百科辞书

GAOZHONG
SHUXUE GONGSHI DINGLI SHOUCE

高中
数学公式定理手册

中国大百科全书出版社

高中数学公式定理手册

本书编写组　编

中国大百科全书出版社

图书在版编目（CIP）数据

高中数学公式定理手册/方圆主编．—北京：中国大百科全书出版社，2011.4

ISBN 978－7－5000－8554－6

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①方…　Ⅲ.①数学—公式—高中—教学参考资料②数学—定理（数学）—高中—教学参考资料　Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第056793号

选题策划：陈　琦
责任编辑：刘　希
封面设计：子时文化

中国大百科全书出版社出版发行
（北京阜成门北大街17号　邮政编码：100037　电话：010－68363660）
http：//www.ecph.com.cn
北京佳信达欣艺术印刷有限公司印刷　　新华书店经销
开本：880毫米×1230毫米　1/64　　印张：5　　字数：200千字
2011年4月第1版　2011年4月第1次印刷
ISBN 978－7－5000－8554－6
定价：9.80元

前　言

各门学科的学习强调对知识点的融会贯通，而知识点分散在学科当中，就像散落的小珍珠．如果我们将这些珍珠整理出来，串联成一个有机的整体，必将对学生的学习起到极大的推动作用，使其达到事半功倍的效果．正是为了帮助学生更好地学习、掌握并灵活运用数理化生的公式、定理以及基本知识点，提高学习成绩和效率，我们精心编写了这套《数理化生公式定理手册》系列丛书．本套丛书由初中和高中两个系列组成，各含数学、物理、化学、生物一册．

《数理化生公式定理手册》丛书是一套集理论基础与实际运用为一体的工具书，既注重知识点的梳理，又注重学习方法的指导．从总体上看，本书具有以下特点：

一、知识点收录完备

丛书中所列知识点包含了课程标准规定的必学和选学内容，按照各学科知识的内在规律进行编排，同时根据学生理解、掌握知识的能力和水平，对各知识点进行适当的拓展和深化．

二、通过“点拨”和“典型例题”等板块进行透彻的解析

重要的知识点设置“点拨”和“典型例题”等板块，进行深入浅出的辨析、总结和延伸，揭示公式、定理、概念的内在联系，精选全国各地的经典例题进行实例分析，达到举一反三、触类旁

通的效果.

三、采用多种手段梳理知识点

除了文字讲解的形式外，本书还采用列表、图像等多种手段进行知识梳理，使读者能迅速、有效地把握知识的内在联系，从而更好地理解和记忆知识点.

四、注重培养学生的自学能力

丛书的编排遵循学生自主学习过程的方法和规律，让学生在掌握基础知识的同时，提高自学能力.

此外，在部分分册的正文之后列有附录，整理、收录了该学科常需查阅的一些资料.

我们坚信，这套《数理化生公式定理手册》丛书定能成为广大学生更上一层楼的得力助手. 本书会有不足和疏漏之处，恳请各位读者将对本书的意见和建议告诉我们，以便使之更加完善.

编者

2011 年 4 月

目录

一 集合与简易逻辑

(一)集合

知识网络

- 集合
  - 概念与性质
    - 元素
      - 确定性
      - 互异性
      - 无序性
    - 数集分类
    - 有关符号
  - 表示法
    - 列举法
    - 描述法
    - 图示法
  - 基本关系
    - 元素与集合
    - 集合与集合
  - 运算律
    - 交换律
    - 结合律
    - 分配律
    - 摩根法则

概念精讲

【集合】

某些指定的对象集在一起就成为一个集合,也简称集.

【元素】

集合中的每个对象叫做这个集合的元素.

【集合中元素的性质】

1. 确定性:对于一个给定的集合,其元素是确定的,即对于一个给定的元素 a 和一个给定的集合 M,或者 a 属于集合 M(记作 $a\in M$),或者 a 不属于集合 M(记作 $a\notin M$ 或 $a\overline{\in}M$),两者必居其一.

2. 互异性:一个由多个元素所构成的集合中,无重复的元素出现.

3. 无序性:一个由多个元素所构成的集合中,不存在元素的书写顺序问题.

【集合的元素个数】

有限集合 A 的元素个数记作 $\mathrm{card}(A)$. 例如,$A=\{a,b,c,d\}$,则 $\mathrm{card}(A)=4$.

对任意两个有限集合 A 与 B,有:

$$\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)$$

【集合的表示方法】

1. 列举法:把集合中的所有元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法. 例如小于 5 的自然数的集合可表示为:

$\{0,1,2,3,4\}$.

2. 描述法:用集合所含元素的共同特征表示集合的方法. 例如不等式 $x-2\leqslant 0$ 的解集可以表示为:$\{x\in\mathbf{R}|x-2\leqslant 0\}$(有时也可以用冒号或分号代替竖线,写成$\{x\in\mathbf{R}:x-2\leqslant 0\}$或$\{x\in\mathbf{R};x-2\leqslant 0\}$). 又如所有双曲线的集合,可以表示为:$\{x|x$ 是双曲线$\}$.

【全集】

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看作一个全集. 全集通常用 U 表示.

【子集】

如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,则集合 A 是集合 B 的子集. 记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$. 任何一个集合是它本身的子集.

【真子集】

对于两个集合 A 与 B,如果 $A\subseteq B$,并且$A\neq B$,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$.

【空集】

不含有任何元素的集合叫做空集,记作 $\varnothing$. 空集是任何集合的子集.

【交集】

由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$,即 $A\cap B=\{x|x\in A$,且 $x\in B\}$.

1. $A\cap A=A$　2. $A\cap\varnothing=\varnothing$　3. $A\cap B=B\cap A$　4. $A\cap B\subseteq A$, $A\cap B\subseteq B$

【并集】

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$，或 $x\in B\}$.

1. $A\cup A=A$　2. $A\cup\varnothing=A$　3. $A\cup B\supseteq B$(或 A)　4. $A\cup B=B\cup A$

【补集】

一般地，设 U 是一个全集，A 是 U 的一个子集(即 $A\subseteq U$)，由全集 U 中所有不属于集合 A 的元素组成的集合，叫做子集 A 在全集 U 中的补集(或余集)，记作 $\complement_U A$，即 $\complement_U A=\{x\mid x\in U$，且 $x\notin A\}$.

1. $A\cup\complement_U A=U$　2. $A\cap\complement_U A=\varnothing$　3. $\complement_U(\complement_U A)=A$
4. $\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$　5. $\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$

【相等集合】

对于两个集合 A,B，如果集合 A 是集合 B 的子集($A\subseteq B$)，且集合 B 是集合 A 的子集($B\subseteq A$)，此时，集合 A 与集合 B 中的元素是一样的，因此，集合 A 和集合 B 相等，记作 $A=B$.

【常用数集及记法】

$\mathbf{N}^*$——正整数集　$\mathbf{C}$——复数集　$\mathbf{N}$——自然数集
$\mathbf{Z}$——整数集　$\mathbf{Q}$——有理数集　$\mathbf{R}$——实数集

典型例题

〔例 1〕已知集合 $A=\left\{x\,\middle|\,x=a+\frac{1}{6},a\in\mathbf{Z}\right\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,x=\right.$

$\frac{b}{2}-\frac{1}{3},b\in\mathbf{Z}\right\}$，$C=\left\{x\left|x=\frac{c}{2}+\frac{1}{6},c\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则 A,B,C 之间的关系是（　　）.

A. $A=B\subsetneqq C$　　　　B. $A\subsetneqq B=C$

C. $A\subsetneqq B\subsetneqq C$　　　　D. $B\subsetneqq C=A$.

〔答案〕B

〔解析〕**解法一：列举法**

$A=\left\{\cdots,\frac{1}{6},\frac{7}{6},\frac{13}{6},\frac{19}{6},\cdots\right\}$，$B=\left\{\cdots,-\frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{2}{3},\frac{7}{6},\cdots\right\}$，$C=\left\{\cdots,\frac{1}{6},\frac{2}{3},\frac{7}{6},\frac{5}{3},\cdots\right\}$，$\therefore A\subsetneqq B$，$B=C$，即 $A\subsetneqq B=C$. 故选 B.

解法二：比较法

$A=\left\{x\left|x=\frac{6a+1}{6},a\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x=\frac{3b-2}{6},b\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$C=\left\{x\left|x=\frac{3c+1}{6},c\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.

$\because \frac{6a+1}{6}=\frac{3(2a+1)-2}{6}$，$2a+1$ 为奇数，而 b 为整数，

$\therefore A\subsetneqq B$.

$\because 3b-2=3(b-1)+1,b\in\mathbf{Z}$.

$\therefore A\subsetneqq B=C$. 故选 B.

〔例 2〕设集合 $M=\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x|x=\frac{k}{4}+$

$\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\}$，则（　　）.

A. $M=N$　　　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\supsetneqq N$　　　　D. $M\cap N=\varnothing$

〔答案〕B

〔解析〕**解法一：列举法**

$M=\left\{\cdots,-\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{3}{4},\frac{5}{4},\frac{7}{4},\frac{9}{4},\cdots\right\}$，

$\therefore N=\left\{\cdots,-\frac{1}{4},0,\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{3}{4},1,\cdots\right\}$，$\therefore M\subsetneqq N$. 故选 B.

解法二：比较法

$M=\left\{x\mid x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{x\mid x=\frac{2k+1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，

$N=\left\{x\mid x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{x\mid x=\frac{k+2}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

$\because 2k+1$ 为奇数，而 $k+2$ 为整数，$\therefore M\subsetneqq N$. 故选 B.

【集合的运算律】

1. 交换律：$A\cup B=B\cup A$　$A\cap B=B\cap A$

2. 结合律：$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

3. 分配律：$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

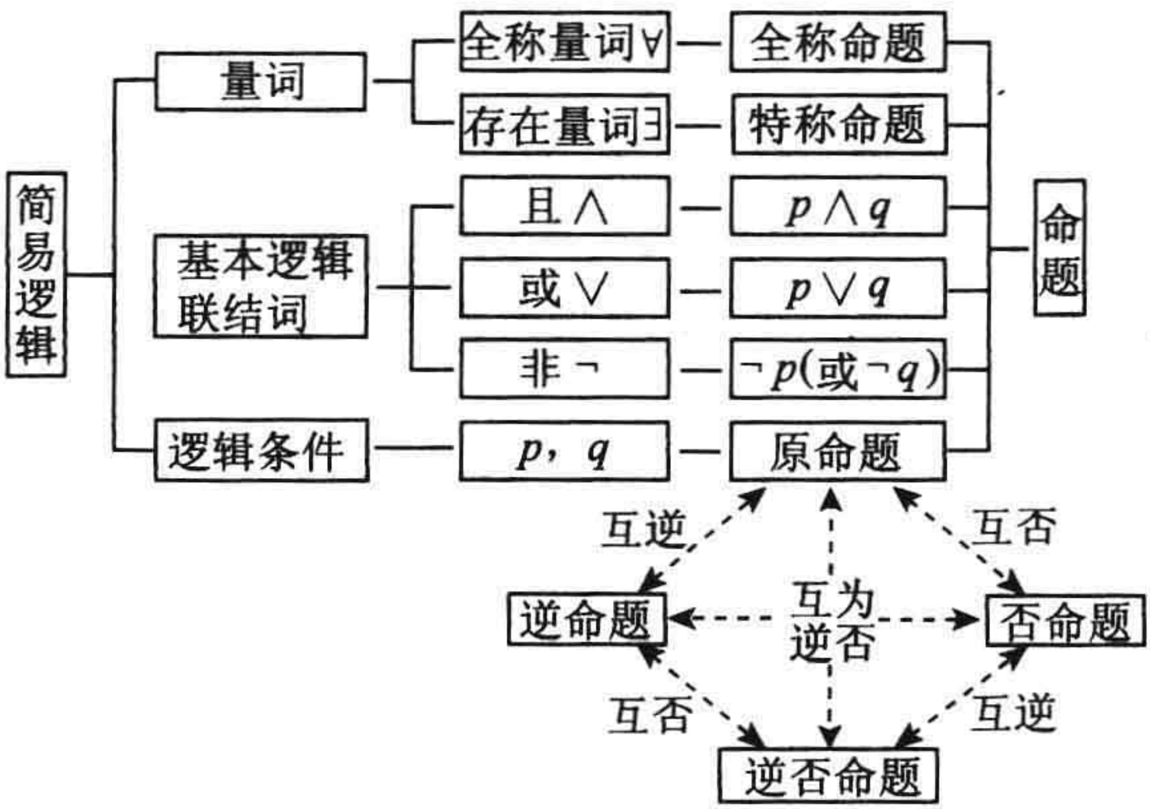
$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

4. 摩根法则：$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$

$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$

(二)简易逻辑

知识网络



概念精讲

【命题】

可以判断真假的语句叫做命题.

【命题的分类】

命题可分为真命题和假命题.

真命题:如果由命题的条件 p 通过推理一定可以得出命题的结论 q,那么这样的命题叫做真命题.

假命题:如果由命题的条件 p 通过推理不一定可以得出命

题的结论 q，那么这样的命题叫做假命题.

点拨

注意命题与假命题的区别.如:"作直线 AB",这本身不是命题,更不是假命题.

数学命题真假的判定方法:

1. 数学中判定一个命题是真命题,要经过证明.

2. 数学中判断一个命题是假命题,只需举一个反例即可.

【逻辑联结词】

"或"、"且"、"非"这些词叫做逻辑联结词.

或:两个简单命题至少一个成立.

且:两个简单命题都成立.

非:对一个命题的否定.

【简单命题与复合命题】

不含逻辑联结词的命题叫做简单命题;由简单命题与逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.

命题常用小写的拉丁字母 $p,q,r,s,\cdots$ 表示,常见的复合命题有三类:

1. p 或 q　2. p 且 q　3. 非 p

【真值表】

表示命题真假的表叫真值表.