

高职高专教育
新编系列教材

材料力学

王克林 刘俊卿 刘新东 编

CAILIAO
—
LIXUE

冶金工业出版社

高職高專教育新編系列教材

材料力学

王克林 刘俊卿 刘新东 编

北京

冶金工业出版社

2003

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学/王克林等编. —北京：冶金工业出版社，
2003. 6
(高职高专教育新编系列教材)
ISBN 7-5024-3179-9

I . 材… II . 王… III . 材料力学—高等学校：技术学校—教材 IV . TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 034611 号

出版人 曹胜利 (北京沙滩嵩祝院北巷 39 号，邮编 100009)
责任编辑 俞跃春 美术编辑 王耀忠 责任校对 王贺兰 责任印制 李玉山
北京兴顺印刷厂印刷；冶金工业出版社发行；各地新华书店经销
2003 年 6 月第 1 版，2003 年 6 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16; 19.75 印张；472 千字；302 页；1—3500 册

33. 50 元

冶金工业出版社发行部 电话：(010) 64044283 传真：(010) 64027893

冶金书店 地址：北京东四西大街 46 号 (100711) 电话：(010) 65289081

(本社图书如有印装质量问题，本社发行部负责退换)

序

高职高专的教材建设工作是整个教育教学工作中的重要组成部分。近些年来，在各级教育管理部门、学校和出版社的共同努力下，各地陆续出版了一批高职高专教育系列教材。但从整体上看，适应教学要求，具有高职高专教育特色的教材还不多，不少院校仍在使用本科或中专的教材。随着新技术、新材料、新工艺的不断涌现，特别是高职高专教育要适应新时期发展的需要，所以教材建设滞后于高职高专教育的情况急需解决。为此我们组织了一批专业学术水平高、教学经验丰富、实践能力强的教师，依据 1999 年 8 月教育部高教司制定的《高职高专教育基础课程的基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标规格》及国家颁布的最新规范，编写了一套供土木类专业使用的系列教材。

本系列教材的编写，力图从人才培养的大局出发，站在素质教育、创新教育的高度，以提高学生的综合素质为根本宗旨，以培养学生的创新精神、适应能力和实践能力为重点，以“必需”、“够用”为度的原则，以满足教学的需要。高职高专学生通过本系列教材的学习，可以为毕业后的继续学习甚至终身教育打下扎实的基础；使学生具有一定的可持续发展的能力。

我们首批编写了 10 种教材，并准备在充分吸取培养技术应用性专门人才方面取得成功经验的基础上，陆续组织编写其他专业的教材，以满足本科院校举办的二级职业技术学院、高等职业技术学院、高等专科学校及成人专科学校的教学用书。欢迎广大师生和读者，在使用中提出意见和建议。

西安建筑科技大学
高职高专系列教材编审委员会
2002 年 12 月

前　　言

本书是依据教育部《高职高专教育土建类专业力学课程教学基本要求》编写而成的。全书力求体现高职高专教育培养高等技术应用型人才的特点，精选内容，突出重点并使之融会贯通，主要的计算都配有计算机计算程序，应用性强。

全书共分 13 章，包括绪论，截面图形的几何性质，杆件的拉伸与压缩，剪切，扭转，弯曲内力，弯曲应力，梁的位移，柱，应力状态，组合变形，动载荷、交变应力，简单超静定问题。

本书可作为高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院土建类专业、道桥、市政等专业的教材，也可作为有关工程技术人员参考书。

参加本书编写工作的有：西安建筑科技大学力学教研室的王克林（第 1、2、3、4 章）；刘俊卿（第 5、6、7、8、13 章）；刘新东（第 9、10、11、12 章）。全书由王克林教授负责统编、定稿。

鉴于编者水平所限，书中不妥之处，恳请广大读者批评指正。

编　者
2003 年 3 月于西安

目 录

1 绪论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的基本假设	2
1.3 杆件变形的基本形式	4
1.4 内力、截面法和应力的概念	5
小结	6
思考题	7
2 截面图形的几何性质	8
2.1 截面的静矩与形心	8
2.2 惯性矩和惯性积	10
2.3 平行移轴公式	13
2.4 转轴公式、主惯性轴	16
小结	18
思考题	19
习题	20
3 杆件的拉伸与压缩	22
3.1 轴向拉伸和压缩的概念	22
3.2 用截面法计算拉（压）杆内力	22
3.3 横截面及斜截面上的应力	24
3.4 胡克定律	28
3.5 拉（压）杆的应变能	31
3.6 材料在拉伸与压缩时的力学性质	31
3.7 轴向拉伸和压缩时的强度计算	37
小结	46
思考题	46
习题	47
4 剪切	52
4.1 剪切的概念	52
4.2 剪切的实用计算	52
4.3 挤压的实用计算	54
4.4 焊接的实用计算	57
小结	59
思考题	59

习题	60
5. 扭转	62
5.1 扭转的概念及实例	62
5.2 扭转时的内力计算	63
5.3 薄壁圆筒的扭转	64
5.4 切应力互等定理和剪切胡克定律	66
5.5 圆轴扭转时的应力计算	67
5.6 圆轴扭转时的变形计算	70
5.7 圆轴扭转时的强度和刚度条件	71
5.8 矩形截面杆在自由扭转时的应力和变形简介	74
小结	76
思考题	77
习题	79
6. 弯曲内力	82
6.1 梁的平面弯曲、梁的计算简图	82
6.2 梁的内力、剪力和弯矩	84
6.3 剪力方程与弯矩方程、剪力图与弯矩图	87
6.4 内力与分布荷载间的微分关系及其应用	90
6.5 用区段迭加法作梁的弯矩图	94
小结	99
思考题	100
习题	101
7. 弯曲应力	104
7.1 梁横截面上的正应力	104
7.2 梁横截面上的切应力	109
7.3 梁的强度条件	114
7.4 提高梁弯曲强度的措施	118
小结	121
思考题	122
习题	122
8. 梁的位移	127
8.1 梁的挠曲线近似微分方程	127
8.2 用积分法求梁的位移	128
8.3 按迭加原理求梁的位移	131
8.4 梁的刚度条件	132
8.5 静定梁——计算机解法	133
小结	145
思考题	145

习题	145
9 柱	150
9.1 稳定性和基本概念	150
9.2 细长柱的临界压力	152
9.3 临界应力总图	156
9.4 柱的稳定计算	166
9.5 提高柱稳定性的措施	174
小结	175
思考题	177
习题	177
10 应力状态	181
10.1 应力状态的概念	181
10.2 平面应力状态分析——解析法	186
10.3 平面应力状态分析——图解法	192
10.4 广义胡克定律	197
10.5 三向应力状态下的应变能	201
小结	205
思考题	207
习题	208
11 组合变形	212
11.1 组合变形概述	212
11.2 强度理论	215
11.3 斜弯曲	221
11.4 拉伸（压缩）与弯曲组合变形	228
11.5 偏心拉伸（压缩）组合变形	232
11.6 弯曲与扭转组合变形	235
小结	241
思考题	242
习题	244
12 动载荷、交变应力	249
12.1 杆件作等加速直线运动时的应力计算	249
12.2 杆件受冲击载荷作用时的应力和变形计算	253
12.3 交变应力	259
小结	263
思考题	263
习题	265
13 简单超静定问题	268

13.1 超静定问题的概念和实例	268
13.2 轴向拉伸和压缩超静定问题	269
13.3 简单超静定梁的解法	273
小结	278
思考题	278
习题	279
附录 1 型钢规格表	282
附录 2 简单荷载作用下梁的挠度与转角	292
附录 3 习题答案	294
参考文献	302

1 緒論

1.1 材料力学的任务

1.1.1 构件的强度、刚度和稳定性概念

在建筑物或机械中，如房屋、桥梁、水闸、车辆、船舶等，承担荷载而起骨架作用的部分称为结构。组成结构的元件或机械的零件称为构件。如房屋结构的梁、板、柱，机床的轴等都是构件。当工程结构或机械工作时，每个构件都将受到外力作用。有关物体力作用下的外效应已在理论力学中进行了研究。为保证工程结构或机械正常工作，就要求组成它们的每个构件都必须安全可靠，即应具有足够的能力，承担起应当承受的荷载。构件的承载能力主要由以下3个方面来衡量：

(1) 足够的强度。首先要求构件在规定荷载作用下不发生破坏，即应具有足够的强度。例如提升重物的钢丝绳不允许被拉断，储气罐不应破裂，房屋的梁、板不应断裂等。可见，所谓强度是指构件在荷载作用下抵抗破坏的能力。

(2) 足够的刚度。在荷载作用下，构件的形状和尺寸都将发生变化，称为变形。某些构件即使有足够的强度，但若变形过大仍不能正常工作，例如，楼板梁在荷载作用下产生的变形过大，下面的抹灰层易开裂、脱落；桥梁变形过大，车辆不能平稳通过；机床主轴变形过大，将影响零件的加工精度。因此，工程中对构件的变形要加以限制，要求构件的变形不超过正常工作所允许的限度，即应满足刚度的要求。可见，所谓刚度是指构件在荷载作用下抵抗变形的能力。

(3) 足够的稳定性。有些构件在某种荷载作用下，还可能出现不能保持它原有平衡形式的现象。如受压的细长杆，当纵向压力不大时，杆可以保持直线形状的平衡；当纵向压力增加到超过一定限度时，杆就不能继续保持直线形状，而突然从原来的直线形状变形为弯曲形状，这种现象称为丧失稳定或简称失稳。构件失稳后将丧失继续承受原设计荷载的能力。例如，建筑物中承重的柱子，如果它过于细高，就可能由于柱子的失稳而导致建筑物的倒塌。可见，所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形式的能力。构件必须具有足够的稳定性，就是指构件应有足够的保持原有平衡形式的能力。

在实际工程中，一般说来，构件都应有足够的强度、刚度和稳定性，但对具体构件往往有所侧重。例如，起吊重物的吊索主要保证强度，车床主轴主要是要具备一定刚度，而受压的细长杆则应保证稳定性。

1.1.2 材料力学的任务及研究方法

设计构件时，不但要满足强度、刚度和稳定性这三方面要求。同时，还必须尽可能地选用合适的材料和降低材料用量，以节约资金和减轻构件自重。前者往往要求多用材料，而后者则要求少用材料，两者之间存在着安全与经济的矛盾。材料力学的任务就是在满足强

度、刚度和稳定性的要求下，为设计既安全又经济的构件，提供必要的理论基础和计算方法。

为了完成上述任务，材料力学必须研究构件在外力作用下变形和破坏的规律，研究材料的力学性质，研究构件截面形状和尺寸与构件强度、刚度、稳定性之间的关系。即研究构件在荷载作用下的内效应。这些研究都要在实验的基础上进行理论分析。其中材料的力学性质，更要靠实验来测定。此外，经简化得出的理论正确性，也要由实验来验证。还有一些尚无理论分析结果的问题，需借助实验来解决。因此，材料力学是一门理论与实验并重的学科。

材料力学的研究方法也和其他学科一样，通常采用的是实验观察，假设抽象、理论分析和试验验证等过程。

因为材料力学所研究的问题，都是实际工程中存在的问题，为了使所得的结论不致脱离实际，必须通过实验从中观察一些表面现象，作为认识所研究问题的入门。一般来说，构件表面的变形是比较容易观察的，所以为了研究某一问题，往往是从观察构件表面的变形现象入手，得出构件表面的变形规律。

由于实际问题的复杂性，为了能做到通过所观察到的表面现象，去深入了解问题的本质，就需要抓住主要因素，略去次要因素，依据所观察到的现象，做出一些能使问题简化的假设。

将问题假设抽象以后的理论分析阶段，常以数学和力学为工具，从变形的几何方面，联系力和变形的物理关系方面以及静力学等3个方面来考虑，通过推证分析，就可得出表达所研究问题本质关系的公式和结论。

最后，理论的正确性还需通过试验或工程实践来验证。材料力学中一些重要的公式和结论，都是通过反复检验和修正后才形成今天的理论的。

上述材料力学的研究方法符合实践-理论-再实践的认知规律。也起到了从纯抽象思维方式，向解决工程实际问题思维方式过渡的桥梁作用。

1.2 变形固体的基本假设

1.2.1 刚体和变形固体

制成各种工程结构的构件一般均为固体。在理论力学中，曾把固体都假设为刚体。所谓刚体，就是假设在外力作用下固体的形状和尺寸都绝对不变。实际上，在自然界中是不存在刚体的，任何固体在外力作用下，其形状和尺寸总会有些变化。也就是说，在外力作用下固体将发生变形。因此，人们常把一切固体统称为变形固体。

为什么在理论力学中可以把物体当做刚体看待呢？这是因为理论力学主要是研究物体在外力作用下的平衡与运动的问题。由于工程结构在外力作用下的变形一般都很小，对于物体的受力分析影响甚微，故可以忽略不计。例如，当两人用一根直杆扛抬重物时，直杆微小的弯曲变形对两人所承受的压力分配影响极小。因此，在计算两人所承受的压力时，可以忽略直杆的变形，而将它视为刚体。这是解决工程实际问题所允许的，也是我们认识力学规律所必须的。

材料力学要研究物体在外力作用下的变形和破坏的规律。变形成为材料力学的主要研

究内容，因此，在材料力学中，就不能再像理论力学那样，把物体看成是绝对不变的刚体，而必须如实地将物体视为变形固体。

变形固体在外力作用下的变形，按其变形的性质可分为两种，一种是随着外力解除而消失的变形，称为弹性变形；另一种是当外力解除而不能消失的变形，称为塑性变形或残余变形。

取掉外力后能完全恢复原状的物体称为理想弹性体。实际上，自然界并不存在理想弹性体。由实验得知，常用的工程材料如金属、木材等，当外力不超过某一限度时，很接近于理想弹性体。因此，在材料力学中，通常将研究对象（即由变形固体制成的构件）视为理想弹性体。

1.2.2 基本假设

各种构件一般均由固体材料制成。变形固体的性质是多方面的，研究的角度不同，则侧重面不一样。为了简化计算，常略去一些与强度、刚度和稳定性关系不大的因素，材料力学中对变形固体作出下列假设。

(1) 连续性假设。即认为固体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质。实际上，组成固体的粒子之间存在着空隙并不连续，但这些空隙与构件的尺寸相比极其微小，由于空隙存在而引起的性质上差异，在宏观讨论中可以忽略不计。于是就可认为固体在其整个体积内是连续的。根据这个假设，固体内出现的物理量（例如应力、位移、变形等）可用点坐标的连续函数来表示。

(2) 均匀性假设。即认为固体内各点处的力学性质完全相同。就金属来说，组成金属的各晶粒的力学性质并不完全相同。但因构件或构件的任一部分中都包含为数极多的晶粒，而且是无规则地排列，其性质应是所有各晶粒性质的统计平均值，故可认为构件内各部分的性质是均匀的。根据这个假设，如从构件中取出一部分，不论大小，也不论从何处取出，其力学性质总是相同的。

(3) 各向同性假设。即认为固体在各个方向上的力学性质完全相同。具有这种性质的材料称为各向同性材料。就金属的单一晶粒来说，沿不同方向其力学性质并不相同。但金属构件包含为数极多的晶粒，且又杂乱无章地排列，这样沿各个方向的性能就接近相同了。金属、玻璃、混凝土等均可视为各向同性材料。

在各个方向上具有不同力学性质的材料，称为各向异性材料。如木材、胶合板、复合材料等。

(4) 小变形条件。材料力学研究的问题限于小变形情况。实际构件的变形一般是极其微小的，要用仪器才能测出。所谓小变形就是认为无论是变形或因变形引起的位移，其大小都远小于构件的最小尺寸。这样，在研究构件的平衡问题时，就可以忽略构件的变形，而按变形前的原始尺寸进行分析计算，这种方法称原始尺寸原理。它使计算得到很大的简化。

综上所述，在材料力学中，把研究对象——构件看做连续、均匀、各向同性的可变形固体，其研究范围，主要限于小变形和弹性变形的情况。

1.3 杆件变形的基本形式

1.3.1 杆件

材料力学所研究的主要构件多属于杆，或称杆件。所谓杆件，是指一个方向（长度）尺寸远大于其他两个方向（宽度和高度）尺寸的构件，如图 1-1 所示；垂直于杆件长度方向的截面称为横截面。杆件中各横截面形心的连线称为杆的轴线，如图 1-1 (a) 所示。如果杆件的轴线是直线，则称它为直杆，如图 1-1 (a)；轴线为曲线或折线，分别称为曲杆，如图 1-1 (b)，或折杆，如图 1-1 (c)，各横截面尺寸相同的杆件称为等截面杆；横截面尺寸不同的杆件称为变截面杆，如图 1-1 (d)，工程中最常见的是等截面直杆，简称等直杆。

除了杆件外，工程中的构件还有板、壳和块体等。长度和宽度远远大于厚度的构件，呈平面形状的称为板，如图 1-1 (e)；呈曲面形状的称为壳，如图 1-1 (f) 所示。长度、宽度和厚度属同一量级尺寸的构件称为块体，如图 1-1 (g) 所示。

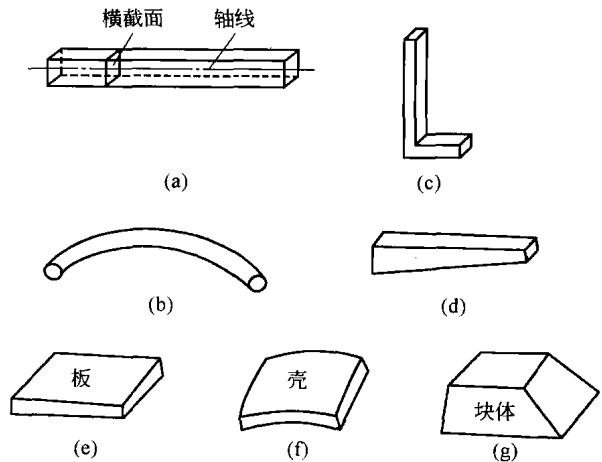


图 1-1

1.3.2 四种基本变形形式

工程中的杆件会受到各种形式的外力作用，因而杆件变形的形式也就各不相同。但是，这些变形总可归纳为下述四种基本变形中的一种，或者是它们中几种的组合。

(1) 拉伸或压缩。杆件在大小相等，方向相反，作用线与轴线重合的一对力作用下，变形表现为长度的伸长或缩短，如图 1-2 (a)、(b) 所示。

(2) 剪切。杆件受大小相等，方向相反，且作用线靠近的一对力作用，如图 1-2 (c) 所示，变形表现为杆件的两部分沿外力方向发生相对错动。

(3) 扭转。在垂直于杆件轴线的两个平面内，作用大小相等，转向相反的两力偶，如图 1-2 (d)，变形表现为任意两个横截面发生绕轴线的相对转动。

(4) 弯曲。在包含杆件轴线的纵向平面内，作用转向相反的一对力偶，或作用与轴线垂直的横向力，如图 1-2 (e) 所示，变形表现为轴线由直线变为曲线。

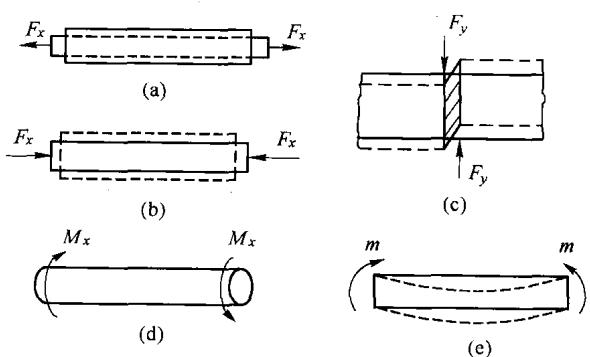


图 1-2

1.4 内力、截面法和应力的概念

1.4.1 内力的概念

材料力学的研究对象是构件。对所研究的构件来说，凡是构件以外的物体对构件的作用力（包括荷载和约束反力）皆为外力。

在外力作用下，构件内部各部分间因相对位置改变而引起的相互作用力，称为内力。

其实，即使不作用外力，构件内部各质点间原来就存在相互作用的内力，使质点之间保持一定的相对位置，使构件维持其一定的形状。

当构件受到外力作用时，构件内部相对位置就要改变，因而使整个构件产生变形。这时各质点间原有相互作用的内力就要发生改变。可以认为，构件在原有内力的基础上，又出现了一种新的附加的相互作用力，其作用趋势是力图使各质点恢复其原来的位置。材料力学中所讨论的内力，是指由于外力的作用而引起的上述相互作用力的改变量，即“附加内力”，通常简称内力。

构件承受的外力越大，变形就大，内力也就越大。当内力达到一定限度（决定于构件材料、尺寸等因素）时就会引起构件的破坏，所以内力与构件的强度、刚度和稳定性是密切相关的。内力分析是解决构件强度、刚度和稳定性问题的基础。

1.4.2 截面法

由于内力是构件内部各部分间的相互作用力，为了显示内力，可以假想地用一个截面 mn 将构件截分为两个部分 I 和 II，如图 1-3 (a) 所示。任意地取其中一部分，例如部分 I，弃去部分 II，并将弃去部分 II 对部分 I 的作用，以截开面上的内力来代替，如图 1-3 (b) 所示。由于固体是连续的，所以在截开面上将是连续分布的内力。称它为分布内力。在分析具体问题时，总是要先知道截面上分布内力的合力，所以通常将分布内力向截面形心简化，一般得一个力和一个力偶，将力分解为截面的切线和法线方向的两个分力，分别称为该截面的剪力（用 F_s 表示）和轴力（用 F_N 表示）。

对于部分 I 来讲，截开面 mn 上由于部分 II 对它作用的内力已成为外力。所以，以部分 I 为脱离体建立平衡方程式，并根据作用在此部分上的已知荷载及支反力来计算截开面上的内力。若取部分 II 为研究对象，如图 1-3 (c) 所示，则由作用与反作用定律，可知 II 部分在截开面上的内力与前述部分 I 上的内力等值而反向。当然，同样也从部分 II 上的荷载及支反力，通过平衡方程式来确定此内力。

综上所述，为了显示内力，假想地用一

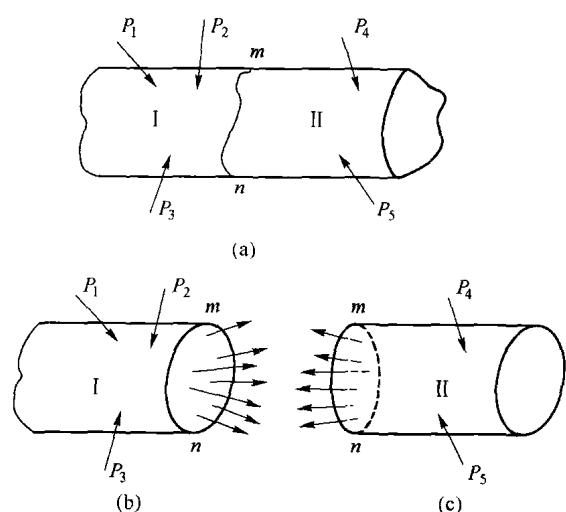


图 1-3

一个截面将构件截分为二，并对截开后的两部分中之一建立平衡方程式以确定截面上的内力，这种求内力的方法称为截面法，其全部过程可归纳为下列 3 个步骤：

- (1) 一截。在需求内力的截面处，将构件截分为两部分；
- (2) 二代。留下任一部分，弃去另一部分，并以内力代替弃去部分对留下部分的作用；
- (3) 三平衡。对留下部分建立平衡方程式，根据已知的荷载及支座反力，计算构件在截面上的未知内力。

截面法是材料力学中求内力的基本方法，今后将经常用到。它与静力学中对物体作受力分析时取脱离体的实质是相同的。

1.4.3 应力的概念

在确定构件的内力后，还不能判断构件在外力作用下是否会因强度不足而破坏。例如用同种材料制成粗细不同的两根杆，在相同的拉力作用下，两杆横截面上的内力相同。但当拉力逐渐增大时，细杆必定先被拉断。这说明拉杆的强度不仅与内力的大小有关，而且还与杆件的横截面面积有关。内力只是拉杆横截面上分布内力的合力，要判断杆件是否会因强度不足而破坏，还必须知道用来度量分布内力大小的分布内力集度。

为了研究构件某一截面 mn 上任一点 C 处分布内力集度，可假想地用截面 mn 将构件截开。在截面 mn 上围绕 C 点取一微小面积 ΔA 。设 ΔA 面积上分布内力的合力为 Δp ，如图 1-4 (a) 所示。由于在一般情况下，分布内力并不是均匀分布的，所以将比值 $\frac{\Delta p}{\Delta A}$ 在微小面积 ΔA 趋近于零时的极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta A}$$

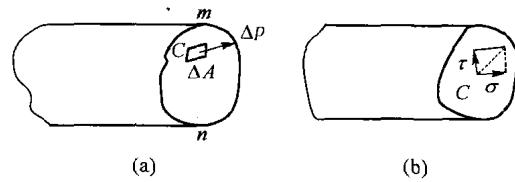


图 1-4

定义为 C 点处分布内力集度，通常又称之为总应力。 p 是一个矢量，一般说既不与截面垂直也不与截面相切。通常把总应力 p 分解成垂直于截面的分量 σ 和切于截面的分量 τ ，如图 1-4 (b) 所示。 σ 称为正应力， τ 称为切应力。

应力的量纲是 [力] / [长度]²，在法定单位制中，应力的单位是牛（顿）/米²，记 N/m² 或 Pa，称为帕斯卡（Pascal）或简称为帕。由于这个单位太小，通常用兆牛顿/米² 记为 MN/m² 或 MPa，称兆帕。

小结

本章内容主要有以下几个方面：

(1) 了解材料力学的研究任务，明确学习目的。材料力学为工程中使用的各类构件，提供选择材料、确定截面形状和尺寸所必需的理论基础和计算方法。只有掌握了材料力学知识，才能做到既安全又经济地设计构件。安全就是要使设计的构件满足强度、刚度和稳定性要求。对什么是强度、刚度和稳定性的理解要准确，如强度是指构件抵抗破坏的能力，这里所说的破坏不仅指断裂，而且还包括构件出现塑性变形的情况；所谓刚度，主要指的是构件抵抗弹性变形的能力；稳定性是指构件保持原有平衡形式的能力。

(2) 制造构件所用的材料都是变形固体，它在外力作用下要发生或大或小的变形。变

形固体的基本性质，就是基本假设所概括的连续性、均匀性和各向同性，并引用了小变形条件。这实际上是对材料性质的宏观认识和概括，略去了实际存在的微观差别。除了应了解基本假设的内容外，还应理解提出这些假设的必要性，并在学习过程中，随时注意这些假设所起的作用。

(3) 杆件的四种基本变形形式，要搞清它们的外力作用条件和变形特征。

思 考 题

1-1 材料力学的任务是什么？

1-2 材料力学的研究对象和理论力学的研究对象有什么联系和区别，为什么会有这样区别？

1-3 材料力学对构件的材料（变形固体）有哪些基本假设，为什么要作这些假设？

1-4 杆件的基本变形形式有几种？各举一例。

2 截面图形的几何性质

工程中的各种构件，其横截面都是具有一定几何形状的平面图形，例如圆形、矩形等。构件的强度、刚度与这些平面图形的一些几何性质有关。本章将介绍截面图形的一些几何性质的定义和计算方法。

2.1 截面的静矩与形心

2.1.1 静矩

任意截面的图形如图 2-1 所示，其面积为 A ， z 轴和 y 轴为图形平面内的任意直角坐标轴。取微面积 dA ， dA 的坐标分别为 y 和 z ，则微面积 dA 对 z 轴的面积矩 $dS_z = ydA$ 和对 y 轴的面积矩 $dS_y = zdA$ ，分别称为微面积 dA 对 z 轴的静矩和对 y 轴的静矩。将上述乘积沿整个面积积分，便得到截面图形对 z 轴和 y 轴的静矩为

$$\left. \begin{aligned} S_z &= \int_A ydA \\ S_y &= \int_A zdA \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

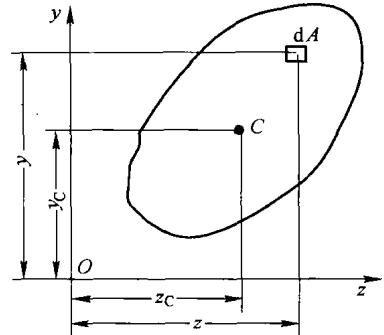


图 2-1 求任意截面静矩时的坐标系

截面图形的静矩不仅与截面的大小和形状有关，而且和坐标轴的位置有关。同一截面图形对于不同的坐标轴，其静矩不同。静矩的数值可能为正或负，也可能为零。静矩的常用单位为 m^3 或 mm^3 。

2.1.2 形心的位置

截面形心就是截面图形的几何中心。在理论力学中，已给出均质薄板重心的计算公式为

$$y_c = \frac{\int_A ydA}{A}$$

$$z_c = \frac{\int_A zdA}{A}$$

对于均质物体，重心与几何中心是重合的。因此，上式也是截面图形形心坐标的计算公式。引进静矩的概念后，上式可写成

$$\left. \begin{aligned} y_c &= \frac{\int_A ydA}{A} = \frac{S_z}{A} \\ z_c &= \frac{\int_A zdA}{A} = \frac{S_y}{A} \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$