



“十一五”国家重点图书·航天科学与工程系列丛书

ORBITAL DYNAMICS OF SPACECRAFT

航天器轨道动力学

● 赵钧 编著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



“十一五”国家重点图书·航天科学与工程系列丛书

ORBITAL DYNAMICS OF SPACECRAFT
航天器轨道动力学

● 赵钧 编著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

航天器轨道动力学是航天工程的基础。轨道设计、轨道确定、轨道控制、轨道拦截、交会对接、编队飞行和再入返回等技术问题都需要以轨道动力学理论为基础。

本书适合从事航天器研究、设计、试验和应用的科技工作者和航空宇航科学与技术学科研究生、高年级本科生阅读。

Abstract

Orbital dynamics of spacecraft is the basis of aerospace engineering. Orbit design, orbit determination, orbit control, orbital intercept, rendezvous and docking, formation flight and re - entry and other technical issues need to return to the track dynamics based on the theory.

This book are suitable for spacecraft research, design, testing and application of scientific and technological workers and aviation aerospace science and technology disciplines graduate students, senior undergraduates to read.

图书在版编目(CIP)数据

航天器轨道动力学/赵钧编著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2011.3

(航天科学与工程系列丛书)

ISBN 978 - 7 - 5603 - 3166 - 9

I . ①航… II . ①赵… III . ①航天器轨道-轨道力学
IV . ①V412.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 012891 号

策划编辑 杜 燕

责任编辑 杜 燕

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂

开 本 787mm × 960mm 1/16 印张 11.25 字数 245 千字

版 次 2011 年 3 月第 1 版 2011 年 3 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 3166 - 9

定 价 38.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

飞向太空是人类千百年来梦想,第一颗人造地球卫星的发射成功把这个梦想变成了现实。半个世纪以来航天技术获得了飞跃性的发展,航天飞行器(Spacecraft)也达到了一个相当高的水平。人类的航天器可以达到更远的宇宙空间,可以航行更长的时间,可以完成更多、更复杂的任务。

航天器轨道动力学(Orbital Dynamics of Spacecraft)是研究航天器在引力场和其他外力作用下质点动力学问题的科学,是航天工程的基础。航天工程中的轨道设计、轨道确定、轨道控制、轨道拦截、交会对接、编队飞行和再入返回等技术问题,都需要有轨道动力学理论的支持。

航天器轨道动力学源于天文学中的天体力学(Celestial Mechanics)。2 000 多年前开始的中国古代的观星记载为描述天体的运动打下了基础,到了近代欧洲科学家们以数学和力学理论建立了较完整天体力学体系。先是哥白尼(Copernicus)建立了日心说,1609 年开普勒(Kepler)发表了关于行星运动的第一定律和第二定律,1619 年发表了第三定律;68 年后(1687 年)牛顿(Newton)正式提出了万有引力定律,并运用牛顿力学定律证明了开普勒定律。19 世纪末到 20 世纪初,研究太阳系中有关天体运动的定性理论和数值计算方法已日臻完善,计算月球和各大行星星历表的工作已完成。

1957 年伴随着第一个人类制造的飞行器进入太空,研究航天器动力学现象的学科——航天器动力学(Spacecraft Dynamics)也应运而生。航天器动力学沿用了天体力学的核心体系,又根据航天器的特点和相关科学的发展引入了新的内容。航天器轨道动力学作为航天器动力学的主要组成部分研究的是航天器质心在天体(不再是质点,也不只是一个)的引力和其他力作用时的运动规律的科学。它的主要研究内容包括轨道理论和轨道应用两部分。

轨道理论:根据航天器的任务和动力学特性设计它的轨道,使得有效载荷能够正常、有效地工作;根据测量数据确定航天器的真实轨道,包括初轨确定和轨道

改进;根据轨道摄动源的特性研究航天器轨道摄动特性,给出高精度的轨道模型。

轨道应用:实现航天器轨道机动、轨道保持、交会对接和再入与返回任务的轨道控制;实现多个航天器的编队飞行、伴随飞行的相对运动轨道研究;深空探测的飞行轨道。

本书是作者多年从事的航天器动力学领域的科研与教学工作的总结,并参考了国内外代表该领域最新研究成果的优秀论著而悉心完成的。在内容的安排上,由浅入深,通过对航天器物理现象的数学描述和动力学原理的应用,给出航天器轨道运动的动力学本质以及所具有的特性。在基本原理推导时采用了简明的矢量描述方法以方便分析和理解,到了基本理论的工程应用和仿真分析阶段,则将矢量表达式分解到相关的坐标系中,给出分量形式的表达式。

本书从基础知识讲解入手,逐步增加理论分析的深度,同时兼顾介绍相关研究方向的最新进展,使读者既能掌握必需的轨道动力学基础理论知识,又能够对其最新工程应用有必要的了解,保持对航天器轨道动力学研究的前瞻性。在这样的指导思想下对书中的内容作如下安排:第1章是关于航天器运动的时空描述的技术基础、时间和坐标系统介绍;第2章介绍基于两体运动和中心引力场运动的航天器的基本轨道理论;第3章介绍关于航天器的轨道建立与轨道确定及星下点轨迹内容;第4章介绍航天器各种形式的轨道机动应用;第5章介绍有关航天器进行行星际飞行方面的理论和方法;第6章介绍航天器间的相对运动理论和交会对接等方面的应用;第7章介绍各类轨道摄动问题的研究;第8章介绍航天器进入飞行与软着陆过程的应用研究;附录中给出了航天器轨道动力学常用数据和常用理论与公式的推导和证明,供读者在阅读时方便查阅。

本书在编著过程中,参阅和引用了部分航天器动力学领域的相关专著和学术论文的内容,在此向相关作者表示感谢。同时也得到哈尔滨工业大学各相关部门的大力支持和本学科同事及研究生的无私相助,特此致谢。

本书的读者对象是航天器设计及相关专业的科技工作者以及高等院校相关专业的研究生、高年级本科生,对于其他的航天领域的读者也具有参考价值。各种因素所致,书中难免有疏漏与不足之处,恳请读者指正。

作 者

2010年1月于哈尔滨

目 录

第 1 章 航天器运动的确定	(1)
1.1 时间系统	(1)
1.2 坐标系	(3)
1.3 坐标体系	(6)
第 2 章 航天器的基本轨道	(9)
2.1 两体问题	(9)
2.2 中心引力场中的运动	(13)
2.3 圆锥曲线轨道特性	(15)
第 3 章 航天器的轨道建立与确定	(22)
3.1 轨道的建立	(22)
3.2 轨道要素与入轨参数	(25)
3.3 航天器的轨道确定	(28)
3.4 星下点轨迹	(32)
3.5 弹道导弹的射程	(35)
第 4 章 航天器的轨道机动	(37)
4.1 单脉冲机动	(38)
4.2 同平面的轨道过渡	(41)
4.3 航天器的轨道拦截	(46)
4.4 气动力辅助轨道机动	(49)
4.5 连续作用力下的轨道机动	(54)
第 5 章 航天器的星际航行	(58)
5.1 会合周期及发射窗口	(58)
5.2 影响球和圆锥曲线拼合法	(59)
5.3 航天器的引力机动	(62)



5.4	限制性三体问题	(66)
5.5	月球探测	(76)
5.6	行星际飞行	(82)
第6章	航天器的相对运动	(88)
6.1	相对运动方程式	(88)
6.2	航天器的交会和对接	(94)
6.3	航天器的编队飞行	(102)
第7章	航天器的摄动理论	(107)
7.1	地球引力场的势函数	(107)
7.2	干扰力分量引起的摄动	(113)
7.3	地球卫星的摄动	(121)
第8章	航天器的返回与软着陆	(134)
8.1	进入式航天器的分类	(134)
8.2	大气层外的飞行	(136)
8.3	进入式航天器气动飞行动力学	(139)
8.4	进入过程的加热、过载和控制	(141)
8.5	航天器的软着陆	(148)
附 录		(153)
A1	太阳系基本参数	(153)
A2	大气密度	(156)
A3	矢量和矢量运算	(159)
A4	齐奥尔科夫斯基公式	(164)
A5	STK 软件简介	(166)
参考文献		(172)

第 1 章 航天器运动的确定

航天器在空间的运动是相对某个参考方位的时间经历。相同的经历过程,对于不同的参考基准其位置变化和变化率(通常所谓的速度)不尽相同;相同的参考基准,对于不同基准的时间历程位置变化率亦不相同。时间和空间的参考系统是描述航天器运动状态的数学物理基础,只有正确地描述航天器的运动,才能确切得到其在力的作用下所产生的动力学现象。因此,需要有精确、稳定的时间系统和方便、准确的坐标系统。

1.1 时间系统

时间是物质运动过程的持续性和顺序性的表现,是物质存在的基本形式之一。测量时间的基本原理就是确定某种物质运动过程作为计量时间的基准。通常所说的时间计量,包含着不同的但又相互关联的两部分内容:一个是计量时间的间隔,即客观物质运动的两种不同状态经历了多少时间间隔;一个是确定时刻,即客观物质运动某种运动状态是哪个瞬间发生的。

作为时间计量基准的物质运动需要满足以下三个要求:

- (1) 物质运动的规律是已知的,并且运动状态是可描述的;
- (2) 物质运动的某一状态可作为计量时间的起始点;
- (3) 物质运动中的某一过程,可以作为时间计量基准。

由于建立时间计量系统所依据的物质运动不同,相继产生过多种计量时间的系统,根据所参照的物质运动的种类的不同可归结为三大类:以地球自转运动为基准建立的世界时;以行星公转运动为基准建立的历史时;以原子内部电子能级跃迁时辐射电磁波的振荡频率为基准建立的原子时。

1.1.1 世界时(UT, Universal Time) 时间系统

(1) 恒星时(ST, Sidereal Time)

恒星时是以地球自转为基础的,它是由恒星(通常取春分点(Spring Equinox))周日视运动来确定的时间计量系统。恒星周日视运动两次经过测站天子午面的时间间隔称为一个恒星日,恒星日的 $1/24$ 为一个恒星小时。以 60 进制形成恒星分、恒星秒,恒星日、时、分、秒统称为计量时间的恒星时单位。



(2) 太阳时(Solar Time)

太阳中心连续两次到达同一子午圈的时间间隔称为真太阳日,真太阳日的 $1/24$ 为一个真太阳时(True Solar Time),同样以 60 进制形成真太阳分、真太阳秒。真太阳时的起始点是真正午,而人们习惯上把真子夜作为起始点,相差 12 小时。为了和人们习惯一致,把真太阳起始点也改在真子夜。就是真太阳时在数值上等于真太阳的时角加上 12 小时,如果时角大于 12 小时,则把真太阳时减去 24 小时。

由于太阳在黄道上运动,而黄道和赤道不重合以及太阳在黄道上运动的不均匀性,使得真太阳日的长短不等。最长和最短的真太阳日相差达 51 秒。取平均太阳运动(平太阳)构成的太阳时,称为平太阳时(Mean Solar Time),真太阳时和平太阳时之差称为时差,它的变化范围为 - 14 分 15 秒到 16 分 25 秒,一年中有 4 次等于 0(2000 年)。

通常把格林尼治(Greenwich)平太阳时称为世界时,为格林尼治平太阳时加上 12 小时。世界时和恒星时不是相互独立的时间系统。从 1956 年起,国际上把世界时分为三种:通过天文观测直接测定的世界时记为 UT0;加以地极位移引起子午圈变位修正得到的世界时记为 UT1;再用经验公式外推得到的地球自转速度变化的影响加以修正得到的较均匀的世界时记为 UT2。

1.1.2 历书时(ET, Ephemeris Time)

由于地球旋转运动的不均匀性,以地球旋转周期为基准的世界时不宜作为时间系统基准,需要选取其他形式的运动作为时间基准。因此就产生了以太阳系内天体公转为基准的均匀时间系统——历书时,在 1960 ~ 1967 年是世界公认的计时标准。其定义为:时刻起算点是 1900 年初太阳几何平黄经为 $279^{\circ}41'48.04''$ 的瞬间,也就是 1900 年 1 月 0 日格林尼治平午的时刻作为历书时 1900 年 1 月 0 日 12 时。它的秒长取回归年秒长 $365.242\ 198\ 778 \times 86\ 400 = 31\ 556\ 925.974\ 7$ 的倒数。某一时刻的历书时可以通过对太阳、月亮或行星的观测来得到,而最有效的方法是观测月亮。

历书时是一种由牛顿力学定律确定的均匀时间,亦称为牛顿时。用运动方程中的时间变量为参数计算出天体的位置,通过观测太阳、月亮和行星的位置获得历书时。由于天体运动理论的缺陷及求解运动微分方程时由实测确定的积分常数包含测量误差,历书时作为一个均匀时间尺度而言其精度是不够的,且要得到这样的时间又很缓慢。因此 1967 年底计时标准转向原子时,它有更高的精度,而且可以随时获得。不过在这期间,历书时仍然作为一个天文常数被保留下来。直到 1984 年,历书时才被原子时完全代替。

1.1.3 国际原子时(TAI, International Atomic Time)

由于原子内部运动的稳定性比天体运动高得多,分布在不同轨道上绕原子核旋转的电子从一个轨道跃迁到另一个轨道上时,会放出(或吸收)具有固定振荡频率的电磁波。对某种元



素的原子,它的电子在两条确定的轨道之间跃迁时,放出的电磁波的振荡频率总是一定的。这种用振荡频率建立起来的时间基准,称为原子时。1967年10月第13届国际度量衡大会决定采用原子秒作为时间的基本单位,以铯原子 Cs^{133} 基态的两个超精细能级间在零磁场下 9 192 631 770 次跃迁所经历的时间为 1 秒,称为国际单位秒。取 1958 年 1 月 1 日 0 时 UT1 为起点,相应的时间系统称为国际原子时。在初始历元时刻,原子时和世界时非常接近。1976 年第 16 届国际天文学联合会决议,从 1984 年起天文计算和历表上所用的时间单位,都以原子时秒为基础。

原子时虽然是秒长均匀、稳定度很高的时间系统,但它却与地球运动无关,而有很多问题却涉及到计算地球的瞬时方向和位置,又需要世界时。因此,为了兼顾对原子时秒长和世界时时刻两者的需要建立了一种折衷的时间系统,称为协调世界时(UTC, Universal Time Coordinated System)。秒长与原子时秒长一致,在时刻上则要求尽量与世界时接近,差值保持在 0.9 秒以内。因两者时刻差距不很大,只需在每年的年中或年底对协调世界时的时刻作 1 整秒的调整即可,加上一秒叫正跳秒,取消一秒叫负跳秒,由国际时间局提前两个月公布。

1.2 坐标系

坐标系对于描述航天器运动和运动的变化准确性和方便性十分重要,是确定航天器运动状态的基础。坐标系的选用合适与否决定了运动描述、运动分析和运动控制的难易程度。一类常用的坐标系是惯性坐标系(Inertial Coordinate System),因为航天器运动是根据牛顿运动定律在惯性坐标系中建立起来的。实际上理论的惯性坐标系是不存在的,实际应用的惯性坐标系都是不同精度的近似;另一类是与地球固连的坐标系,它对于描述航天器相对于地球的运动较为方便。此外,还有以地面点为原点的地平坐标系和以航天器质心为原点的轨道坐标系、体坐标系和速度坐标系等。

天球(Coelosphere),是指以某点为中心,半径为任意长度的一个假想球体。通常把天体或航天器投影到天球的球面上,并利用相应的坐标系统来表达或研究物体的运动和它们之间的关系。通常是利用天球上的某些点和面(基圈)来建立坐标系。各种天球坐标系的区别只是在于基圈与坐标轴方向的选取方法不同而已。常用的有黄道坐标系(Ecliptic Coordinate System)、赤道坐标系(Equatorial Coordinate System)、地平坐标系(Horizontal Coordinate System)和轨道坐标系(Orbital Coordinate System)。

1.2.1 黄道坐标系

基圈为黄道面的各种坐标系,如图 1.1 所示。

(1) 日心黄道坐标系

坐标原点 O_s 位于太阳的质心, $O_s x_s$ 轴指向春分点, $O_s z_s$ 轴垂直于黄道面,与地球公转同向, $O_s y_s$ 轴构成右手坐标系。

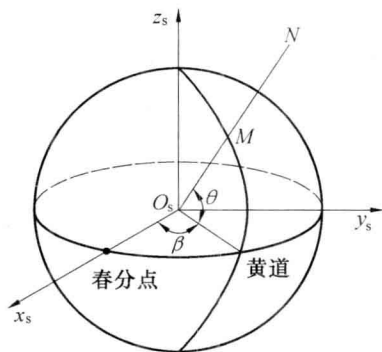


图 1.1 黄道坐标系

(2) 日心黄道球面坐标系

坐标原点 O_s 位于太阳的质心, 点到 O_s 的距离为 M , 黄经为 β , 黄纬为 θ 。

黄经 β 为黄道坐标系的经角, 由春分点方向开始沿逆时针方向计算。黄纬 θ 为黄道坐标系的纬角, 向北黄极为正, 向南黄极为负。日心黄道直角坐标系与日心黄道球面坐标系之间可以很方便地进行转换。

(3) 地心黄道坐标系

坐标原点 O_e 位于地球的质心, $O_e x_e$ 轴在黄道面内指向春分点, $O_e z_e$ 与地球公转轴平行, $O_e y_e$ 轴在黄道面内构成右手坐标系。

1.2.2 赤道坐标系

赤道坐标系的原点位于地球质心, 随地球一起进行轨道运动。与地球固连的坐标系还随地球一起转动, 如图 1.2 所示。

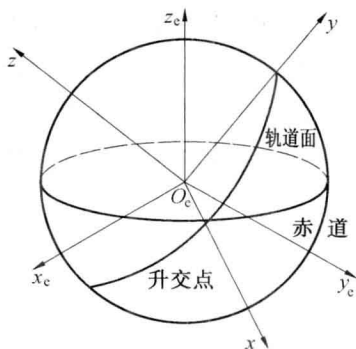


图 1.2 赤 / 轨道坐标系



(1) 地心赤道坐标系

坐标原点 O_e 位于地球的质心, $O_e x_e$ 轴在赤道面内分别指向春分点、格林尼治子午面、升交点, $O_e z_e$ 与地球自转轴重合, $O_e y_e$ 轴在赤道面内构成右手系, 其中 $O_e x_e$ 轴指向格林尼治子午面的坐标系是地球固连坐标系。

(2) 地心固连球面坐标系

坐标原点 O_e 位于地球的质心, 点到地心的距离为 r , 方位角为赤经 λ 和赤纬 φ 。此坐标系亦随地球转动。

(3) 地心固连椭球面坐标系(大地坐标系)

坐标原点 O_e 位于地球的质心, 以参考椭球面为基准面。空间点的位置用大地经度 L , 大地纬度 B 和大地高度 H 表示。参考椭球是一个形状、大小、位置和方向都已确定的椭球面, 该椭球面为与地球水平面吻合度最高的椭球面, 如图 1.3 所示。

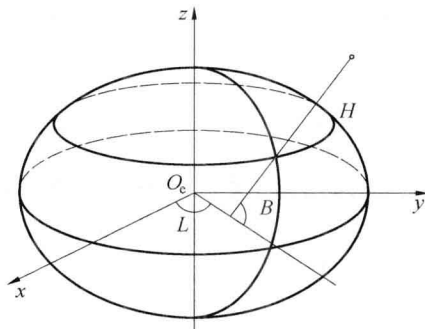


图 1.3 大地坐标系

过空间某点的椭球面法线与椭球赤道面的交角为大地纬度 B ; 包含该法线的大地子午面与起始大地子午面的二面角为该点的大地经度 L ; 沿法线至椭球面的距离为该点的大地高 H 。值得注意的是大地经纬度和天文经纬度是有差别的。

1.2.3 地平坐标系

地平坐标系的纬角 A 称为地平纬度, 又称为地平高度, 从真地平圈向天顶方向度量。地平坐标系的经角 E 为方位角, 从正东点逆时针方向度量, 如图 1.4 所示。

地平坐标系简洁、方便, 容易实现, 坐标量可以通过直接观测获得。但它的明显的地域性也带来许多不便: 不同的原点 O_e 的天顶方向不同; 恒星的地平坐标是变化的。

(1) 地平坐标系

地面点 O_e 为原点, $O_e x_e$ 轴在水平面内正指向正东, $O_e y_e$ 轴在水平面内正指向正北, $O_e z_e$ 轴沿铅垂方向构成右手系。

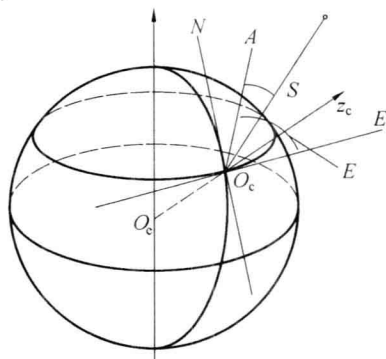


图 1.4 地平坐标系

(2) 地面球面坐标系

地面点 O_c 为原点,由空间点到原点距离为 S ,与正东方的方向角 E ,与水平面的仰角 A 构成。

1.2.4 航天器轨道面坐标系

地心轨道面坐标系原点 O_e 位于地球的质心,基圈位于轨道面内,与赤道面有交角(轨道倾角)。 $O_e x$ 轴在轨道面内分别指向升交点、近地点、卫星方向, $O_e z$ 与轨道面正法线方向平行, $O_e y$ 轴在轨道面内构成右手系。见图 1.2。

1.3 坐标体系

在太阳、月球和其他行星引力的作用下,地球自转所在的赤道平面和地球公转所在的黄道平面乃至春分点都不是一成不变的。赤道、黄道和春分点都有不同程度的相对于深层空间的运动。因而,以它们为基准的坐标系也就在时刻发生着变化,即使是很小的和很缓慢的。这种现象统称为岁差、章动,其对时间、空间基准的影响直接导致对航天器运动的描述的不确定性。基准的变化直接把坐标系和时间系统紧密地连接在一起了,空间的基准必须和时刻同时确定才能够产生应有的作用。

1.3.1 岁差与章动的影响

坐标系的建立是基于地球为均质球体且没有其他天体摄动力影响的假设,即地球的自转轴在空间的方向是固定的,因而春分点在天球上的位置保持不变。实际上地球的形状接近于椭球体,在日、月和其他天体引力的作用下,自转轴的方向改变,使春分点在黄道上产生缓慢的西移的现象称为岁差。考虑岁差造成运动的北天极通常称为瞬时平北天极(简称平北天极),相应



的天球赤道和春分点,称为瞬时天球平赤道和瞬时平春分点。

在岁差的影响下,地球自转轴在空间绕北黄极产生缓慢的旋转。地球自转轴在空间的方向变化,主要是由日、月引力共同作用的结果,其中又以月球的引力影响为最大。太阳的影响不到月球影响的一半,其他行星引力的微小影响可以忽略不计。这个缓慢的旋转,使北天极每年西移约为 $50.371''$,周期大约为 25 800 年。

月球的运行轨道在太阳和其他行星引力的影响下也是不断变化的,所以北天极绕北黄极旋转的轨迹实际上要更复杂些。除了岁差造成的平北天极绕北黄极的较大幅度的、较缓慢的转动外,日、月引力场造成的地球章动运动是要叠加到岁差造成的转动上去的。章动引起北天极(瞬时北天极)产生较小幅度的、较快的绕平北天极的运动,夹角约 $9.2''$,周期为 18.6 年。在岁差和章动的共同影响下,瞬时北天极绕北黄极旋转的轨迹如图 1.5 所示。

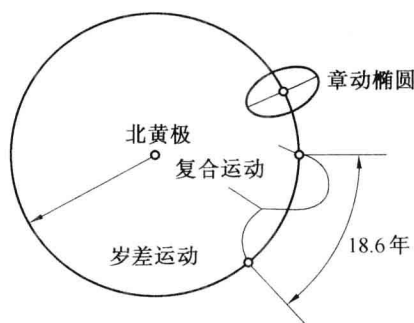


图 1.5 岁差和章动引起的极移

1.3.2 协议坐标系

在某一时刻以瞬时真天极和瞬时真春分点为基准建立的天球坐标系称为瞬时真天球坐标系。以瞬时平天极和瞬时平春分点为基准建立的天球坐标系称为瞬时平天球坐标系。由于岁差和章动的影响,瞬时天球坐标系的方向是不断变化的,是一个非惯性坐标系。在这样的坐标系中,牛顿力学定律是不成立的。

建立一个适合的惯性天球坐标系基准是非常必要的,通常的做法是选择以某一时刻 t_0 的平天极和历元平春分点建立的瞬时平天球坐标系为基准坐标系,只需知道其他历元坐标系相对于基准的变化即可确定其准确的方位。该瞬时平天球坐标系称为标准历元 t_0 协议天球坐标系,亦称为协议惯性坐标系(CIS, Conventional Inertial System),天体和航天器的位置通常都是用该坐标系描述的。国际天文学联合会和国际大地测量委员会定义了 J2000.0 协议天球坐标系——以地球质心为原点,2000 年 1 月 1.5 日的标准历元的平赤道和平春分点为基准的天球坐标系。

瞬时真天球坐标系与 J2000.0 协议天球坐标系间的转换通常分为两步:即首先将协议天球坐标系的坐标转换为瞬时平天球坐标系;然后,再将瞬时平天球坐标系的坐标转换为瞬时真天



球坐标系。

1.3.3 坐标变换

当已知航天器或天体在某个协议坐标系中的参数后,需要得到其在所关心的其他坐标系中的参数时,需要建立两者之间的联系,如黄道坐标系与赤道坐标系中的轨道参数。两坐标系间的坐标转换常用的方法有两种:利用坐标变换求解和利用球面三角公式求解。

实际应用中新、旧两个坐标系之间往往都是基圈和参考点间由于岁差、章动等原因造成的微小的方位角的差别。比如瞬时春分点与瞬时平春分点、瞬时平春分点与某历元春分点。通过确定新、旧两个坐标系坐标轴之间的角度和顺序关系,可以得到不超过3个关于角差的正交变换矩阵,按顺序矩阵相乘可以得到一个新、旧两个坐标系间的坐标变换矩阵,进而实现航天器或天体在两个坐标系中坐标的变换。坐标变换的组合很多,但原理都是一样的,可以根据需要参考相关论著,这里就不再详细介绍了。

第 2 章 航天器的基本轨道

物体在空间的运动是与多个其他物体相互作用的结果,但起主导作用的只有几个或者一个,如太阳对行星,地球对航天器,其他的物体(如其他行星)的影响较小,定性分析时可暂时略去。研究多个物体在相互间的万有引力作用下的运动规律的问题称做 N 体问题。 N 体问题通常无解析解,只能通过数值计算求解。本章首先从最基础的问题——两体问题(Two-body Problem)——开始进行研究。

2.1 两体问题

在惯性空间中只考虑两个互相作用的物体,如太阳与地球,太阳与行星,地球与月球,地球与航天器,双子星等,都是可以满足建立两体系统假设的现实存在。两体问题是源于客观实际的理论分析工作。

2.1.1 动力学方程

在惯性坐标系 $OXYZ$ 中,两个物体 B_1, B_2 可视为质点,其质量分别为 m_1 和 m_2 , C 为两体系统的质心。 B_1, B_2 和质心 C 在惯性空间的位置分别为 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 和 \mathbf{r}_c , B_1 相对 B_2 的距离为 \mathbf{r} , 其相互间的万有引力分别为 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ 。 \mathbf{F} 为作用在 B_1 体上的 \mathbf{F}_1 以外的力,如图 2.1。由多体系统质心(Center of Mass)的特性有

$$m_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_c) + m_2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_c) = 0 \quad (2.1)$$

由几何关系

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \quad (2.2)$$

分别从式(2.1), (2.2) 中消去 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 , 有

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_c + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{r} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_c - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{r} \quad (2.4)$$

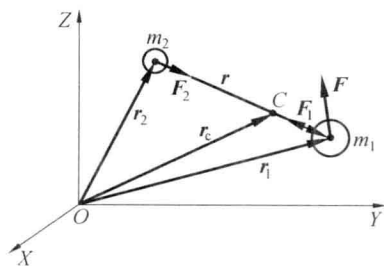


图 2.1 两体系统模型



由牛顿第二定理有

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F} = m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1$$

$$\mathbf{F}_2 = m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2$$

因为两体间的万有引力互为作用力与反作用力,有

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

从式(2.3), (2.4) 中消去 \mathbf{r} , 并求对时间的二阶导数得

$$m_1(\ddot{\mathbf{r}}_c + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \ddot{\mathbf{r}}) - \mathbf{F} = -m_2(\ddot{\mathbf{r}}_c - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \ddot{\mathbf{r}}) \quad (2.5)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_c(m_1 + m_2) = \mathbf{F}$$

当两体系统只有内力作用, 即 $\mathbf{F} = 0$ 时, 有

$$\ddot{\mathbf{r}}_c = 0 \quad (2.6)$$

式(2.6)表明, 在没有外力的作用时, 两体系统质心的加速度为零——始终保持静止或匀速直线运动状态。这是符合牛顿第一定律的, 不论每个物体如何运动, 互相间相对位置如何, 其系统质心的加速度始终为零。这一结论也适用于 N 质点系统。

相对于两体及其质心在惯性空间的运动, 更需要关注的是两体间的相对运动。将万有引力表达式 $\mathbf{F}_2 = Gm_1m_2 \frac{\mathbf{r}}{r^3}$ (G 为万有引力常数) 代入得

$$\mathbf{F}_1 = -Gm_1m_2 \frac{\mathbf{r}}{r^3} = m_1(\ddot{\mathbf{r}}_c + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \ddot{\mathbf{r}}) - \mathbf{F} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{F}_2 = Gm_1m_2 \frac{\mathbf{r}}{r^3} = m_2(\ddot{\mathbf{r}}_c - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \ddot{\mathbf{r}}) \quad (2.8)$$

式(2.8) 减去式(2.7) 消 \mathbf{r}_c 得

$$G(m_1 + m_2) \frac{\mathbf{r}}{r^3} = -\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{f}$$

其中, $\mathbf{f} = \mathbf{F}/m_1$ —— B_1 体上单位质量所施加的外力。

$$\ddot{\mathbf{r}} + G(m_1 + m_2) \frac{\mathbf{r}}{r^3} = \mathbf{f} \quad (2.9)$$

令 $\mu = G(m_1 + m_2)$ ——两体系统的引力常数, 得

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = \mathbf{f} \quad (2.10)$$

式(2.10) 为两体系统相对运动的基本动力学方程式, 是分析两体系统运动的基础。其齐次式为保守两体系统的动力学方程。不用求解式(2.10), 通过对其作相关的数学处理亦可得出相对运动的一些特性。当然无外力作用的相对运动基本规律还是需要通过求解齐次微分方程来得到的。