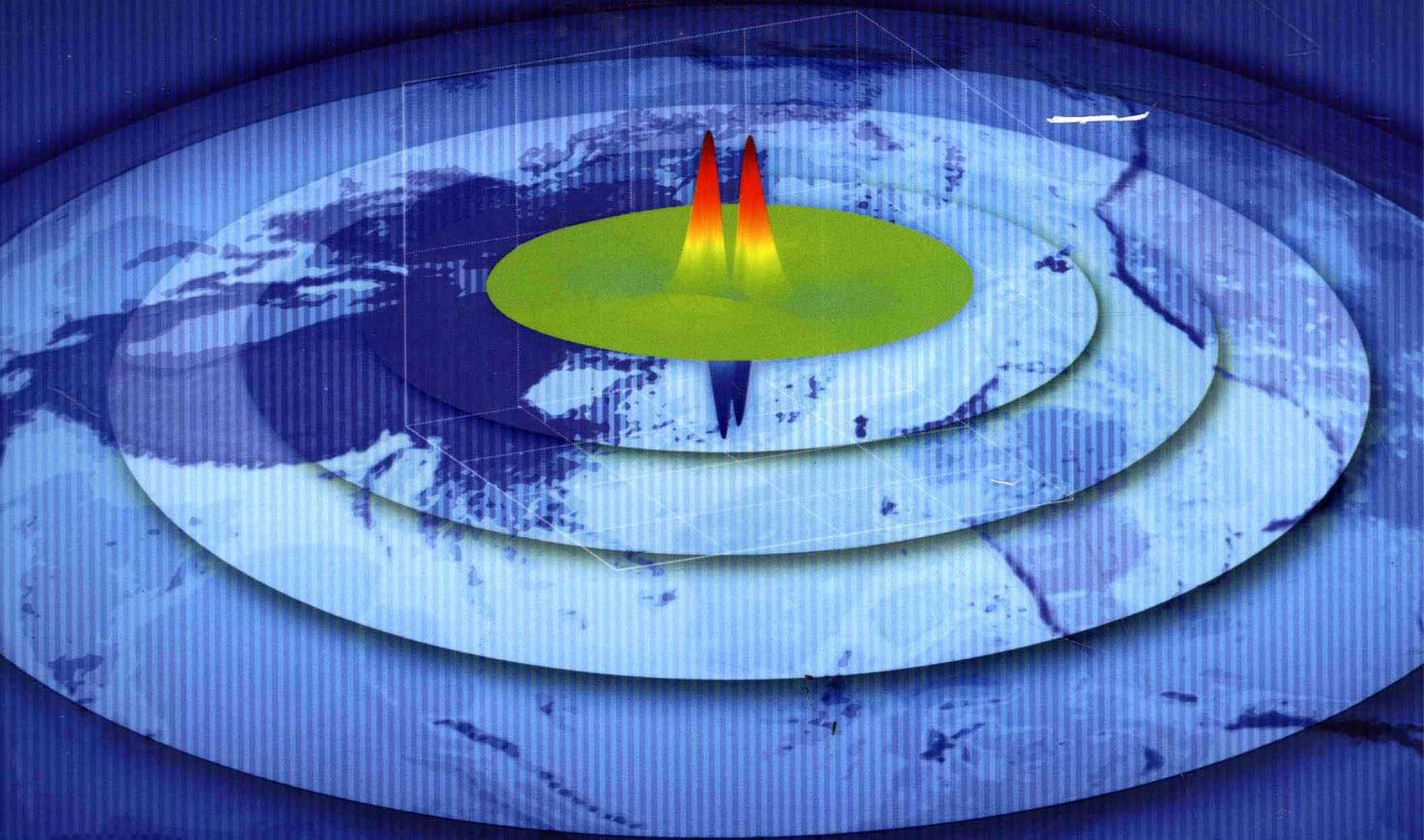
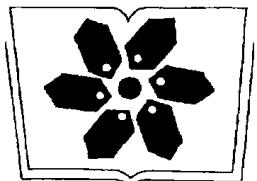


# 地震位错理论

孙文科 著



科学出版社



中国科学院科学出版基金资助出版

# 地震位错理论

孙文科 著

科学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是作者近 20 年来关于球形地球模型位错理论的一系列理论与应用研究成果的总结，具有系统性和原创性。

本书以理论为主，应用为辅。主要以球形弹性地球模型内各种地震源在地表面产生变形的理论为核心进行论述，包括位错 Love 数的定义、各种同震变形物理量的格林函数的推导、数值计算方法与技巧的讨论、地球曲率和层状构造效应的研究、同震变形渐近解的介绍等，同时在第 5 章里介绍了最新的基于三维不均匀地球模型的位错理论，在第 6 章里介绍了上述理论在地球科学中的大量应用实例和研究成果。

本书可作为地震学、大地测量学、地球物理学等领域有关科研人员的专业参考书，也可以作为相关领域研究生的教材或教学参考书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

地震位错理论/孙文科著. —北京：科学出版社, 2012

ISBN 978-7-03-033009-3

I. ① 地 … II. ① 孙 … III. ① 位错源 (地震) - 理论 IV. ① P315.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011) 第 258451 号

责任编辑：胡晓春 房 阳 / 责任校对：郑金红

责任印制：钱玉芬 / 封面设计：王 浩

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100071

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2012 年 1 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2012 年 1 月第一次印刷 印张：17 1/2

字数：415 000

定价：98.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

## 序 一

自从 1901 年里德 (Reid) 发表弹性回跳理论以来, 人们发现地震发生与断层密切相关, 以断层为核心的地震观测技术与观测网络渐渐建立起来, 有力地促进了地球内部构造的观测与研究. 然而, 直到 1958 年 Steketee 才把位错理论引入地震学, 使得地表同震形变与震源之间建立了理论联系. 然后经过约 30 年的发展, 以 Okada (1985)、Wang (1991) 和 Okubo (1992) 为标志的半无限空间弹性均匀介质地球模型的位错理论得以完善, 用以计算地震产生的同震变形, 包括位移、倾斜、应变、大地水准面和重力变化, 解释大地测量观测的地壳形变数据, 对地震学的发展起到了重要作用.

近年来, 现代大地测量技术快速发展, 特别是 VLBI、GPS、卫星海洋测高、高精度重力测量以及重力卫星 (CHAMP、GRACE、GOCE) 等观测技术的出现和发展, 不仅使传统大地测量发生了革命性的变化, 也有力地促进了整个地球科学的快速进步, 人们已从时间变化和动力学角度去研究地球的内部构造和全球形变问题. 这些现代观测技术克服了传统大地测量方法固有的局限性, 具有全球、全气候、实时和连续的观测能力, 可以提供全球的、规则的、稠密的和高质量的测量数据, 并且具有精度和经济效益高的优点. 更重要的是, 这些现代技术在全球范围内可以监测到同震变形, 如位移、重力、大地水准面和应变等, 能以厘米甚至毫米的精度测定几千千米的基线, 能观测到毫米量级的同震位移或毫伽量级的同震重力变化等信息. 这些大地测量及地球物理信息可用来研究震源机制、地球内部构造、地震预报、断层反演、大地测量结果解释以及确定震源参数等. 这些研究需要建立在精细完善的位错理论之上, 而位错理论则是这些基本物理问题和各种大地测量和地球物理观测数据之间的连接纽带、理论基础. 因此, 位错理论的重要性不言而喻.

时至今日, 半无限空间介质模型的位错理论仍然被广泛使用, 尽管它具有数学上的简洁性和解析性, 然而由于这样的物理模型与球形地球差异太大, 完全忽略了地球的几何形状甚至层状构造, 其计算结果因忽略曲率和层状构造而产生较大误差, 同时在地球表面上的应用范围也是有限的. 《地震位错理论》一书所提出和讨论的球形地球模型的位错理论正好解决了这些问题.

该书作者孙文科多年来对球形地球模型的位错理论进行了系统性和创造性地研究，并将该理论应用于近年来发生的几个大地震事件，进行了有效计算和合理解释。他于 1992 年 3 月在日本东京大学获理学博士学位，师从世界著名大地测量学家大久保修平教授，其研究课题是“球形对称弹性地球模型位错产生的引力位和重力变化”，在世界上首次解决了球形地球模型的同震重力变化问题。其后，把该理论推广到了位移和应变的研究。更进一步给出了一组解析渐近解。由于近似解是解析形式，并且考虑了地球的形状以及层状构造，所以无论是地球模型还是数学表达式可以认为都优于半无限空间模型的位错理论。作者还通过比较半无限空间介质和球形地球模型位错理论，证明了考虑地球曲率和层状构造效应的重要性。最近作者还给出了统一形式的同震变形格林函数。近年来，通过指导学生，在理论上进一步研究了三维地球模型的同震变形问题，取得了重要进展。另外对于 2004 年苏门答腊地震 ( $M_w 9.3$ ) 以及 2008 年汶川地震 ( $M_s 8.0$ ) 等也进行了一系列理论和应用研究，取得了重要成果。

该书共包括 6 章：第 1 章介绍了半无限空间地球模型的位错理论；第 2 章是该书的重点，主要介绍球形地球模型的位错理论；第 3 章讨论了具体的数值计算及地球曲率和层状构造影响；第 4 章推导了球形地球模型位错变形的渐近解；第 5 章介绍了三维不均匀弹性地球模型的位错理论；第 6 章是关于地震位错理论的应用研究，着重介绍了球形地球模型位错理论在卫星大地测量及几个地震实例中的应用。

作者在国际顶级专业期刊上发表了大量论文，在该领域里具有国际影响力。该书是作者 20 年来关于球形地球位错理论的理论和应用研究成果的总结，具有很强的系统性和创造性。该书也具有很强的可读性，可以作为专业参考书，也可以作为研究生教材。

应该指出，位错理论还在发展中，一些物理问题应该进一步加以考虑。例如，更详细的三维构造模型、考虑时间变化的黏性构造、地形的影响等。另外，现代大地测量观测研究将会更加深入并得到更广泛应用，特别是重力卫星 GRACE 观测技术的进一步发展将更加促进观测研究的进步。这些理论与观测的发展和进步也将促进地球内部构造、地震断层反演以及各种大地测量数据解释等研究的提升和完善。

石耀霖

2011 年 2 月 25 日于北京

## 序二

弹性回跳及相应的位错理论是断层地震震源机制解的核心。根据位错理论，地震的震源破裂模型可以正演出地震的同震形变，反过来，由观测到的地震同震形变又可以反演出震源的破裂过程和破裂模型，因此位错理论是地震学，特别是地震大地测量学的基础及核心内容。

地震位错理论最初是基于半无限空间弹性均匀介质地球模型解算的，并且不考虑自引力影响，其中最广泛应用的是 Okada (1985) 的表达式，之后扩展为半无限空间成层介质的地球模型解，并顾及自引力及黏弹性的影响，在此基础上，再进一步发展为球形成层弹性（或黏弹）地球模型的解，乃至顾及侧向非均匀性的三维地球模型解。解的形式即表示成点位错与同震形变量的格林函数的褶积形式，而格林函数又由依赖于地球模型的位错勒夫数给出。迄今已形成一整套严密完整的理论体系。

孙文科教授是我国 2009 年引进的“千人计划”学者，他曾在著名的地球物理杂志 GJI 和 JGR 上连续发表多篇论文，首次在国际上解决了球形地球模型的同震形变（包括位移、重力、应变）问题。近几年来，他又和他的博士团队一起，利用变分方法研究了极为困难的三维地球模型的同震形变问题，从而在地震位错导致的同震形变研究领域，成为国际上一位有造诣和影响的科学家。

孙文科教授撰写的这一位错理论的专著是他本人以及国内外在这一领域研究成果的总结，也是国内外在这一领域论述最全面的一本著作。全书内容丰富、论述严谨、概念清晰，除去经典理论的叙述之外，在第 5、第 6 章还介绍了最新发展的三维弹性地球模型的位错理论以及位错理论在苏门答腊（2004 年）、汶川（2008 年）等地震的同震形变的应用。该书既是从事地震学、大地测量学等研究的科研人员的重要专业参考书，也是上述领域研究生的重要教材或教学基础。

许厚泽

2011 年 2 月 11 日于武汉

## 前　　言

20世纪地震学的最大进展之一是发现地震发生在断层上。相应地，以断层为核心的震源机制描述以及地震学理论迅速地建立起来。与此同时，发展了适于研究同震变形的准静态位错理论（不考虑时间变化），简称位错理论。由于它可以解析或者半解析表述而有别于以地球自由震荡简正模和震源函数张量为核心内容的地震波理论（Aki and Richards, 1980; Dahlen and Tromp, 1998）（该理论不在本书讨论范围）。

Steketee (1958) 最早把位错理论引入地震学。他假设均匀地球介质内存在一个断层面上发生错动，即不连续的位移向量，导出了走滑断层的位移格林函数。之后，很多学者研究了半无限空间均匀介质地球模型的同震变形问题。Chinnery (1961; 1963) 利用上述格林函数给出了垂直断层走滑位错附近的位移和应力场的表达式，并绘制了同震变形的分布图。Berry 和 Sales (1962) 导出了水平张裂断层的地表位移表达式。Maruyama (1964) 对垂直和水平引张断层所产生的地表位移场给出了完整解析解，并且把 Chinnery (1961; 1963) 的结果扩展到倾滑断层。1964年阿拉斯加大地震 ( $M_w 9.2$ ) 的远区应变观测促进了位错理论应用研究的进一步发展。Press (1965) 计算了半无限空间介质内走滑与倾滑断层产生的位移、应变和倾斜场。他发现同震变形非常大，足可以被现代观测技术检测到。Yamazaki (1978) 研究了膨胀源产生的变形场。陈运泰等 (1975; 1979) 讨论了结合半无限空间位错理论和地表形变资料进行震源反演的一般方法，并实际反演了 1966 年邢台地震和 1976 年唐山地震的震源过程。Iwasaki 和 Sato (1979) 研究了倾斜剪滑断层在地球内部产生的应变场。Davis (1983) 推导出了倾斜张裂断层的垂直位移表达式。Jovanovich 等 (1974a; 1974b) 研究了半无限空间层状介质的弹性位错问题。Matsu'ura 和 Iwasaki (1983)、Fujii 和 Nakane (1983) 分别利用半空间位错理论研究了 1923 年日本关东大地震的同震和震后地壳变形。特别需要提出的是，Okada (1985) 总结并整理了前人的工作，给出了一套完整简洁实用的同震变形计算公式，适用于计算任何剪切与张裂断层引起的位移、应变和倾斜变形。Okada (1992) 还给出了半无限空间介质内部的同震变形计算方法。Okada (1985) 的计算公式已经成为关于半无限空间均匀介质地球模型的位错理论的经典表达式，被广泛使用。

位错理论的进一步发展是关于球形地球模型的研究。20世纪 60 年代后期，Ben-Menahem 和 Singh (1968)、Ben-Menahem 和 Solomon (1969)、Singh 和 Ben-Menahem (1969)、McGinley (1969) 以及 Ben-Menahem 和 Israel (1970) 等先后对于均质无自重球形地球模型进行了理论研究，导出了位移和应变的解析解。他们的计算表明对于浅源地震，地球的曲率影响在震源距  $20^\circ$  以内可以忽略不计，但是地球的层状或者横向不均匀性可能有较大影响。值得注意的是这个地球模型仍然比较简单。尽管如此，由于数值计算困难等原因他们没有给出震源距  $2^\circ$  以内的结果，很难使用。Smylie 和 Mansinha (1971) 也讨论

了均质球形地球模型的位错理论的一些理论问题, 如边界条件和液核方程等。另外值得一提的是, Saito (1967) 提出了球对称层状地球模型的点源自由震荡的理论, 同时给出了表达震源的所谓源函数, 为此后的球形地球位错理论的研究提供了理论基础。Kagan (1987a; 1987b) 进一步给出了各种震源的源函数的一般解。

考虑地球黏滞性是位错理论研究的又一进展。Rundle (1982) 研究了层状地球内矩形逆断层的黏弹变形问题。Pollitz (1992) 解决了黏弹无重力地球模型内位错在震源区域内产生的位移和应变场问题。Ma 和 Kusznir (1994) 改善弹性位错理论, 导出了 3 层弹性介质模型的位移计算公式, 并将其应用于计算张裂断层引起的同震和震后位移。Piersanti 等 (1995; 1997) 和 Sabadini 等 (1995) 研究了自重黏弹层状地球模型内位错产生的位移和位移变化率。对于不同地幔黏滞性, 他们得出了近场和远场的地表位移和速度结果。Pollitz (1996) 应用自由震荡简正模方法对层状地球模型 (忽略自重) 研究和讨论了同震位移与应变问题。他的研究表明对于地壳内发生的地震, 在震源距 100km 以内其地球的曲率影响一般小于 2%。但是如果忽略地球的层状构造, 其误差可达 20%。同样基于自由震荡简正模方法, Sabadini 和 Vermeerson (1997) 研究了全球同震和震后变形并讨论了岩石圈与地幔分层的影响。他们发现地幔黏性构造对于远区的震后变形具有主要影响。Antonioli 等 (1998) 通过比较球形和平面地球模型的走滑地震的应力变化讨论了地球的曲率和层状影响。而 Nostro 等 (1999; 2001) 也通过同震和震后变形研究了地球的曲率和层状影响。Banerjee 等 (2005)、Hearn 和 Burgmann (2005) 分别基于 2004 年苏门答腊地震 ( $M_w$  9.3) 和走滑断层研究了同样问题。Amelung 和 Wolf (1994) 研究了负荷问题的层状构造效应。他们比较了考虑重力增量的球形地球模型和不考虑重力的平面地球模型, 发现忽略地球曲率和重力增量所带来的误差部分地互相补偿。

所有上述关于球形地球问题的研究都是基于自由震荡简正模方法。这些研究是对于特定地球模型 (有无自重, 有限介质层状等, 如 Antonioli 等, 1998), Nostro 等, 1999) 或者特定震源 (走滑断层或张裂断层等, 如 Antonioli 等, 1998) 进行的。另外, 自由震荡简正模方法由于其内在的数值计算困难而存在计算精度的问题, 同时它必须要求两个重要的人为假设: 不可压缩性和有限的层状构造 (Tanaka et al., 2006)。

关于同震重力变化问题, Hagiwara (1977) 最早考虑了半无限空间介质内 Mogi 模型 (即膨胀或爆破源) 的重力变化, 并给出了解析解。Okubo (1989; 1991; 1992) 研究了半无限空间介质内剪切和张裂断层的重力变化问题。用类似于 Okada (1985) 的方法, 他导出了点源和有限断层的同震重力位和重力变化的解析表达式。该公式简洁, 便于使用, 同 Okada (1985) 的公式一样, 已经成为关于半无限介质地球模型的位错理论的经典表达式。

应该特别指出, 汪荣江等 (Wang et al., 2006) 全面发展了 Okada (1985) 和 Okubo (1992) 半无限空间模型的位错理论, 提出了关于层状黏弹介质模型的同震与震后变形的一般计算公式, 包括位移、应变、大地水准面和重力变化等。他们提供的 PSGRN/PSCMP 计算程序目前已经逐渐被研究者采用。该理论可以充分考虑地球的层状构造效应, 但是由于其半无限空间的几何特性, 地球的球形曲率效应则无法体现。

为了考虑地球的曲率和层状构造, 应该考虑更实际的地球模型, 如 SNREI (球对称、不旋转、弹性和各向同性) 地球模型。因此, Sun (1992)、Sun 和 Okubo (1993) 基于 1066A

(Gilbert and Dziewonski, 1975) 以及 PREM 模型 (Dziewonski and Anderson, 1981) 发展了新的重力位和重力变化的位错理论. 定义了位错 Love 数并且给出了全部 4 个独立点源的格林函数. Sun 和 Okubo (1998) 将该格林函数应用于有限断层数值积分, 并且解释了 1964 年阿拉斯加大地震 ( $M_w$ 9.2) 的同震重力变化. 其理论计算与观测的重力变化基本吻合. 为了简化球形地球的位错理论的数值计算, Okubo (1993) 提出了互换定理. 该定理表明, 地表的位错解可以由震源处的潮汐、剪切和负荷问题的解来表达. 其后 Sun 等 (1996; 2006a; 2006b) 又将他们的理论推广到了位移和应变的研究, 并给出了相应的格林函数. 为了简便计算, 他们把球形地球模型 (SNREI) 的理论进行简化, 给出了一组解析渐近解 (Sun, 2003; 2004a; 2004b). 由于近似解是解析形式, 因而, 与 Okada (1985) 和 Okubo (1992) 的解析解具有同样的计算效率, 并且考虑了地球的形状以及层状构造.

为了研究地球的曲率和层状构造的影响, Sun 和 Okubo (2002) 比较了半无限空间介质和球形地球模型位错理论的位移变化结果. 通过均质地球模型和半空间介质模型结果的比较, 得出曲率的影响; 而比较均质球和层状球的结果则得到层状构造的影响. 他们发现两者影响的大小与震源深度和震源类型计算点位置有关系, 但是都不可忽视. 层状的影响更大一些, 可达 25%.

利用 Sun (1992a; 1992b)、Sun 和 Okubo (1993) 的位错 Love 数和格林函数的定义和计算方法, Wang (1999) 研究了黏弹地球模型的位错问题, 讨论了同震和震后重力变化问题. 其中同震重力变化与 Sun 和 Okubo (1993) 的结果一致. 考虑黏弹地球模型, 也就是考虑了重力 (或位移) 的时间变化问题. 此时微分方程的解算变得比较复杂. 通常是把平衡方程进行拉普拉斯变换, 使得变换后的拉普拉斯变量满足类似于弹性体时的微分方程, 可以用 Sun (1992a; 1992b)、Sun 和 Okubo (1993) 的方法解算. 然后再用拉普拉斯逆变换得到用自由震荡简正模解表达的重力变化公式. 如上所述, 基于自由震荡简正模的方法存在计算精度的问题, 通常它要求两个假设: 不可压缩性和有限的层状构造 (Tanaka et al., 2006). 虽然 Wang (1999) 考虑了地球介质的可压缩性, 但是地球模型只有 11 层. Tanaka 等 (2006) 改进了该方法, 对拉普拉斯逆变换直接进行数值积分, 积分时选择合适的路径使其包含所有可能 (对应于拉普拉斯解) 的极点. 该方法解决了上述两个难点, 既不需要假设不可压缩性也没有地球分层限制的问题. Tanaka 等 (2006) 应用其理论结果讨论了 2003 年北海道十胜冲地震 ( $M_8$ .0) 的位移变化以及 2004 年苏门答腊 ( $M_w$ 9.3) 所产生的重力变化问题.

位错理论研究的最新进展是考虑地球内部横向不均匀结构的影响. 在笔者的指导下, 作为博士论文课题, 付广裕 (Fu, 2007) 研究了三维不均匀地球模型内点位错产生的重力、重力潮汐及重力位变化问题. 由于横向不均匀构造的存在, 地球模型不再是球形对称, 此时的独立震源为六个. 他采用 Molodenskiy (1977; 1980) 研究重力固体潮因子的横向不均匀构造的影响时所使用的微小摄动方法, 提出了新的基于三维不均匀地球模型的位错理论. 平衡方程式比较复杂, 但是基本上可以将其转化成一个积分, 其积分核包括三项: 三维地球模型参数、辅助解和球对称模型解. 三维地球模型是这样得到的: 利用 Zhao (2001) 的三维 P 波速度模型 (空间解析度为  $5^\circ \times 5^\circ$ , 对应于球函数展开至 36 阶) 作为初值, 根据岩石试验力学的经验公式, 得到 S 波速度模型以及地球介质密度模型; 这三个数

值模型构成三维地球模型的基本参数。对于实际物理问题, 付广裕等首先计算了地球三维不均匀构造对 2 阶重力固体潮因子的影响 (Fu, 2007; Fu and Sun, 2007)。他们发现该影响约为 0.16%, 比 Molodenskiy (1977; 1980) 的结果小大约一个量级。说明 Molodenskiy (1977; 1980) 用“海洋-陆地”地球模型是不合理的。同时也证明了三维密度模型和另外两个模型参数的影响达到同一个数量级。而 Molodenskiy (1977; 1980) 在理论推导以及数值计算中假设其影响很小而将其忽略。该研究结果与 Wang (1991) 的结论基本一致。除了上述三维构造外, Wang (1991) 还考虑了地球的旋转与黏滞性。

对于位错问题, Fu (2007)、Fu 和 Sun (2008) 计算了六个独立震源的同震重力变化, 给出了二维及三维球形地球模型内所产生的同震重力变化结果, 结果表明其影响约为 1%。应该指出, 这个影响是基于 36 阶地球模型计算的。如果地球模型更详细 (其球谐阶数更高), 其最大影响如何? 为了回答此问题, 他们对现有的 36 阶地球模型进行分阶计算, 并观察其变化趋势, 给出了不同阶数 (对应于不同空间解析度) 的三维地球模型对同震重力变化的贡献, 得出如下结论: 地球模型的三维构造越详细, 其重力变化越大; 即, 实际地球的三维构造的影响应该大于 1%。问题是, 即使有更详细的地球模型, 更高阶的计算也可能会遇到理论上的困难。因为, 实际的地球横向不均匀性很大, 有时超过 100% (如地壳内 P 波速度变化); 地球黏滞参数变化更大, 可达 2~3 个数量级。而上述微小摄动理论只适用于较小三维构造变化的情况。该困难有待进一步的理论研究, 有限元方法也许是一个有效的解决途径。

现代大地测量技术 (VLBI、GPS、InSAR、海洋测高仪, 以及重力卫星等) 的发展使得全球范围内可以监测到同震变形, 如位移、重力、大地水准面和应变等。这些大地测量及地球物理信息可用来研究震源机制、地球内部构造, 进行地震预报、断层反演、大地测量结果解释以及确定震源参数。而这些研究需要建立在精细完善的位错理论之上。因此, 位错理论的重要性不言而喻。

笔者于 1992 年 3 月在日本东京大学获理学博士学位, 研究课题是“球形对称弹性地球模型位错产生的引力位和重力变化”(Sun, 1992), 在世界著名大地测量学家大久保修平教授的指导下, 在世界上首次解决了球形地球模型的同震重力变化问题 (Sun and Okubo, 1993), 以及同震位移 (Sun et al., 1996) 和同震应变 (Sun et al., 2006a) 问题。借此, 对大久保修平恩师的长期指导与合作研究表示衷心的感谢! 最近, 又对球形地球模型位错理论作了总结, 给出了统一形式的同震变形格林函数 (Sun et al., 2009)。近年来, 通过和付广裕博士、王武星博士、周新等的合作, 不仅在理论上进一步研究了基于三维不均匀地球模型的同震变形问题, 取得了重要进展 (Fu, 2007; Fu and Sun, 2007, 2008, Fu et al., 2010), 还对于 2004 年苏门答腊地震 ( $M_w$ 9.3) 和 2008 年汶川地震 ( $M_s$ 8.0) 等进行了一系列应用研究, 取得了一些成果 (Sun et al., 2009; Wang et al., 2010; 周新等, 2011)。本书是笔者 20 年来关于球形地球位错理论的理论和应用研究成果的系统性总结, 包括和上述合作者的共同研究结果。

本书的结构和主要内容如下:

第 1 章简单介绍半无限空间地球模型的位错理论。因为本书中几乎所有的研究都与半无限空间模型的位错理论 (Okada, 1985; Okubo, 1992) 进行比较, 同时也为了读者参考

方便, 把 Okada (1985) 和 Okubo (1992) 的半无限空间地球模型的位错理论作简单介绍。这里仅给出可以直接应用的最后计算公式, 省略其推导过程。对其推导过程感兴趣的读者可以阅读他们的原文。

第 2 章是本书的重点, 主要介绍球形地球模型的位错理论。在简单引出单位点力和基本平衡方程后, 介绍边界条件, 包括震源函数、球心的初始条件、内核-外核边界条件、外核-地幔边界条件和地表面自由边界条件。接下来着重介绍微分方程组的数值积分方法, 以及关于  $n = 0$  阶和  $n = 1$  阶的特殊处理。然后, 定义球坐标系下以及局部坐标系下的位错模型和源函数, 并根据球对称地球模型的四组独立解给出三类位错源的同震变形一般表达式。进一步定义位错 Love 数和相应的四个独立解的同震变形格林函数, 包括同震位移、同震引力位、同震重力变化和同震应变变化。再给出四个独立解的格林函数一般表达式。通过四个独立解的组合给出北极任意断层的同震变形的计算式; 再把计算式推广到地球表面上任意点任意断层的同震变形的计算。最后介绍计算位错 Love 数和格林函数中需要的各种实用数值计算技巧, 包括无穷级数的截断、圆盘因子、欧拉变换、插值和渐近解等。

第 3 章讨论具体的数值计算及地球曲率和层状构造影响。首先介绍地球模型和基本单位; 然后, 针对均质地球模型进行数值计算, 并将结果与半无限空间模型的结果进行比较, 以证明球形地球模型位错理论的正确性。接下来计算球对称地球模型的同震变形, 讨论其变形的分布特性。进一步讨论如何利用点源位错格林函数在有限断层进行数值积分, 以便使理论应用于实际地震的计算。作为有限断层数值积分的应用例, 计算了 1964 年阿拉斯加地震的同震变形。本章还重点讨论了地球曲率和层状构造影响, 包括同震位移的比较、同震应变变化的比较、地球曲率和层状构造影响对震源深度的依赖性等。

第 4 章推导球形地球模型位错变形的渐近解。首先引入 Okubo (1988; 1993) 互换定理和地球变形的渐近解, 然后将其扩展到位错变形问题, 推导出了同震位移的渐近解、同震大地水准面变化渐近解, 以及同震重力变化渐近解的具体表达式。对于均质地球模型和层状构造地球模型都进行了具体的数值计算。把几个地球模型的计算结果进行比较, 进而讨论地球曲率和层状构造的影响, 并对计算结果的可靠性进行了验证。

第 5 章介绍基于三维不均匀弹性地球模型的位错理论。首先, 基于微扰理论, 在球对称地球模型的基本平衡方程的基础上进行变分, 得到基于三维不均匀地球模型的变形理论架构, 从而使三维模型的体积分解耦为从地心到地表的一维积分, 以及三个球函数乘积在各圈层球面上的积分, 其中后者经过处理后可进行解析运算。然后讨论了该积分的处理方法, 推导了关于密度效应的计算公式, 给出了计算横向不均匀构造对重力影响的一般公式, 特别是地震位错产生的重力变化的计算公式。进一步讨论了三维不均匀地球模型的六组独立震源的同震重力变化的计算。利用地震波层析成像结果构建三维不均匀地球模型, 并对其产生的重力变化效应进行了计算和讨论。还对三维构造介质参数、震源处三维介质参数对同震重力变化的扰动、地球模型的影响以及地震震源深度的影响都分别进行了讨论。

第 6 章是关于地震位错理论的应用研究, 着重介绍了球形地球模型位错理论在卫星大地测量及几个地震实例中的应用。首先简单地介绍了重力卫星 CHAMP、GRACE 和

GOCE 及其在地球科学中的可能应用. 然后从理论模拟上讨论了重力卫星 GRACE 能否观测到同震重力变化, 主要通过位错理论的位错 Love 数在计算同震大地水准面和重力变化中的谱强分布, 并具体给出了四个独立解的谱强分布, 以及实例研究——1964 年和 2002 年阿拉斯加地震和 2003 年北海道地震, 得出了 GRACE 具有检测大地震同震变形能力的结论. 也对谱域-空间域 GRACE 检测同震变形能力、单阶同震大地水准面随震源距的变化以及截断同震大地水准面变化等问题作了讨论. 介绍了用重力卫星观测数据反演位错 Love 数的方法, 通过模拟计算证明该方法是可行的. 接下来对 2004 年苏门答腊地震 ( $M_w9.3$ ) 的同震变形进行了研究, 讨论了变形地球表面和空间固定点的同震重力变化的区别, 并计算和讨论了 2004 年苏门答腊地震 ( $M_w9.3$ ) 的全球、近场同震变形以及同震应变变化, 地球曲率和层状构造的影响, 地表面计算网格密度对同震变形的影响等. 同时介绍了最新研究成果, 即, 报告了重力卫星 GRACE 检测出 2010 年智利地震 ( $M_w8.8$ ) 的同震重力变化. 介绍了利用 GRACE 观测数据研究苏门答腊区域的黏滞性结构的方法和结果. 最后, 对 2008 年汶川地震 ( $M_s8.0$ ) 进行了探讨, 主要是比较由 GPS 观测得到的同震位移和利用汶川地震断层滑动模型计算的模拟结果, 证明球形地球模型位错理论的实用性, 以及不同断层模型对计算同震变形的影响, 利用球形模型位错理论计算了 2008 年汶川地震 ( $M_s8.0$ ) 的各种同震变形.

关于该理论的所有计算程序都可以共享, 感兴趣的读者可以与笔者联系.

最后, 石耀霖院士、许厚泽院士和陈运泰院士对本书结构和内容提出了宝贵修改意见, 付广裕博士、周新博士生和董杰硕士生通读了书稿, 仔细核对了计算公式和检查了文字错误, 在此一并表示衷心感谢!

孙文科

2011 年 1 月 10 日

# 目 录

序一

序二

前言

|                                    |    |
|------------------------------------|----|
| <b>第 1 章 半无限空间地球模型的位错理论</b>        | 1  |
| 1.1 Okada (1985) 理论与计算公式           | 1  |
| 1.1.1 点源位错                         | 1  |
| 1.1.2 有限矩形位错源                      | 5  |
| 1.2 Okubo (1991; 1992) 理论与计算公式     | 9  |
| 1.2.1 点源位错                         | 9  |
| 1.2.2 有限矩形位错源                      | 11 |
| <b>第 2 章 球形地球模型的位错理论</b>           | 14 |
| 2.1 地球弹性变形的基本方程                    | 14 |
| 2.2 边界条件                           | 18 |
| 2.2.1 震源函数 ( $r = r_s$ )           | 18 |
| 2.2.2 球心的初始条件 ( $r = 0$ )          | 18 |
| 2.2.3 内核–外核边界条件 ( $r = c$ )        | 19 |
| 2.2.4 外核–地幔边界条件 ( $r = b$ )        | 20 |
| 2.2.5 地表面自由边界条件 ( $r = a$ )        | 20 |
| 2.2.6 微分方程组的数值积分方法                 | 20 |
| 2.2.7 关于 $n = 0$ 阶和 $n = 1$ 阶的特殊处理 | 22 |
| 2.3 位错模型和源函数                       | 24 |
| 2.3.1 球坐标系下位错模型                    | 24 |
| 2.3.2 局部坐标系下位错模型与源函数               | 25 |
| 2.3.3 四组独立解                        | 27 |
| 2.3.4 三类位错源的表达式                    | 28 |
| 2.4 位错 Love 数                      | 29 |
| 2.5 四个独立解的同震变形格林函数                 | 30 |
| 2.5.1 同震位移的格林函数                    | 31 |
| 2.5.2 同震引力位变化的格林函数                 | 36 |
| 2.5.3 同震重力变化的格林函数                  | 37 |
| 2.5.4 同震应变变化的格林函数                  | 41 |
| 2.6 四个独立解的格林函数一般表达式                | 44 |

|                                           |           |
|-------------------------------------------|-----------|
| 2.7 北极任意断层的同震变形                           | 45        |
| 2.7.1 剪切位错                                | 46        |
| 2.7.2 引张位错                                | 47        |
| 2.7.3 膨胀源位错                               | 48        |
| 2.8 任意断层在地表面任意点产生的同震变形                    | 49        |
| 2.9 数值计算技巧                                | 52        |
| 2.9.1 无穷级数的截断                             | 52        |
| 2.9.2 圆盘因子                                | 53        |
| 2.9.3 欧拉变换                                | 53        |
| 2.9.4 插值                                  | 55        |
| 2.9.5 渐近解                                 | 56        |
| <b>第 3 章 数值计算及地球曲率和层状构造影响</b>             | <b>58</b> |
| 3.1 地球模型和基本单位                             | 58        |
| 3.2 均质地球模型的结果                             | 59        |
| 3.3 径向不均质地球模型的结果                          | 63        |
| 3.4 有限断层的数值积分                             | 68        |
| 3.5 有限断层数值积分的应用实例——阿拉斯加大地震的同震变形计算         | 72        |
| 3.6 地球曲率和层状构造的影响                          | 77        |
| 3.6.1 同震位移的比较                             | 78        |
| 3.6.2 同震应变变化的比较                           | 82        |
| 3.6.3 地球曲率和层状构造影响对震源深度的依赖性                | 92        |
| 3.6.4 应变格林函数的应用实例——1994 年三陆冲地震 ( $M7.5$ ) | 93        |
| 附录 勒让德函数递推公式                              | 94        |
| <b>第 4 章 同震变形的渐近解</b>                     | <b>96</b> |
| 4.1 互换定理和渐近解                              | 96        |
| 4.1.1 互换定理                                | 97        |
| 4.1.2 潮汐、负荷、剪切力变形渐近解                      | 101       |
| 4.1.3 同震变形渐近解                             | 105       |
| 4.2 渐近解系数                                 | 108       |
| 4.3 勒让德级数求和公式                             | 111       |
| 4.4 同震位移的渐近解                              | 114       |
| 4.5 数值计算：均质地球模型                           | 120       |
| 4.6 数值计算：层状构造地球模型                         | 124       |
| 4.7 同震大地水准面变化渐近解                          | 127       |
| 4.7.1 四个独立震源的大地水准面格林函数                    | 128       |
| 4.7.2 北极任意位错源产生的大地水准面变化                   | 130       |
| 4.7.3 球面任意点任意断层产生的同震大地水准面变化               | 130       |
| 4.7.4 同震大地水准面变化的渐近解                       | 132       |

|                                                                                |            |
|--------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.7.5 均质球模型的计算例与比较 ······                                                      | 135        |
| <b>4.8 同震重力变化渐近解 ······</b>                                                    | <b>137</b> |
| 4.8.1 同震重力变化 ······                                                            | 137        |
| 4.8.2 同震重力变化的渐近解 ······                                                        | 137        |
| 4.8.3 重力变化渐近解的数值验证 ······                                                      | 139        |
| <b>第 5 章 三维不均匀弹性地球模型的位错理论 ······</b>                                           | <b>141</b> |
| 5.1 三维不均匀弹性地球模型的变形理论 ······                                                    | 142        |
| 5.1.1 球对称地球模型的基本方程 ······                                                      | 142        |
| 5.1.2 三维不均匀模型的变形理论 ······                                                      | 143        |
| 5.1.3 $n = 0$ 和 $n = 1$ 时的特殊处理 ······                                          | 145        |
| 5.1.4 积分 $F^j(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda)$ 的处理 ······                | 145        |
| 5.1.5 关于密度效应的公式 ······                                                         | 147        |
| 5.1.6 计算横向不均匀构造对重力影响的一般公式 ······                                               | 150        |
| 5.2 地震位错产生的重力变化 ······                                                         | 152        |
| 5.2.1 球对称地球模型的同震重力变化 ······                                                    | 152        |
| 5.2.2 地球横向不均匀构造对同震重力变化的影响 ······                                               | 153        |
| 5.2.3 六组独立震源的同震重力变化 ······                                                     | 153        |
| 5.3 位错产生的重力变化——数值结果 ······                                                     | 156        |
| 5.3.1 三维不均匀地球模型 ······                                                         | 156        |
| 5.3.2 三维构造对同震重力变化的扰动 ······                                                    | 157        |
| 5.3.3 横向不均匀介质参数 $\delta\lambda$ 、 $\delta\mu$ 和 $\delta\rho$ 对同震重力变化的响应 ······ | 160        |
| 5.3.4 震源处三维介质参数对同震重力变化的扰动 ······                                               | 164        |
| 5.4 地球模型的影响 ······                                                             | 166        |
| 5.5 地震震源深度的影响 ······                                                           | 166        |
| 附录 A 实域和复域球函数的关系式 ······                                                       | 172        |
| 附录 B 球函数正规化 ······                                                             | 173        |
| 附录 C 关于 $A_{lpmnm_0m_0}$ 的计算 ······                                            | 174        |
| 附录 D 环型变形对重力变化无贡献的证明 ······                                                    | 176        |
| <b>第 6 章 地震位错理论的应用研究 ······</b>                                                | <b>177</b> |
| 6.1 重力卫星及其在地球科学中的应用 ······                                                     | 177        |
| 6.1.1 重力卫星 CHAMP、GRACE 和 GOCE 简介 ······                                        | 177        |
| 6.1.2 重力卫星在地球科学中的应用 ······                                                     | 179        |
| 6.2 重力卫星 GRACE 能否观测到同震重力变化? ······                                             | 184        |
| 6.2.1 位错理论及位错 Love 数 ······                                                    | 185        |
| 6.2.2 同震大地水准面和重力变化的谱分布 ······                                                  | 185        |
| 6.2.3 四个独立解的谱强分布 ······                                                        | 188        |
| 6.2.4 实例研究——1964 年和 2002 年阿拉斯加地震以及 2003 年北海道地震 ······                          | 190        |
| 6.2.5 谱域-空间域考察 GRACE 检测同震变形能力 ······                                           | 192        |

|                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.2.6 单阶同震大地水准面随震源距的变化 .....                                             | 195 |
| 6.2.7 截断同震大地水准面变化 .....                                                  | 197 |
| 6.3 用重力卫星观测数据反演位错 Love 数的方法 .....                                        | 199 |
| 6.4 关于 2004 年苏门答腊地震的研究 .....                                             | 205 |
| 6.4.1 2004 年苏门答腊地震断层模型 .....                                             | 206 |
| 6.4.2 变形地球表面和空间固定点的同震重力变化 .....                                          | 207 |
| 6.4.3 2004 年苏门答腊地震 ( $M_w$ 9.3) 的全球同震变形 .....                            | 209 |
| 6.4.4 2004 年苏门答腊地震 ( $M_w$ 9.3) 的近场同震变形 .....                            | 210 |
| 6.4.5 地球曲率和层状构造的影响 .....                                                 | 212 |
| 6.4.6 与 GPS 观测数据的比较 .....                                                | 213 |
| 6.4.7 2004 年苏门答腊地震的同震应变变化 .....                                          | 214 |
| 6.4.8 地表面计算网格密度对同震变形的影响 .....                                            | 216 |
| 6.4.9 $M_{8.0}$ 地震的同震重力变化能否被 GRACE 观测到? .....                            | 217 |
| 6.4.10 重力卫星 GRACE 检测出 2010 年智利 $M_w$ 8.8 地震的同震重力变化 .....                 | 218 |
| 6.4.11 利用 GRACE 观测数据研究苏门答腊区域的黏滞性结构 .....                                 | 222 |
| 6.5 关于 2008 年汶川地震 ( $M_s$ 8.0) 的研究 .....                                 | 231 |
| 6.5.1 由 GPS 观测得到的同震位移 .....                                              | 231 |
| 6.5.2 汶川地震断层滑动模型 .....                                                   | 233 |
| 6.5.3 同震位移的模拟计算与比较 .....                                                 | 234 |
| 6.5.4 2008 年汶川地震 ( $M_s$ 8.0) 的同震变形 .....                                | 236 |
| 6.6 位错理论应用于其他火山地震的研究 .....                                               | 240 |
| 6.6.1 断层滑动分布的影响: 1999 年集集地震 ( $M_w$ 7.6) 与 2001 年昆仑地震 ( $M_w$ 7.8) ..... | 240 |
| 6.6.2 世界首次检测出同震绝对重力变化 .....                                              | 243 |
| 6.6.3 世界首次观测到次微伽级同震重力变化 .....                                            | 244 |
| 6.6.4 2000 年三宅岛火山喷发产生的重力变化 .....                                         | 244 |
| 6.6.5 2004 年浅间山火山喷发产生的重力变化 .....                                         | 246 |
| 参考文献 .....                                                               | 247 |

# 第1章 半无限空间地球模型的位错理论

如在前言中所述,自从 Steketee (1958) 把位错理论引入地震学以来,很多学者研究了半无限空间均匀介质地球模型的同震变形问题. Okada (1985) 总结并整理了前人的工作,给出了一套完整简洁实用的同震变形计算公式,适用于计算任何剪切与张裂断层引起的位移、应变和倾斜变形. Okubo (1991; 1992) 研究了半无限空间介质内剪切和张裂断层的重力变化问题. 用类似于 Okada (1985) 的方法,他导出了点源和有限断层的同震重力位和重力变化的解析表达式. 他的公式简洁,便于使用. 目前 Okada (1985) 和 Okubo (1991; 1992) 的解析计算公式已经成为关于半无限介质地球模型的位错理论的经典表达式,至今被广泛使用. 本章对 Okada (1985) 和 Okubo (1991; 1992) 的理论和计算公式作简单介绍,省略所有推导过程,直接给出最终计算公式.

## 1.1 Okada (1985) 理论与计算公式

### 1.1.1 点源位错

Steketee (1958) 表明在各向同性介质内穿过断层面  $\Sigma$  的位错  $\Delta u_j(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  所产生的位移场可以表示为

$$u_i = \frac{1}{F} \iint_{\Sigma} \Delta u_j \left[ \lambda \delta_{jk} \frac{\partial u_i^n}{\partial \xi_n} + \mu \left( \frac{\partial u_i^j}{\partial \xi_k} + \frac{\partial u_i^k}{\partial \xi_j} \right) \right] \nu_k d\Sigma \quad (1.1.1)$$

式中,  $\delta_{jk}$  是 Kronecker 符号,  $\lambda$  和  $\mu$  为介质弹性参数 (也称为拉梅 (Lamé) 常数),  $\nu_k$  为断层面法矢量分量.  $u_i^j$  为在点  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  处振幅为  $F$  的点震源的  $j$  分量在点  $(x_1, x_2, x_3)$  处产生的  $i$  分量位移, 其表达式已由 Press (1965) 给出.

定义直角坐标系如图 1.1.1 所示, 弹性介质充满  $z \leq 0$  的区域 (即半无限空间), 与断层走向平行的轴取为  $x$  轴. 再定义基本位错分量  $U_1$ 、 $U_2$  和  $U_3$ , 分别对应于任意位错的

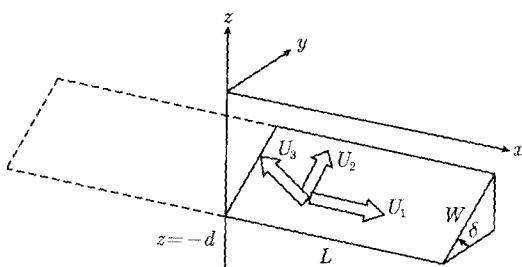


图 1.1.1 震源模型的几何关系