外拓展

9. 如图 1-42, BE 平分 $\angle ABD$, DE 平分 $\angle BDC$, 且 $BE \perp DE$ 于 E , 那么直线 AB 、 CD 的位置关系如何? 说明理由。

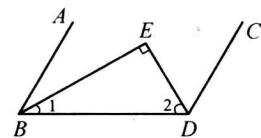


图 1-42

1.3 平行线的性质



知识讲解

● 听课笔录

【重点分解】

本节主要内容是平行线的三条性质: ① 两直线平行, 同位角相等; ② 两直线平行, 内错角相等; ③ 两直线平行, 同旁内角互补。根据平行线的性质进行简单的说理和表达, 培养几何运算能力。

【难点化解】

在运用性质的结论时, 要注意把性质和判定区别开来, 它们的根本区别是因果关系的颠倒。就是说, “性质”的题设是“判定”的结论, 而“判定”的题设是“性质”的结论, 它们正好对调。同时, 还要明确性质和判定的用途不同, 从角的关系得到的结论是两直线平行, 就是判定条件; 如果已知直线平行, 由平行线得到角相等或互补关系, 是平行线的性质。