

国家工科基础课程力学教学基地系列教材、教辅

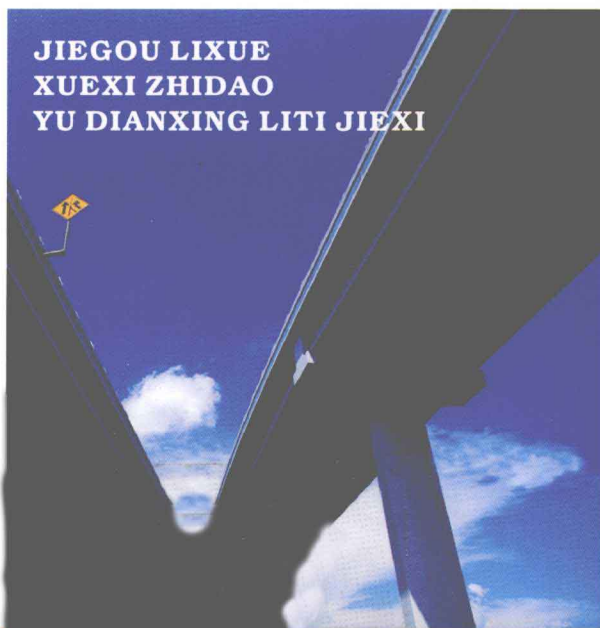
结构力学

学习指导与典型例题解析

刘蓉华 蔡 婧 编著

西南交通大学国家工科基础课程力学教学基地 组编

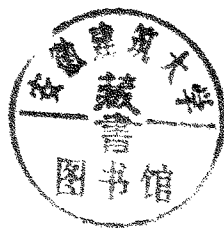
JIEGOU LIXUE
XUEXI ZHIDAO
YU DIANXING LITI JIEXI



国家工科基础课程力学教学基地系列教材、教辅

结构力学学习指导 与典型例题解析

刘蓉华 蔡 婧 编著



西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内 容 提 要

本书是与《结构力学》主教材配套的学习辅导书,内容包括各章的学习目的与基本要求、知识点考点精要、典型例题分析及习题解析和各章模拟试题自测。与现行的主教材对应,全书共分八章,包括平面体系几何组成分析、静定结构内力分析、静定结构位移计算、力法、位移法、矩阵位移法、结构动力学、影响线及其应用。本书精选了 500 多道典型性较强的例题,并做了较全面的详细解答、分析及评注。

本书内容丰实、重点突出、解答明确,尤其便于自学,可作为土建、水利、道桥等专业本科、专科、专升本、函授、自考学生学习结构力学的辅导用书,也可作为土木工程专业研究生入学考试、注册结构工程师资格考试结构力学复习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学学习指导与典型例题解析 / 刘蓉华, 蔡婧
编著. —成都: 西南交通大学出版社, 2011.3
ISBN 978-7-5643-1085-1

I. 结… II. ①刘…②蔡… III. ①结构力学—高等学校—教学参考资料 IV. ①0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 016952 号

国家工科基础课程力学教学基地系列教材、教辅
结构力学学习指导与典型例题解析

刘蓉华 蔡婧 编著

责任编辑	张 波
封面设计	本格设计
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 87600533
邮 编	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
电子邮箱	cbsxx@swjtu.edu.cn
印 刷	成都蓉军广告印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
印 张	17
字 数	425 千字
版 次	2011 年 3 月第 1 版
印 次	2011 年 3 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5643-1085-1
定 价	26.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本书是学习结构力学课程的辅助参考用书。编写本书的目的旨在帮助读者掌握结构力学的基本内容,抓住重点,分清难点;针对各章特点掌握学习方法和解题方法;在学习基本理论的基础上扩展知识面,启发读者自主学习的积极性,从而提高分析、综合和创新的能力。

本书共分八章,每章分为四部分:

学习目的与基本要求 根据高等学校“结构力学课程教学基本要求”对每章主要知识点的学习目的和掌握的程度,给出了了解、掌握、熟练掌握的由低到高层次要求。

知识点考点精要 对每章主要内容进行了归纳总结,对重点和难点内容进行了详细而深入的阐述和讨论。理出基本概念、重要定理和主要内容,突出必须掌握和考试出现频率高的核心知识。

典型例题分析及习题解析 精选了具有代表性的例题和习题进行详细的分析和解析,这些例题涉及内容广、类型多、技巧性强,旨在提高同学的分析能力,掌握基本概念和理论,开拓解题思路,熟练掌握解题技巧。

模拟试题自测 自测旨在进一步强化解题训练,反映考试的重点、难点,培养综合能力和应变能力,巩固和提高复习效果。

本书是在《结构力学学习指导与能力训练》(西南交通大学出版社,2005年)的基础上进行编写的,本次编写新增了一些具有较强的典型性、灵活性、启发性和综合性的题目,使得本书的内容与体系更加完整,题型更加丰富,应用性更强。

本书可作为土建、水利、道桥等专业本科、专科、专升本、函授、自考学生学习结构力学的辅导用书,也可作为土木工程专业研究生入学考试、注册结构工程师资格考试结构力学复习参考书。

本书由刘蓉华和蔡婧编著。在策划、编写等方面得到了西南交通大学结构力学教研室同行们的许多热情帮助与支持,在此一并表示衷心的感谢!

限于编者的水平,错漏不当之处,诚恳期望同行和读者批评指正。

编 者

2011年2月

目 录

第一章 平面体系的几何组成分析	1
学习目的与基本要求.....	1
知识点考点精要.....	1
典型例题分析及习题解析.....	4
模拟试题自测	15
模拟试题答案	17
第二章 静定结构的内力计算	18
学习目的与基本要求	18
知识点考点精要	18
典型例题分析及习题解析	24
模拟试题自测	67
模拟试题答案	71
第三章 静定结构的位移计算	73
学习目的与基本要求	73
知识点考点精要	73
典型例题分析及习题解析	77
模拟试题自测	92
模拟试题答案	94
第四章 力 法	95
学习目的与基本要求	95
知识点考点精要	95
典型例题分析及习题解析.....	101
模拟试题自测.....	122
模拟试题答案.....	125

第五章 位移法	126
学习目的与基本要求.....	126
知识点考点精要.....	126
典型例题分析及习题解析.....	132
模拟试题自测.....	165
模拟试题答案.....	169
第六章 矩阵位移法	171
学习目的与基本要求.....	171
知识点考点精要.....	171
典型例题分析及习题解析.....	176
模拟试题自测.....	194
模拟试题答案.....	197
第七章 结构动力学	199
学习目的与基本要求.....	199
知识点考点精要.....	199
典型例题分析及习题解析.....	208
模拟试题自测.....	234
模拟试题答案.....	236
第八章 影响线及其应用	237
学习目的与基本要求.....	237
知识点考点精要.....	237
典型例题分析及习题解析.....	240
模拟试题自测.....	261
模拟试题答案.....	264
参考文献	266

第一章 平面体系的几何组成分析

学习目的与基本要求

体系的几何组成分析是判定能否作为建筑结构使用的依据。熟练掌握体系几何组成分析基本方法，能快速判断结构的组成顺序，为静定结构内力计算奠定基础。对于超静定结构，能迅速确定多余约束的个数，通过减除多余约束使超静定结构变成静定结构，为超静定结构内力计算奠定基础。

通过本章的学习，应达到：深刻理解所涉及的基本概念，熟练掌握无多余联系几何不变体系组成的三角形规则；三刚片不共线三铰(实或虚)相连；两刚片不全相交也不全平行三杆相连，或不共线一杆一铰相连；加减二元体不改变可变性。熟练掌握不满足三角形规则时的体系可变性；掌握静定杆系结构的组成顺序，能通过减除约束使超静定结构改造成静定结构。

知识点考点精要

一、名词解释

(一) 几何不变体系

不考虑材料的变形，在任意荷载作用下，几何形状和位置保持不变的体系称为几何不变体系。

体系的几何不变性通过两个条件得到保证：① 体系中各刚片之间具有足够的约束(联系)；② 各约束(联系)的布置合理。

(二) 几何可变体系

不考虑材料的变形，在任意荷载作用下会发生机械运动，不能保持原有几何形状和位置的体系称为几何可变体系。

几何可变体系包括几何常变体系和几何瞬变体系。

几何常变体系——体系缺少约束或约束布置不恰当，没有确定的几何形状和空间位置，可发生持续大量的刚体位移。

几何瞬变体系——体系具有够数量的约束，但是约束布置不恰当，在发生微小位移后，即成为几何不变体系，瞬变体系在很小荷载作用下，也会产生很大的内力。

(三) 刚片、自由度、约束

刚片——在平面体系中，不考虑材料变形的几何不变部分称为刚片。如一根梁、一根链杆、一个铰结三角形等。

自由度——自由度是指物体或体系运动时可以独立变化的几何参数的数目。即确定物体或体

系位置所需的独立坐标数。平面上的一个点有两个自由度，平面上的一个刚片有三个自由度。

约束——用于限制体系运动的装置称为约束。减少一个自由度的装置称为一个约束。

1. 链杆和等效链杆

链杆为两端有铰的刚性直杆或曲杆。一根链杆相当于一个约束。只以两个铰与外界相连的刚片称为等效链杆(见图 1-1)。等效链杆的作用与链杆相同。

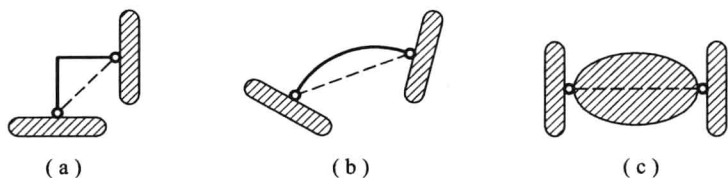


图 1-1

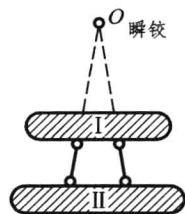


图 1-2

2. 单铰和复铰

连接两个刚片的铰称为单铰，一个单铰相当于两个约束。连接两个以上刚片的铰称为复铰，连接 n 个刚片的复铰相当于 $n-1$ 个单铰。

3. 虚铰

虚铰也称为瞬铰，它是连接两个刚片的两链杆延长线的交点。与单铰具有相同的约束作用(见图 1-2)。

(四) 必要约束和多余约束

必要约束——影响体系实际自由度数目增减的约束。必要约束具有布置合理的特点，用以组成几何不变体系的最少约束都是必要约束。

多余约束——不改变体系实际自由度的约束。

(五) 计算自由度

用计算方法求得的体系自由度，称为计算自由度 W 。计算自由度 W 不一定能够反映体系的实际自由度，计算自由度可按以下两种方法求得。

1. 平面刚片体系

平面刚片体系以刚片作为体系的基本组成构件。计算自由度公式为

$$W = 3m - 2h - r \quad (1-1)$$

式中， m 为刚片数； h 为单铰数； r 为支杆数。

2. 平面铰结链杆体系

平面铰结链杆体系以铰结点和链杆作为体系的组成单元。计算自由度的公式为

$$W = 2j - b - r \quad (1-2)$$

式中， j 为结点数； b 为链杆数； r 为支杆数。

(六) 计算自由度 W 、体系的机动性和实际自由度 S 三者之间的对应关系

① 当 $W=0$ ，若具有足够的必要约束，无多余约束，则为几何不变(静定结构)， $S=0$ ；若缺少足够的必要约束，有多余约束，则为几何可变， $S>0$ 。

② 当 $W<0$ ，若具有足够的必要约束，有多余约束，为几何不变(超静定结构)， $S=0$ ；若缺少足够的必要约束，有多余约束，为几何可变， $S>0$ 。

③ 当 $W > 0$ ，体系缺少足够的必要约束，为几何可变， $S > 0$ 。

二、无多余约束几何不变体系的组成规则

(一) 二元体规则

二元体是指用两根不在一条直线上的链杆连接一个新结点的构造。

二元体规则：在一个刚片上增加一个二元体，仍为几何不变体系。

(二) 两刚片规则

两个刚片之间用不交于一点也不相互平行的三根链杆相连或用一铰和不通过该铰的链杆相连，组成无多余约束的几何不变体系。

(三) 三刚片规则

三个刚片之间用不在同一直线上的三个铰(实铰或虚铰)两两相连，组成无多余约束的几何不变体系。

在几何不变体系的三条组成规则中，提出了三个限制条件：

① 连接三个刚片的三个铰不在一条直线上。

② 连接两个刚片的三根链杆不交于一点也不全平行。

③ 组成二元体的两链杆不在一条直线上。如果体系的几何组成不能满足这些限制条件，则为几何可变体系。

三、平面体系的几何组成与静力特征之间的关系

(一) 平面体系的分类

平面体系	{	几何不变体系	{ 无多余约束——静定结构
			{ 有多余约束——超静定结构
		几何可变体系	{ 瞬变体系
			{ 常变体系

(二) 几何组成与静力特征之间的关系

① 无多余约束的几何不变体系为静定结构，用静力平衡条件可求得全部反力和内力的确定值。

② 有多余约束的几何不变体系为超静定结构，除了必要约束之外，还有多余约束。用静力平衡条件不能求得全部反力和内力的确定值。

③ 缺少约束或约束布置不合理为几何常变体系，一般无静力学解答，在个别力作用下，能保持平衡。

④ 约束布置不合理为瞬变体系，其反力和内力为无限大或为不定值。

四、几何组成分析要点

(一) 一般方法

① 直接按组成分析的三条规则分析体系，得出结论。

② 先求出计算自由度 W ，若 $W > 0$ ，则体系为几何可变；若 $W \leq 0$ ，再按规则进行分析，此时， $W \leq 0$ 是几何不变体系的必要条件。

(二) 尽可能使所分析的体系简化

① 寻找二元体和刚片。对二元体设法去除它，对易于观察出的几何不变部分以刚片代替。可通过在刚片上增加二元体扩大为组合刚片，或拆除二元体，使所分析的体系简化。

② 当体系与基础之间以三根支杆相连，且三根支杆不交于一点，也不全平行，可先拆去这些支杆，只需分析上部体系的机动性即知整个体系的性质。

③ 对于不能直接利用规则进行分析的体系，可先作等效变换，即把体系中某个内部无多余约束的几何不变部分用另一个无多余约束的几何不变部分替换，并按原状况保持与其余部分联系，然后再作分析。

④ 注意刚片的逐步扩展。在分析中，随分析进程逐步改变刚片的范围。

五、注意点

① 正确理解二元体的定义。

② 灵活选取基本刚片。刚片没有一定的形状，只要保证其不变性，可以以任意的形式出现。

③ 在组成分析进程中的每一步都必须有规则可依。

④ 作几何组成分析时，体系中的每一部分或每一约束都不可遗漏或重复使用。

⑤ 几何不变体系的简单组成规则可用于分析常见的体系。当体系不能用基本组成规则分析时，可采用其他分析方法如零载法等。

⑥ 对于同一个体系，可以按不同的途径分析，但结论是相同的。

典型例题分析及习题解析

(一) 判断题

【例 1】 如果体系的计算自由度大于零，那么体系一定是几何可变体系。()

分析 体系的计算自由度大于零，就意味着体系缺少足够的联系，因此体系是常变体系。**答案：**(√)

【例 2】 多余约束是体系中不需要的约束。()

分析 多余约束的存在要影响体系的受力性能和变形性能。**答案：**(×)

评注 在体系中加入(减少)一个约束，而并不能减少(增加)体系的自由度，这样的约束称为多余约束。多余约束对于保持体系的几何不变性来说是不必要的，但对于改善结构的受力等方面是需要的。

【例 3】 体系几何组成分析中，链杆都能看作刚片，刚片有时能看作链杆，有时不能看作链杆。()

分析 几何组成分析时，只通过两个铰和其他部分相连的几何不变且无多余约束部分可以看作链杆。**答案：**(√)

【例 4】 体系几何组成分析时，体系中某一无多余约束几何不变部分，只要不改变它与其他部分的联系，可以替换为另一个无多余约束几何不变部分，而不改变体系的几何组成特性。()

分析 只要是几何不变部分就可以看作刚片。**答案：**(√)

评注 在体系几何组成分析中，经常使用刚片的等效替换方法：在不改变刚片与周围的连接方式的前提下，可以改变它的大小、形状及内部组成。即用一个等效(与外部连接等效)刚

片代替它。

【例 5】 图 1-3 中链杆 1 和 2 的交点 O 可视为虚铰。()

分析 同时连接两刚片的两链杆可以看作一个虚铰，本题图中两链杆连接的刚片不相同，链杆 1 连接的是刚片 I、II，链杆 2 连接的是刚片 II、III，因此两链杆不能看做一个虚铰。**答案：**(×)

【例 6】 图 1-4 所示的体系为几何瞬变。()

分析 图中杆件 I、杆件 II 和大地按照三刚片规则构成几何不变体系，上面两根杆件和各自的支座链杆按照二元体规则，分别加在前述几何不变体系上，可知整个体系是几何不变的，无多余联系。**答案：**(×)

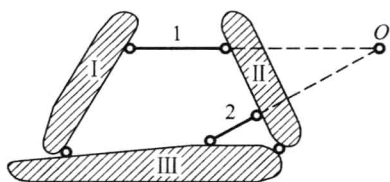


图 1-3

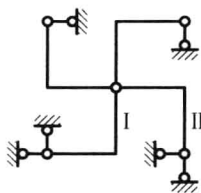


图 1-4

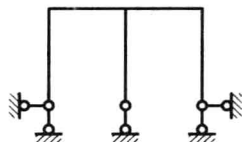


图 1-5

【例 7】 几何可变体系在任何荷载作用下都不能平衡。()

分析 几何可变体系是在某些方向上缺少必要的联系，但在不缺少联系的方向上可以承受荷载；另外，在本身是几何不变的部分，可以承受平衡力系。**答案：**(×)

【例 8】 在图 1-5 所示体系中，去掉其中任意两根支座链杆后，所余下部分都是几何不变的。()

分析 在图 1-5 所示体系中，水平方向的两根支座链杆不能同时去掉，其中一根为必要联系。**答案：**(×)

评注 在几何组成分析时，一定要区分多余联系和必要联系，多余约束是不改变体系真实自由度的约束，并不是能去掉的杆件都是多余联系。

【例 9】 在图 1-6 所示体系中可按二元体规则将图中的 1、2 杆按二元体去掉。()

分析 二元体即为两根不在一直线上的链杆，连接一个新结点的构造，图 1-6 中 1 杆连接着两个结点，因此 1、2 杆不能按二元体去掉。**答案：**(×)

评注 二元体是两根不共线的链杆连接一个结点，链杆是仅在两处与其他部分用铰相连。

【例 10】 图 1-7 所示体系按三刚片规则分析，三铰共线，故为几何瞬变体系。()

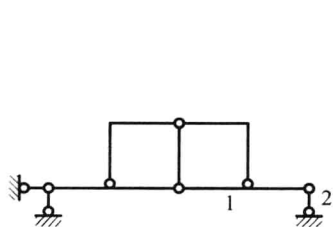


图 1-6

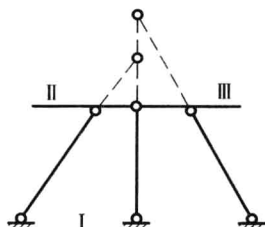


图 1-7

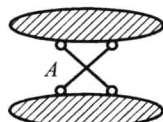


图 1-8

分析 同一链杆不能重复使用, 体系缺少一个的联系, 为几何可变体系。答案: (×)

【例 11】 图 1-8 所示体系中的交于 A 点的两链杆构成的约束是虚铰(瞬铰), 不是实铰。()

分析 联结两个刚片的两根链杆的作用相当于在其交点 A 处的一个单铰, 不过 A 铰的位置是随着链杆的转动而改变的, 根据瞬铰的概念, A 铰为虚铰。答案: (√)

评注 从瞬间转动效应来看, 实铰与虚铰是一样的。但是实铰的转动中心是不变的, 而虚铰的转动中心为瞬间的链杆交点, 产生转动后瞬时转动中心是要变化的。

【例 12】 图 1-9(a)所示的对称体系为几何瞬变。()

分析 显然, 图 1-9(a)中的对称体系与图 1-9(b)所示体系在几何构成上完全一致。选取图 1-9(b)中三刚片, 三刚片间的三个虚铰在一条直线上, 根据三刚片规则, 为几何瞬变体系。答案: (√)

【例 13】 平面几何不变体系的三个基本组成规则是可以相互沟通的。()

分析 三个基本组成规则本质是一样的, 其中, 三刚片规则是最基本的, 二元体和两刚片规则都可以从三刚片规则演变而来。答案: (√)

【例 14】 在图 1-10 所示体系中, 去掉 1—5, 3—5, 4—5, 2—5 四根链杆后, 得简支梁 1—2, 故该体系为具有四个多余约束的几何不变体系。()

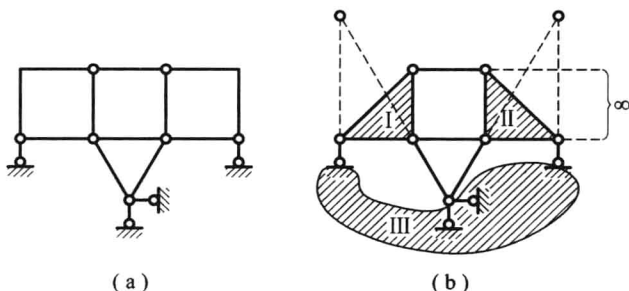


图 1-9

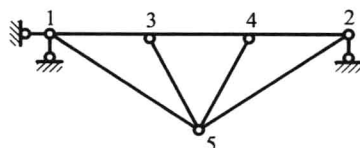


图 1-10

分析 去掉四根链杆中的任意两根后, 剩下的两根链杆构成二元体, 与结构其余部分组成无多余联系的几何不变体系, 因此原结构为有两个多余约束的几何不变体系。答案: (×)

评注 并不是能去掉的杆件都是多余联系, 如拆除二元体时, 对结构的多余约束数没有影响。

【例 15】 在任意荷载下, 仅用静力平衡方程即可确定全部反力和内力的体系是无多余约束的几何不变体系。()

分析 按照静定结构的定义, 在任意荷载作用下, 仅用静力平衡方程即可确定全部反力和内力的体系即为静定结构, 也就是无多余联系的几何不变体系。答案: (√)

(二) 单项选择题

【例 16】 瞬变体系在一般荷载作用下()。

- A. 产生很小的内力 B. 不产生内力 C. 产生很大的内力 D. 不存在静力解答

分析 瞬变体系即使在很小的外力作用下也将产生很大的内力。答案: (C)

【例 17】 常变体系在一般荷载作用下()。

- A. 产生很小的内力 B. 不产生内力 C. 产生很大的内力 D. 不存在静力解答

分析 常变体系在一般荷载作用下不能平衡, 也不存在静力解答。答案: (D)

分析 分别拆除二元体 $(CD、DG)$ ， $(CE、EI)$ ， $(JK、JH)$ ， $(CH、HF)$ 以及 $(CA、CB)$ ，剩余部分为几何不变体系，因此整个体系为几何不变，无多余联系。**答案：**(A)

【例 23】 图 1-16(a)所示体系的几何组成为()。

- A. 几何不变，无多余联系 B. 几何不变，有多余联系 C. 瞬变 D. 常变

分析 将 $AB、BC$ 杆件等效为直杆，如图 1-16(b)虚线所示，构成二元体，可以拆除。剩余部分选取三刚片如图 1-16(b)，刚片 I、II 间以两链杆相连，虚铰在 D 点；刚片 II、III 间以铰 E 相连；刚片 I、III 间以两平行链杆相连，虚铰在无穷远处。三铰不在同一直线上，按照三刚片规则，体系为几何不变，无多余联系。**答案：**(A)

【例 24】 对图 1-17 所示体系作几何组成分析时，用三刚片组成规则进行分析。则三个刚片应是()。

- A. $\triangle 143$ ， $\triangle 325$ ，基础 B. $\triangle 143$ ， $\triangle 325$ ， $\triangle 465$
C. $\triangle 143$ ，杆 6—5，基础 D. $\triangle 352$ ，杆 4—6，基础

分析 体系与基础间用四根链杆相连，因此分析时，基础必须作为一个刚片；如果取 $\triangle 143$ 和 $\triangle 325$ 作为刚片，那么在点 6 处将是链杆连接链杆，分析无法进行；如果取 $\triangle 143$ 和杆件 4—6 为刚片，它们与基础间的连接同样无法分析。只有取 $\triangle 352$ ，杆 4—6 和基础作为刚片，三个刚片间都以单铰(虚铰)相连。**答案：**(D)

评注 体系在点 1 处是通过铰与基础相连，与点 1 相连的其他杆件可以看作链杆，因此不作为刚片；体系在点 2 处是以一根链杆与基础相连，那么与支座链杆相连的杆件 2—5 或 2—3 需要作为刚片，这里 2—5、2—3 和 3—5 构成了一个三角形，可作为一个刚片；同理，与点 6 处的支座链杆相连的杆件 4—6 或 6—5 也需要作为刚片。

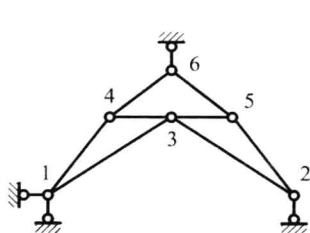


图 1-17

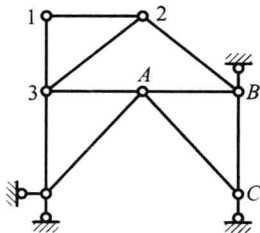


图 1-18

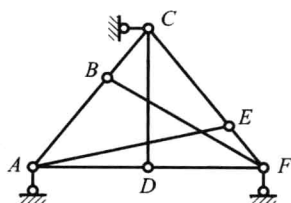


图 1-19

【例 25】 图 1-18 所示体系的几何组成是()

- A. 无多余约束的几何不变体系 B. 几何可变体系
C. 有多余约束的几何不变体系 D. 瞬变体系

分析 逐次去除二元体 1、2、3， $\triangle ABC$ 为刚片 I，地基为刚片 II。两个刚片用三根虚交于一点的链杆相连，故该体系为瞬变体系。**答案：**(D)

评注 几何分析时，常用的方法是先去掉二元体，将体系化简单，然后再分析。

【例 26】 图 1-19 所示体系的几何组成是()。

- A. 无多余约束的几何不变体系 B. 几何可变体系
C. 有多余约束的几何不变体系 D. 瞬变体系

分析 先将体系与基础相连的 3 个约束去掉，只分析上部体系； $AB、EF$ 和 CD 为 3 个刚片，分别由 6 根链杆相连，满足三刚片规则，故该体系为几何不变体系且无多余约束。**答案：**(A)

评注 当体系杆件数较多时,将刚片选得分散些,用链杆(即虚铰)相连,而不用单铰相连。

(三) 填空题

【例 27】 图 1-20 所示体系的计算自由度 $W = \underline{\hspace{2cm}}$, 该体系为 体系。

分析 刚片数为 12, 单铰数为 16, 支承链杆数为 3; $W = 3 \times 12 - 2 \times 16 - 3 = 1$ 。答案: 1; 几何可变

【例 28】 图 1-21 所示体系是 体系, 因为 。

分析 对于图示结构, 直接用几何规则分析较为困难, 因此可分析计算自由度 W , 只要 $W > 0$, 即可判断其为几何可变体系。答案: 几何可变; $W = 5 > 0$

【例 29】 若要使图 1-22 所示平面体系成为几何不变, 且无多余约束, 需添加的链杆(包括支座链杆)最少数目为 。

分析 计算体系的计算自由度 $W = 5$, 可知体系缺少 5 个必要的约束, 即最少需添加 5 根支座链杆。答案: 5

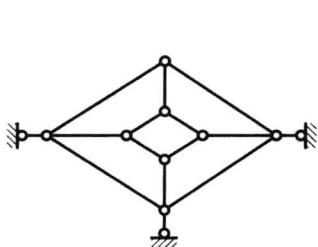


图 1-20

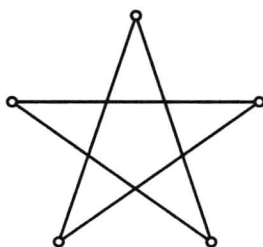


图 1-21

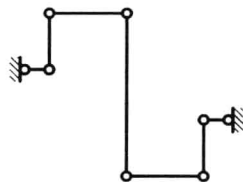
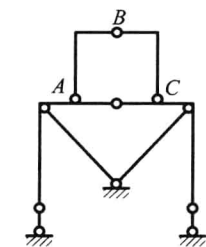
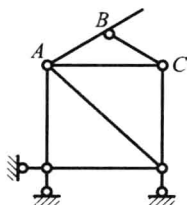


图 1-22

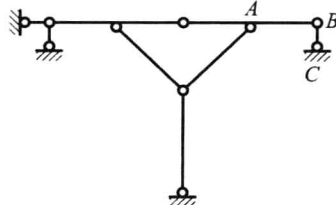
【例 30】 对图 1-23 所示各体系作几何组成分析时, 图中的 ABC 可看为二元体去掉的有 。



(a)



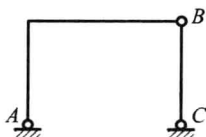
(b)



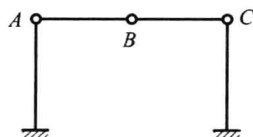
(c)



(d)



(e)



(f)

图 1-23

分析 二元体是两根不共线的链杆连接一个结点, 链杆是仅在两处与其他部分用铰相连。答案: (a)、(b)、(e)

【例 31】 图 1-24 所示桁架受 F_P 作用, 分别根据结点 A 和 B 的平衡求得 AB 杆轴力为 F_P 和 0, 产生这种矛盾结果的原因是_____。

分析 该体系平衡方程无唯一确定解, 故为瞬变体系。答案: 该体系为瞬变体系。

评注 瞬变体系的静力特性具有二重性: ① 在一般(很小)荷载作用下, 瞬时可导致某些杆件内力无穷大, 也就是平衡方程无解; ② 在某些特殊荷载例如零荷载作用下其内力为不定值。即平衡方程有无穷多组解, 此时是属于超静定的。

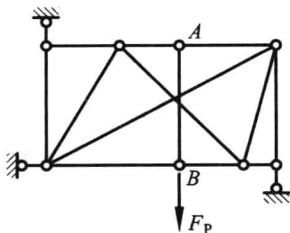


图 1-24

(四) 分析题

【例 32】 对图 1-25 所示体系进行几何组成分析。

详解 刚片 AB 固接于基础, 可与基础看作一个刚片; 杆件 CD 和 C 处的支座链杆构成二元体, 可以拆除; 同理, 拆除杆件 DE 和 E 处的支座链杆, 剩下杆件 BD 通过一个铰 B 与前述刚片连接, 缺少一个必要的联系, 因此体系为常变体系。

【例 33】 对图 1-26 所示的体系进行几何组成分析。

详解 刚片 AB 固接于基础, 可以与基础一起作为一个刚片 I; BD、DF、CE 三刚片用不共线的三铰 C、D、E 两两相连, 构成几何不变体, 视为刚片 II; 刚片 I 和刚片 II 间用铰 B 以及链杆 GF 连接, 铰 B 不在链杆 GF 所在的直线上, 根据两刚片规则, 整个体系为无多余约束的几何不变体系。

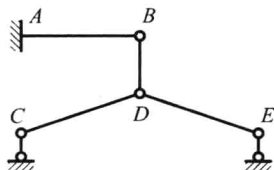


图 1-25

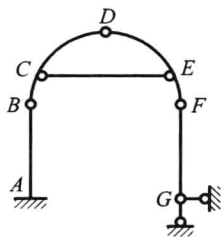


图 1-26

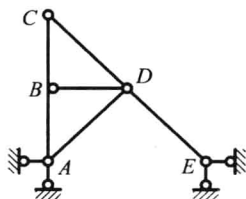


图 1-27

【例 34】 对图 1-27 所示体系进行几何组成分析。

详解 方法一 不共线的链杆 AD、ED 构成一个二元体, 固定 D 点于基础, 可视为一个刚片; AC 视为刚片, 由铰 A 及两根不过 A 的链杆 BD、CD 连接于前述刚片; 因此整个体系几何不变, 有一个多余约束。

方法二 ABCD 为内部有一多余联系的铰接三角形, 用铰 A 及链杆 ED 连接于基础; 整个体系为有一个多余约束的几何不变体。

【例 35】 对图 1-28(a)所示体系进行几何组成分析。

分析 先去除体系与基础相连的 3 根链杆, 再由一基本三角形开始, 增加二元体扩大刚片的范围, 将体系归结为两刚片用一个铰一根链杆相连, 如图 1-28(b)所示, 满足两刚片规则, 故原体系为无多余约束的几何不变体系。

评注 当体系与地基之间用 3 根不全平行, 也不交于一点的链杆相连时, 可去除这 3 根链杆只分析体系内部。但当体系与地基之间多于 3 个联系, 必须将地基作为刚片与体系一并分析。

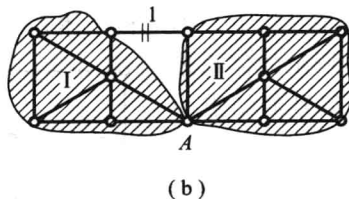
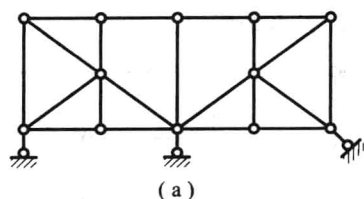


图 1-28

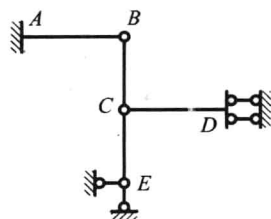


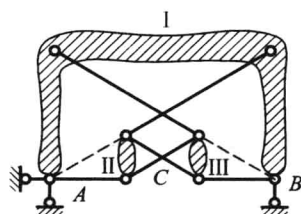
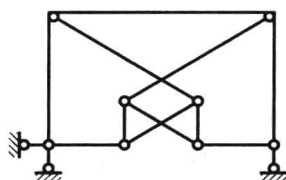
图 1-29

【例 36】 对图 1-29 所示体系进行几何组成分析。

详解 杆件 AB 固接于基础上，可与基础看作一个刚片；杆件 CD 由链杆 BC 和两根平行支座链杆与前述刚片相连，三根链杆既不全平行，也不交于一点，根据两刚片规则，组成一个几何不变体系；杆件 CE 由铰 C 和铰 E 连接于几何不变体上；因此，体系为有一个多余约束的几何不变体系。

评注 与例 32 相比较，本题图中体系多了两个支座链杆。例 32 中的体系为缺少一个必要联系的几何可变体系，本题增加的两个联系中有一个是必要联系，最后得到有一个多余约束的几何不变体系。

【例 37】 对图 1-30(a) 所示的体系进行几何构造分析。



(a)

(b)

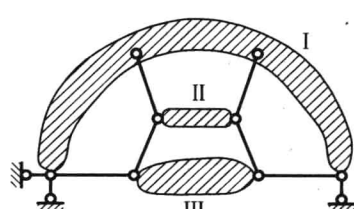
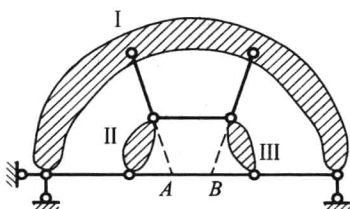
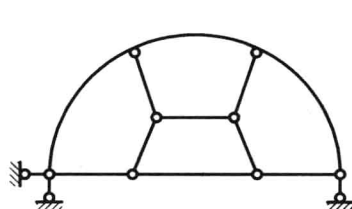
图 1-30

详解 选取如图 1-30(b) 所示的三个刚片，三个刚片间用三个虚铰两两相连，其中，连接刚片 I、II 的虚铰位于 A 点；连接刚片 I、III 的虚铰位于 B 点；连接刚片 II、III 的虚铰位于 C 处，三虚铰不在一直线上，根据三刚片规则，为无多余联系的几何不变体系。

【例 38】 对图 1-31(a) 所示的体系进行几何构造分析。

详解 选取如图 1-31(b) 所示的三个刚片，三个刚片间用三个虚铰两两相连，三个虚铰分别位于 A 点、B 点和平行于 AB 方向的无穷远处。由于三个虚铰在一条直线上，因此为几何瞬变体系。

评注 不宜选取图 1-31(c) 中所示的刚片。此时，刚片 I、III 间的虚铰位置无法确定。



(a)

(b)

(c)

图 1-31

【例 39】 对图 1-32(a) 所示体系进行几何构造分析。

详解 选取如图 1-32(b) 所示的三个刚片，则刚片 I、II 间由铰 A 连接，刚片 I、III 间